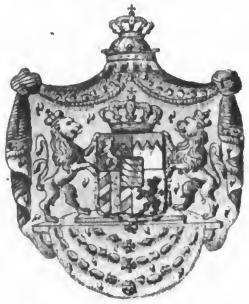
Madrid
32 [illegible]
Palacio



BIBLIOTECA
REGIA
MONACENSIS.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Theoretisch-practischer

Unterricht im Rechnen

zunächst für die

niederen Classen der Regimentsschulen

der

Königl. Bayer. Infanterie und Cavalerie

und

zum Gebrauche jener, die sich über die Gründe beim Rechnen selbst unterrichten wollen,

von

Ferdinand Malaisé

Oberlieutenant im Königlichen Artillerie-Regiment Prinz Luitpold, Professor der Mathematik im Königlichen Cadetten-Corps.

[illegible]

Mit 4 Anhängen: 1) Maaße, Gewichte und Münzen; 2) Resultate von 1000 Uebungsbeispielen; 3) Gebühren in der Kgl. Armee; 4) Erklärung geometrischer Größen, nebst 2 Figurentafeln.

München, 1812.

Im Verlage des Verfassers.

Druck der Königl. Hofbuchdruckerei von Jos. Rösl.

Digitized by Google

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Digitized by Google

Vorrede.

Zur Erzielung eines gleichförmigen Unterrichtes in den Regimentsschulen wurde mir vom Königlichen Kriegs-Ministerium der Auftrag gegeben, ein Lehrbuch der Arithmetik für die niedere und die 1te Classe der höhern Regimentsschulen der Infanterie und Cavalerie, innerhalb der aus dem Inhaltsverzeichnisse ersichtlichen Grenzen, zusammenzustellen.

Bei der Erfüllung dieses beehrenden Auftrages war es mein angelegentliches Bestreben, sowohl, durch die im Lehrbuche durchgeführte Behandlungsweise der Arithmetik, das Unterrichtgeben zu erleichtern; als zugleich den Lernenden ein Handbuch zu verschaffen, aus dem sie, neben mechanischer Fertigkeit im Rechnen, sich auch die Einsicht in dessen Gründe erwerben können.

Die in den Anhängen gesammelten Angaben sollen, außer daß sie Stoff zu vielen Rechnungsaufgaben liefern, zugleich Notizen enthalten, welche den Unteroffizieren in ihren dienstlichen und Privatverhältnissen von Interesse seyn können. — Die im ersten Anhange enthaltenen gesetzlichen Bestimmungen der Maaße, Gewichte und Münzen von Bayern, wurden auf dem Königl. Hauptmünzamte dahier, aus besonderer Gefälligkeit, durchgesehen und geprüft. — Die im dritten Anhange, aus den Königl. Verordnungen, gesammelten Angaben über die Gebühren in der Königl. Armee sind ebenfalls durch die gefällige Bemühung competenter Rechnungsbeamten mehrseitig verglichen und deren

Digitized by Google

Richtigkeit geprüft. (Der auf Seite 351 erwähnte Stundenzeiger ist noch nicht erschienen; nach dessen Erscheinen soll derselbe jedoch, wo möglich, nachgeliefert werden.) — Die im 2ten, 3ten und 4ten Anhange enthaltenen Resultate von 1100 Uebungsbeispielen, von denen viele sich auf das militärische Dienstleben beziehen, sind mit Sorgfalt gerechnet. — Die im vierten Anhange unter anderm erklärten Verfahrungsarten „Figuren verjüngt aufzunehmen" sollen hauptsächlich nur als Beispiele dienen, um das Verstehen von Karten und Plänen einzuleiten und zu erleichtern.

Solche Paragraphen, welche im Lehrbuche mit * bezeichnet sind, können, wenn es in den Unterrichtsstunden an Zeit gebricht, dem eignen Fleiße der Zuhörer überlassen bleiben, ohne daß hiedurch der Zusammenhang des Unterrichtes gestört würde. — Alle sonstigen Erläuterungen, die noch hier über eine oder die andere Einrichtung des Lehrbuches zusammengestellt werden könnten, sind an den einschlägigen Orten als Anmerkungen aufgeführt.

Fehler, die sich während des Druckes, ohngeachtet aller Vorsicht, eingedrängt haben, ersuche ich aus der Zusammenstellung derselben zu verbessern, die, zu diesem Zwecke, gleich nach dem Inhaltsverzeichnisse folgt.

Schließlich erlaube ich mir noch zu bemerken, daß das vorliegende Lehrbuch auch im Kgl. Cadettencorps für den Unterricht im Rechnen eingeführt wurde.

München im Februar 1842.

Der Verfasser.

Digitized by Google

Inhalt.

Erste Abtheilung.

Das Numeriren.

Seite

I. Abschnitt. Allgemeine Erklärungen 1
a.) Größenlehre. b.) Einheit und Zahl. c.) Einheiten von höherm und niederm Range. d.) Unbenannte, benannte Zahlen. e.) Gezählte Größen und stetige Größen. Anmerkung.

II. Abschnitt. Vom Numeriren 4
§. 1. Ziffern. §. 2. Einheiten höhern Ranges. §. 3. Namen der Einheiten. §. 4. Mit Ziffern geschriebene Zahlen zu lesen. §. 5. Ausgesprochene Zahlen mit Ziffern zu schreiben. §. 6. Zählungsarten. §. 7. Die Römischen Zahlzeichen. — Fragen zur 1ten Abtheilung.

Zweite Abtheilung.

Die Rechnungsarten mit unbenannten und einfach benannten Zahlen.

§. 8. Erklärung, was eine Rechnungsart ist 15

I. Abschnitt. Vom Zusammenzählen, (Addiren) . . 16
§. 9. Erklärung der Zusammenzählung. §. 10. Erklärung der Rechnungszeichen + und =. §. 11. Grundsätze des Zusammenzählens. §. 12. Das Zusammenzählen von zwei einziffrigen Zahlen. §. 13. Das Zusammenzählen der einziffrigen Zahl zur zweiziffrigen Zahl unserer zehntheiligen Zählungsart. §. 14. Das Zusammenzählen mehrziffriger Zahlen. §. 15. Probe der Zusammenzählung. §. 16. Zusammenzählung unbenannter Zahlen im Kopfe.

II. Abschnitt. Vom Abziehen (Subtrahiren) unbenannter oder einfach benannter Zahlen 23
§. 17. Erklärung des Abziehens und des Zeichens (—). §. 18. Grundsätze. §. 19. Subtractionen bei denen sowohl der Abzug als der Rest einziffrige Zahlen sind. §. 20. Das Abziehen größerer Zahlen unserer zehntheiligen Zählungsart. §. 21. Probe. §. 22. Abziehen im Kopfe. Fragen zum I. u. II. Abschn.

III. Abschnitt. Vom gleichmäßigen Vermehren oder Multipliciren unbenannter u. einfach benannter Zahlen 30
§. 23. Erklärung. §. 24. Multiplication einziffriger Zahlen. §. 25. Grund- und vorbereitende Sätze. §. 26. Multip. einer mehrziffrigen mit einer einziffrigen Zahl. §. 27. Multiplication der mehrziffrigen Zahl mit einer Ziffer höhern Ranges. §. 28. Multipl zweier mehrziffrigen Zahlen. §. 29. Multipl. von mehr als zwei Factoren. §. 30. Probe der Multiplication. §. 31. Multipliciren im Kopfe.

Digitized by Google

Seite

IV. Abschnitt. Vom Theilen (Dividiren) unbenannter oder einfach benannter Zahlen 44
§. 32. Erklärung. §.33. Grundsätze. § 34. Vorübungen. §. 35. Division (Theilung) der mehrziffrigen Zahl durch eine einziffrige. §.36. Division einer mehrziffrigen Zahl durch eine mehrziffrige. §.37. Beweis der Regel des §.36 — §.38. Division, wenn der Divisor rechts Nullen hat. §.39. Probe. §. 40. Division einer kleinern Zahl durch eine größere. §.41. Division des letzten Divisionsrestes. §.42. Divid. im Kopfe.

V. Abschnitt. * Rechnungsvortheile zu Abkürzungen 61
§.43. Beim Multipliciren. §.44. beim Dividiren. Fragen zum 3ten, 4ten und 5ten Abschnitte.

VI. Abschnitt. Anleitung zur richtigen Anwendung der vier Rechnungsarten bei der Ausrechnung practischer Aufgaben 70
§. 45. Kennzeichen, welche Rechnungsart zur Ausrechnung einer Aufgabe nöthig ist. §. 46. Beispiele. Fragen zum 6. Abschnitt.

Dritte Abtheilung.

Die vier Rechnungsarten mit mehrfach benannten Zahlen.

I. Abschnitt. Die gesetzlich bestimmten Eintheilungen bei Münz, Maaß und Gewicht in Bayern . 7
§. 47. Erklärung. §. 48. Die Eintheilung beim Gelde. §.49. Die Eintheilung des Handelsgewichtes. §.50. Eintheilung und verschiedene Einheiten des Längenmaaßes §.51. Eintheilung der Flächenmaaße. §.52. Einth. der Körpermaaße. §.53. Apotheker- und Münzgewicht. §. 54. Papier-Maaß. §.55. Maaße nach Stücken. §.56. Zeit-Eintheilung. §.57. Anschreibeart mehrfach benannter Zahlen.

II. Abschnitt. Namenveränderungen oder einfache Verwandlungen benannter Zahlen, auch einfache Reductionen genannt 87
§. 58. Erklärung. §.59. Verwandlung benannter Zahlen von höherm Namen in niedern Namen. §.60. Verwandlung benannter Zahlen von niederm Namen auf höhern. §.61. Erklärung der bequemen Guldentheile. § 62. Namenveränderung bequemer Guldentheile in Gulden und Kreuzer. §.63. Namenveränd. unbequemer Guldentheile in Gulden u. kr.

III. Abschnitt. Das Addiren mehrfach benannter Zahlen. 97
§. 64. Bei regelmäßiger Eintheilung mit Zehn. §.65. Die allgemeine Regel des Zusammenzählens. §.66. Geld-Additionen in fl., kr. u. s. w. §.67. Gewichts-Additionen. §.68. Addit. im Flüssigkeitsmaaße. §.69. Addit. im Getreidmaaße. §. 70. Additions-Beispiele bei Eintheilungen nach Stücken. §. 71. Zusammenzählung mehrfach benannt. Zahlen im Kopfe.

IV. Abschnitt. Das Abziehen mehrfach benannter Zahlen 104
§.72. Bei zehntheiliger Eintheilung. §.73. Die allgemeine Regel des Abziehens mehrfach benannter Zahlen.

Digitized by Google

Seite

§.74. Geld-Subtraction. von fl. kr. §.75. Gewichts-Subtractionen u. Rechnungsvortheil hiebei. §.76. Subtraction im Getreid- und Flüssigkeits-Maaße. §.77. Abziehen bei Eintheilungen nach Stücken. §.78. Uebungsbeispiele. §.79. Subtraction und Addition im Zeitmaaße. §.80. Abziehen mehrfach benannter Zahlen im Kopfe.

V. Abschnitt. Multipliciren mehrf. benannt. Zahlen 115
§. 81. Erklärung. §.82. Erste Art, mehrfach benannte Zahlen zu multipliciren. §.83. Zweite Art der Multiplication. §.84. Multiplicat. wenn der Anzeiger nicht größer ist als 10. §.85. Multiplication mit einem Anzeiger, der zwar größer ist als 10, aber aus kleinern Factoren zusammengesetzt ist. §. 86. Multiplication mit einem Anzeiger, der weder kleiner ist als 10, noch sich in kleinere Factoren zerlegen läßt. §.87. Multiplication mit zwei mehrfach benannten Zahlen. §.88. Probe der Multiplication. §.89. Multiplicationen benannter Zahlen im Kopfe.

VI. Abschnitt. Vom Theilen (Dividiren) mehrfach benannter Zahlen 129
§. 90. Erklärung. §.91 Division einer mehrfach benannten Zahl durch eine Zahl derselben Art. §.92 Division einer mehrfach benannten Zahl durch eine unbenannte. A) Erstes Verfahren; B.) zweites Verfahren. §.93. Probe der Division. §.94. Divisionen benannter Zahlen im Kopfe. §. 95. Rechnungsvortheile bei mehrfach benannten Zahlen. §. 96. Practische Aufgaben mit mehrfach benannten Zahlen.

Vierte Abtheilung.

Von den Brüchen.

I. Abschnitt. Von der Theilbarkeit der Zahlen . . 141
§. 97. Erklärung von Grundzahlen, zusammengesetzten und verwandten Zahlen. §.98. Von den nöthigsten Erkennungszeichen der Theilbarkeit der Zahlen. §.99. Vom Zerlegen einer Zahl in ihre Factoren. §.100. Das größte gemeinschaftliche Maaß von zwei gegebenen Zahlen zu finden. §.101. Von der Haupt- oder General-Zahl gegebener Zahlen.

II. Abschnitt. Erklärungen und Vorübungen zu den Rechnungen mit Brüchen 152
§. 102. Erklärung des Bruches. §.103. Erklärung ächter, unächter Brüche und gemischter Zahlen. §.104. Verwandlung a) ganzer Zahlen, b) gemischter Zahlen in unächte Brüche. §.105. Verwandlung unächter Brüche in gemischte oder ganze Zahlen. §.106. Grundsätze zu den Rechnungen mit Brüchen. §.107. Einen Bruch zu vereinfachen oder zu heben. §.108. Brüche auf größere Nenner zu bringen. §.109. Brüche mit ungleichen Nennern unter einerlei kleinste Benennung (oder Nenner) zu bringen.

Digitized by Google

Seite

III. Abschnitt. Vom Zusammenzählen der Brüche . . . 164
§. 110. A. Addition von Brüchen, die gleiche Nenner haben; B. die ungleiche Nenner haben.

IV. Abschnitt. Vom Abziehen der Brüche 167
§. 111. A Subtraction von Brüchen mit gleichen Nennern; B. mit ungleichen Nennern. §.112. Beispiele, bei deren Ausrechnung Addition und Subtraction vorkömmt.

V. Abschnitt. Vom Multipliciren mit Brüchen . . . 171
§ 113. Allgemeine Regel. §.114. Beispiele, um das kürzeste Verfahren der Multiplication mit Brüchen zu zeigen.

VI. Abschnitt. Vom Dividiren mit Brüchen 175
§. 115. Divisions-Regel. §.116 Der Quotient jeder Division hat mit einem Bruche einerlei Werth. A. Grundsätze der Division. B. Beweis der Divisionsregel mit Brüchen. C. Verwandlung zusammengesetzter Brüche in einfache.

VII. Abschnitt. Rechnungen mit mehrfach benannten Zahlen und Brüchen 180
§. 117. Erklärung. §.118. Verwandlung benannter Brüche von höherm Namen in niedern Namen. §.119. Verwandlung benannter Zahlen von niederm Namen in Brüche von höherm Namen. § 120. Addition. §.121. Subtraction. §.122. Multiplication. §.123. Division. § 124. Kürzere Verfahrungsarten zum Multipliciren und Dividiren mehrfach benannter Zahlen mit Brüchen. §.125. Practische Aufgaben, in welchen Brüche vorkommen. §.126. Uebungsbeispiele. §. 127. Aus dem bekannten Preise (oder Werthe) einer bestimmten Anzahl Einheiten, den Werth jeder andern Anzahl gleichnamiger Einheiten zu finden. §.128. Vom Dreisatze. §. 129 Abkürzungen bei dem Dreisatze. § 130. Probe des Dreisatzes. §.131. Von den Durchschnitts- oder Mittelzahlen.

Fünfte Abtheilung.

Die Decimalbrüche.

I. Abschnitt. Das Anschreiben der Decimalbrüche und die vier Rechnungsarten mit denselben . . . 203
§. 132. Erklärung was Decimalbrüche sind. §.133. Decimalbrüche können wie ganze Zahlen, d i. ohne Nenner angeschrieben stehen. § 134. Das Lesen angeschriebener Decimalbrüche. §. 135. Das Anschreiben ausgesprochener Decimalbrüche. §.136. Grundsätze der Rechnungen mit Decimalbrüchen. §.137. Das Addiren der Decimalbrüche. § 138. Das Abziehen der Decimalbrüche. §.139. Das Multipliciren in Decimalbrüchen. §.140. Das Dividiren in Decimalbrüchen. §.141. Verwandlung A) der gewöhnlichen Brüche in zehntheilige und B) der zehntheiligen Brüche in gewöhnliche. §.142. Verwandlung benannter Decimalbrüche von höherm in niedern Namen. §.143. Die Verwandlung einer Zahl von niederm Namen in einen Decimalbruch von höherm Namen.

Digitized by Google

Seite

§. 144. Verwandlung von zehntheiligem (Dz.) Maaß in zwölftheiliges (Ddz), und umgekehrt.

II. Abschnitt. Von der Anwendung der Decimalbrüche und den verkürzten Rechnungen mit denselben 222

§. 145. Die vortheilhafte Anwendung der Decimalbrüche. §. 146. Das Abkürzen der Decimalbrüche. §. 147. Abkürzung der Decimalbrüche, mit Bezug auf die Größe ihrer Haupteinheit. §. 148. Verkürzte Addition und Subtraction in Decimalbrüchen. §. 149. Verkürzte Multiplication in Decimalbrüchen. §. 150. Verkürzte Division in Decimalbrüchen.

Sechste Abtheilung.

Von den Verhältnissen, den Proportionen und ihrer Anwendung auf zusammengesetzte Aufgaben.

I. Abschnitt. Erklärungen und einfachste Sätze der Verhältnisse und Proportionen 241

§. 151. Erklärung, was ein Verhältniß ist. §. 152. Ausrechnung des Verhältniß-Anzeigers. §. 153. Erklärung, was eine Proportion ist. §. 154. Erklärung von steigenden, fallenden und von verkehrt gleichen Verhältnissen. §. 155. Auffindung des 4ten Gliedes einer Proportion §. 156. Die Haupteigenschaften einer Proportion.

II. Abschnitt. Anwendung der Proportionen zur Ausrechnung practischer Aufgaben 248

§. 157. Erkennungszeichen, ob die Zahlen einer Aufgabe in geradem oder verkehrtem Verhältnisse stehen. §. 158. Bestimmung und Eintheilung der Aufgaben, deren Ausrechnung durch Proportionen geschehen kann. §. 159. Einfache Proportions-Aufgaben.

III. Abschnitt. Die Vertheilungs- oder Gesellschafts-Rechnung 259

§. 160. Erklärung. §. 161. Die Vertheilungs- oder Gesellschafts-Regel. §. 162. Beweis der Vertheilungs-Regel. §. 163. Abkürzungen bei der Vertheilungsrechnung. §. 164. Die Vertheilung (Repartition) des Wachtdienstes. §. 165. Wachtrepartition ohne Anwendung der Decimalbrüche. §. 166. Zusammengesetzte Vertheilungs-Rechnung.

IV. Abschnitt. Verwandlung der Münz-, Maaß- und Gewichts-Einheiten eines Landes in die eines andern 279

§. 167. Erklärung. §. 168. Zusammengesetzte Verwandlungs- oder Kettenregel. §. 169. Gebrauch der Maaß- ꝛc. Bestimmungen verschiedener Länder zum Ansatze des Kettensatzes. §. 170. Abkürzungen bei der Ausrechnung des Kettensatzes, nebst deren Anwendung auf Beispiele. Erste Abkürzung. §. 171. Zweite Abkürzung. §. 172. Dritte Abkürzung. §. 173. Vierte Abkürzung. §. 174. Uebungsbeispiele. §. 175. Beweis der Kettenregel. §. 176. Gründe der Abkürzungen.

Digitized by Google

Seite

V. Abschnitt. Zusammengesetzte Proportions-Aufgaben 291
§. 177. Regel und Anwendung auf Beispiele. §. 178. Uebungsbeispiele. §. 179. Zusammensetzung mehrerer Proportionen in eine. §. 180. Anwendung der zusammengesetzten Proportion. §. 181. Beweis der zusammengesetzten Regeldetri.

VI. Abschnitt. Auflösung von Aufgaben durch Schlüsse 301
§. 182. Erklärung. §. 183. Aufgaben. §. 184. Vermischte Uebungsbeispiele zur VI. Abtheilung.

Erster Anhang.

Von dem innern Zusammenhange der Maasz-, Gewichts- und Münzeinheiten ein und desselben Landes; dann von der Vergleichung derselben in verschiedenen Ländern. Angabe der Schwere und Dichte einiger Körper, so wie verschiedene andere Notizen 307

§. 185. Erklärung. §. 186. Von dem innern Zusammenhange der Maaß-, Gewichts- und Münzeinheiten ein und desselben Landes. § 187. Das neue Maaß- (oder metrische) System von Frankreich. (Eingeführt seit 1795). §. 188. Gesetzlicher Zusammenhang der Haupteinheiten in Bayern. §. 189. Tafeln zur Vergleichung der Maaß-, Gewichts- und Münzeinheiten einiger Länder mit jenen von Bayern: Baden, Bayern und die Pfalz, Belgien, Böhmen, Braunschweig, Dännemark, England mit Irland ꝛc., Frankfurt a/M., Frankreich, Griechenland, Hannover, Hessen-Darmstadt, Holland, Kirchenstaat, Nassau, Oesterreichische Staaten, Oldenburg, Polen, Portugal, Preußen, Rußland, Sächsische Länder, Sardinien, Schweden, Schweiz, Sicilien, Spanien, Würtemberg. §. 190. Schwere und Dichte einiger Körper. A) Schwere vom Kubikfuß (Eimer, Maaß ꝛc.) Wasser; Schwere vom Schäffel Getreide, Mehl ꝛc. B) Tafel der Dichte (specifische Gewichte) einiger Körper. C) Gewicht und Brennwerth von Holz, Torf und Steinkohlen. D) Geschwindigkeit des Schalls, der Flüsse ꝛc. E) Militärische Notizen.

Zweiter Anhang.

Resultate der Uebungsbeispiele des Lehrbuches 327
§. 191. Resultate der Nummern 1 mit 1000.

Dritter Anhang

§. 192. Uebersicht der Gebühren in der K. B. Armee vom Feldwebel (1ten Wachtmeister, Oberfeuerwerker) abwärts 342
A. Tägliche Löhnungen. B. Tragzeit und Preise der Montur. C. Tägliche Monturraten. D. Dauerzeit und Preise der Aerarial-Montur. E. Holz-, Licht-, Stroh- und Besen-Gebühr. F. Besondere Verpflegs-Vorkommnisse (Propretäts-, Schreibtafel-, Wichs- und Beschlaggeld). G. Tägliche Fourage-Gebühr für ein Pferd. H. Einquartierungs-Regulativ im Inlande. I. Versorgungs-Anstalten (Nymphenburg, Rosenberg, Fürstenfeld, Donauwörth) und Pensionen. K. Beiträge zur Wittwen-Casse und

Digitized by Google

Seite

Heirathscaution. I. Durchmesser, Gewichte und Pulverladungen der kleinen Feuerwaffen. §.193. Siebenzig Uebungsbeispiele (sammt Resultaten), über das Rechnungswesen einer Compagnie, in der Reihenfolge und mit Bezeichnung der §§. des Lehrbuches, durch welche sie ausgerechnet werden. Die Angaben sind hiebei aus den vorstehenden Tafeln des III. Anhanges zu entnehmen.

Vierter Anhang.

Die Erklärung der räumlich stetigen Größen, die practische Anleitung zu ihrer Darstellung und zur Berechnung ihrer Inhalte 363

§. 194. Erklärung der Körper, Flächen, Linien und Punkte. §. 195. Erklärung gerader und krummer Linien. §.196. Eigenschaften der geraden Linie. §.197. Erklärung der Ebene. §.198. Erklärung des Winkels. §.199. Nebenwinkel, rechte Winkel, Scheitelwinkel, winkelrechte und lothrechte Linien. §.200. Erklärung von gleichlaufenden (parallelen) Linien und Ebenen. §.201. Erklärung der Figuren. §.202. Von Dreiecken und Vierecken. §.203. Vom Zeichnen der Linien, Winkel und Figuren. I. Auf Papier, einer Tafel oder dgl. II. Das Abstecken und Traciren auf dem Felde. §.204. Von dem Messen und den Maaßstäben. §.205. Das Messen der Linien. 1) Mit Meßlatten; 2) mit der Kette; 3) durch Abschreiten; 4) nach dem Augenmaaß. §. 206. Das Messen und Uebertragen der Winkel, so wie die Eintheilung des Kreisumfangs. §.207. Von dem Gebrauche des Richtscheits und der Setzwage: 1) das Messen gerader Linien auf Abhängen; 2) das Abwägen einer kleinern Fläche; 3) das Abwägen (Nivelliren) einer größern Fläche; 4) die Untersuchung des Gefälles fließender Gewässer; 5) das Abgraben einer Fläche nach einem gegebenen Falle. §.208. Von den verjüngten Maaßstäben und Figuren. §.209. Das Aufnehmen und Zeichnen verjüngter Figuren: A) von Dreiecken, B) von Vier- und von Vielecken. §.210. Von dem Messen unzugängiger Linien (Entfernungen). §.211. Das Messen der Inhalte der Figuren. Uebungsbeispiele. §.212. Erklärung der hauptsächlichsten Körperformen. §.213. Vom Aufnehmen und verjüngten Zeichnen der Körper. §.214. Vom Messen der Oberflächen der Körper. §.215. Das Messen der räumlichen oder kubischen Inhalte der Körper. Uebungs-Beispiele. —

Digitized by Google

Berichtigungen.

Seite	Zeile			
6	3	v. unt.	lies:	(12ten höhern Rang) statt (11ten ꝛc.)
51	9	v ob.	—	6 Einer (statt 7 Einer).
53	11	v. unt.	—	c) 2230960632 : 316
64	13	„ „	—	110 (statt 100).
65	8	„ „	—	überdieß den Namen (statt den Namen überdieß).
79	18	„ „	—	im ersten Anhange (statt im zweiten ꝛc.)
81	9	v. ob.	—	4 rheinische Dez. Zoll (statt 4 Zoll).
113	2	v. ob.	—	auf 6 Jahre eingestanden war
116	20	v. ob.	—	3° 5′ 6″ 8‴ (statt 3° 2′ 6″ 8‴).
119	3	v. unt.	—	× 10 (statt × 10 kr.)
136	5	v. ob.	—	so viele halbe Batzen den Tag (statt halbe kr.)
149	4	v. unt.	—	7 2 3 7 (statt 5 2 3 7)
170	8	v. ob. ꝛc.	—	619 — 626 (statt 519 — 526)
173	9	v. unt.	—	$\overset{6.5.7}{\frown}$ (anstatt $\overset{2.5.7}{\frown}$)
177	13	v. ob.	—	$7\frac{1}{6}$ (statt $7\frac{1}{8}$)
180	1	v. unt.	—	Anstw. $\frac{1}{2}\frac{3}{2}$ Ä (statt $\frac{1}{3}\frac{3}{2}$ Ä.)
197	16	v. unt.	—	kosteten 1 fl. 46 kr. (statt 1 fl. 6 kr.)
199	8	v. unt.	—	kosteten 4 fl. 10 kr. (statt 4 fl. 48 kr.)
211	4	v. ob.	—	15,203 (statt 15′203)
220	14	v. ob.	—	5□° 82□′ 8□″ (statt 5□° 82□′ □8″)
225	16	v. ob.	—	1 Ä. = 128 Qt. (statt 132 Qt.)
226	3	v. ob.	—	Anhang I (statt Anhang II)
245	1	v. ob.	—	(4, nach § 152) statt (4, nach 9 §. 152.)
274	17	v. ob.	—	„Treffen nach Abzug von Gut ꝛc." (ſt. „gibt daher heute")
284	15	v. ob.	—	3 Pfenn. (statt $3\frac{2}{3}$ Pfenn.)
312	11	v. ob.	zuſetzen:	der Quarthectolitre, der $\frac{1}{8}$-Hetltr. u. $\frac{1}{2}$-Hetltr. heissen Viernsel, Sester od. Simmer, Vierling.
312	12	v. ob.	—	5) Feldmaaß. Das bay. Tagw. u. auch das Are u. Hectare. Sieh §. 187 u. §. 211. Beisp. 10.
319	2	v. unt	—	die Banknoten à 20, 100, 200, 500 u 1000 Thlr. sind noch im Conventionsfuß d. i. $13\frac{1}{3}$ Thlr. = 20 fl.-Fuß; 1 Conv.-Thlr. = 1 fl. 50 $\frac{1}{4}$ kr. des $24\frac{1}{2}$ fl.-Fuß (vor 1838 geschl.). — Die sächsischen Papiere haben den Werth wie Silbergeld.
320	1	v unt.	lies:	Gotha den 14 Thlr.-Fuß (statt 14 fl.-Fuß).
320	9	v. unt.	—	0,71269 Ell. die Meile = 18000 schwed. Ell. = 36614 bayer. Fuß.
320	10	v. unt.	—	1,01707 Fuß (statt 1,0172 Fuß.)
377	2	v. unt.	—	ew (ſt. Zew), u. Zeile 8 v. u. lies 2^{IV} (ſt. 2^{V}).

Digitized by Google

Seite	Zeile			
386	18	v. ob.	lies:	MCN (ſtatt MAN)
387	5	v. ob.	—	AB (ſtatt BB)
389	15	v. unt.	—	acd (ſtatt acb)
394	1	v. unt.	—	74□′ ꝛc. (ſtatt 74□″)
396	8	v. unt.	—	bmno (ſtatt lmno); u. Zeile 13 lies 12□,

Digitized by Google

Erste Abtheilung.

Das Numeriren.

Erster Abschnitt.

Allgemeine Erklärungen.

a. Was ist die Größenlehre?

Alle Gegenstände, die uns umgeben, haben bestimmte, wenn auch nicht allen Dingen gemeinschaftliche, Eigenschaften. Eine Eigenschaft aber gibt es, die allen Dingen zukömmt, es ist dieß eine gewisse Größe.

Seit undenklichen Zeiten hat man sich mit dieser allgemeinen Eigenschaft, und mit ihren Veränderungen an den Gegenständen, d. i. mit ihrer Vermehrung und Verminderung, beschäftigt. Hiedurch ist eine eigene Wissenschaft entstanden, und diese heißt Größenlehre.

b. Einheit und Zahl.

Die Größe eines Dinges kann man einem Andern nur dadurch versinnlichen, daß man ihm angibt, wie vielmal es größer oder kleiner ist, als ein allgemein bekannter Gegenstand. Um z. B. die Größe eines Mannes anzugeben, sagt man

Digitized by Google

wie viele Fuß er mißt, indem die ungefähre Größe des Mannsfußes als jedem bekannt, anzunehmen ist.

Jeder Gegenstand, welcher dazu dient, um die Größe von andern Gegenständen anzugeben, heißt Einheit, und die Angabe, wie oftmal eine Sache die Einheit enthält, diese Angabe heißt Zahl. Hievon kömmt zählen, d. h. untersuchen, wie vielmal sich in einer Sache die Einheit befindet.

Die Einheit muß zum Zählen auch passend gewählt seyn, daher es für verschiedene Gegenstände auch verschiedene Einheiten gibt; die hauptsächlichsten sind:

der Gulden, als die Einheit des Geldes;
der Fuß und der Schritt, zur Angabe der Längen;
der Quadrat-Fuß, zur Größenangabe von Flächen;
der Kubik-Fuß } zur Angabe der Größe von Körpern
die Klafter } als z. B. von Steinen, von Holz ꝛc.
die Maaß zur Angabe der Menge einer Flüßigkeit;
der Metzen, zur Angabe der Menge Getreides ꝛc.
das Pfund, zur Angabe der Menge verschiedener Dinge.

Die Größe dieser Einheiten wird gesetzlich bestimmt und überwacht, um Betrug bei Kauf und Verkauf zu verhindern. Von der Größe dieser Einheiten muß sich jedoch vorerst ein Jeder durch eigene Anschauung deutliche Kenntniß verschaffen, bis im Verfolge ihre Abhängigkeit von einander gezeigt werden kann.

Außer diesen gesetzlich bestimmten Einheiten, kann aber beim Zählen, auch jedes andere Ding als Einheit dienen.

c. Einheiten von höherm und niederm Range.

Zur Erleichterung des Verkehrs werden, wo es große Dinge zu zählen gibt, mehrere Einheiten zusammen genommen und eine Einheit von höherem Range oder von höherer Gattung genannt, und umgekehrt wird auch, um kleinere Dinge zu zählen, eine Einheit (z. B. der Fuß) in mehrere gleiche Stücke zerstückt, und jedes solche Stück eine Einheit von niederm Range oder von niederer Gattung genannt. — Einheiten aber aus denen Einheiten höhern und niedern Ranges gebildet werden, heißen Haupt-Einheiten.

Digitized by Google

d. Unbenannte Zahlen, benannte Zahlen.

Zählt man die Anzahl der Einheiten eines Dinges, ohne dabei auf den Namen der Einheit (Gulden oder Fuß ꝛc.) Acht zu geben, indem man gleichsam nur wissen will, wie oftmal der Gegenstand größer als die Einheit ist, so nennt man die so erhaltene Zahl eine unbenannte Zahl. Wird jedoch beim Zählen der Namen der Einheit ausdrücklich genannt, dann heißt die erhaltene Zahl benannt und zwar einfach benannt, wenn nur der Name einer Einheit vorkömmt wie z. B. Gulden; hingegen mehrfach benannt, wenn bei der Zahl mehrere Namen, wie z. B. Gulden, Kreuzer u. s. w. vorkommen.

Ferner heißen Dinge, die mit der nämlichen Einheit gezählt sind, gleichnamig oder gleichbenannt; hingegen andere, die mit verschiedener Einheit gezählt sind, ungleichnamig. So z. B. ist eine Anzahl Gulden mit jeder andern Anzahl Gulden gleichnamig, hingegen mit einer Anzahl Pfund ungleichnamig.

e. Gezählte Größen und stetige Größen.

Bei dem Zählen eines Dinges können die gezählten Einheiten entweder so zusammenhängen, daß das Ende der einen Einheit schon der Anfang der folgenden ist, wie z. B. die einzelnen Ellen bei einem Stücke Tuch. Oder es können die gezählten Einheiten getrennt nebeneinander bestehen, wie z. B. die einzelnen Guldenstücke von beisammen liegendem Gelde.

Im Falle des Zusammenhangs der Einheiten nennt man die Sache eine stetige oder zusammenhängende Größe. Sind aber die einzelnen gezählten Einheiten getrennt von einander, oder nimmt man auf ihren Zusammenhang, wenn auch einer bestünde, keine Rücksicht, indem man nur zählt, wie vielmal die Sache größer als die Einheit ist; so nennt man sie eine gezählte Größe.

In Folge dessen wird die Größenlehre abgetheilt in
die Zahlenlehre, auch Arithmetik genannt, welche sich mit den gezählten Größen beschäftigt, und in
die Geometrie oder die Lehre von den stetigen Größen.

Digitized by Google

Anmerkung. Da nun jeder Gegenstand der Beurtheilung durch die Zahl fähig ist, und nach ihr beurtheilt werden muß, wenn man unter Menschen wohnen und mit ihnen im Verkehre seyn will, so ergibt sich deutlich, daß die Arithmetik in allen Zweigen der menschlichen Unternehmungen ihre Anwendung findet, die jedoch nach der Art der Unternehmung verschieden seyn kann.

Die Arithmetik läßt sich ferner in eine reine oder theoretische und eine angewandte oder praktische abtheilen. Auf die reine oder theoretische Arithmetik stützt sich die angewandte. Die Theorie soll daher Jeder erlernen, welcher Anwendung von der Zahlenlehre machen will; von der Anwendung aber braucht Jeder billigerweise so viel, als er zur Erfüllung seiner Obliegenheiten nöthig hat.

Von diesem Gesichtspunkte aus ist das vorliegende Lehrbuch aufgestellt, welches demnach von der Anwendung so viel enthält, als in den gewöhnlichen Dienst- und Privatverhältnissen vorkömmt, und dabei die Theorie so behandelt, daß sie die Urtheilskraft heran bilden und Jeden fähig machen soll, sich auch in solchen Rechnungsfällen helfen zu können, die nicht genau nach den aufgestellten Regeln gehen.

Zweiter Abschnitt.

Vom Numeriren.

Die Angabe, wie oftmal die Einheit in einer Größe enthalten ist, oder sich davon wegnehmen läßt, heißt Zahl.

Um Zahlen anzugeben, hat man Schriftzeichen (Figuren) und Sprachzeichen. Die Schriftzeichen heißen Ziffern, die Sprachzeichen aber Zahlwörter, und die Art mit Hülfe von Ziffern eine Zahl zu schreiben, und eine mit Ziffern geschriebene Zahl zu lesen und zu verstehen, heißt Numeriren.

Ziffern sind daher Zahlzeichen, ähnlich wie die Buchstaben Lautirzeichen sind, und Numeriren ist eine ähnliche Vorübung zur Zahlenlehre, wie das Sylabiren zum Lesen.

Digitized by Google

§. 1. Ziffern.

Hier folgen nun die jetzt gebräuchlichen

Ziffern	ihre Namen	ihre Bedeutung	und Erklärung
0	Null	Nichts	Man denkt sich nämlich bei jedem der Zeichen 0, 1, 2, 3 u. s. f. eine ganz bestimmte unveränderliche Anzahl von einzelnen Dingen, deren Menge durch die hier rechts neben ihnen stehende Anzahl von Strichen versinnlicht ist.
1	Eins	I	
2	Zwei	II	
3	Drei	III	
4	Vier	IIII	
5	Fünf	IIIII	
6	Sechs	IIIIII	
7	Sieben	IIIIIII	
8	Acht	IIIIIIII	
9	Neun	IIIIIIIII	

Zusatz. Zu obigen Zahlwörtern merke man sich noch, daß neun Einheiten und eine zusammen genommen zehn Einheiten heißen, und daß folglich die Anzahl obiger Ziffern zehn ist.

§. 2. Einheiten höhern Ranges.

Wollte man in obiger Art fortfahren und für jede folgende Zahl eine neue Ziffer und ein neues Zahlwort annehmen, so müßte die Zahlenlehre sehr umständlich werden. Es ist jedoch ein einfaches Mittel erfunden worden, um mit den obigen zehn Ziffern jede noch so große Zahl zu schreiben.

Dieses Mittel besteht im folgenden Gesetze:

Je zehn Einheiten sollen wieder mit der Ziffer **1** bezeichnet und eins **von höherm Range** genannt werden, ähnlich wie man z. B. 4 Pfenning zusammen einen Kreuzer nennt.

Dann sollen, wenn mehrere Ziffern neben einander geschrieben stehen, wie z. B.

120636

die Einheiten dieser Ziffern, einen um so höhern Rang haben, je weiter sie zur **linken** Hand stehen; d. h. es soll zwar jede Ziffer wie z. B. 6, sie stehe, wo sie wolle, nicht mehr, noch weniger als sechs Einheiten anzeigen; diese Einheiten selbst aber sollen in jeder Stelle von

Digitized by Google

anderm Werthe seyn; nämlich so, daß sie in der letzten Stelle rechter Hand Einer, d. h. einzelne Dinge bedeuten, in jeder links darauf folgenden Stelle aber, ganze Mengen von Einheiten und zwar in jeder Stelle **zehnmal** mehr, als in der nächst vorhergehenden Stelle rechter Hand.

Diesem Gesetze gemäß bedeutet die ganz rechts stehende Ziffer 6 sechs Einer oder 6 einzelne Dinge; die erste links daneben stehende Ziffer 3 drei Einheiten, von denen aber jede Einheit einen zehnmal größern Werth hat; die zweite links stehende Ziffer 6 bedeutet 6 Einheiten, von denen aber jede Einheit wieder einen zehnmal größern Werth hat, als die Einheiten der rechts daran stehenden Ziffer 3 u. s. f.

§. 2. Namen der Einheiten.

Die Namen der oben angegebenen Einheiten verschiedenen Ranges bilden im Teutschen eine einfache regelmäßige Folge von Wörtern. Fängt man nämlich rechter Hand die Bezeichnung an, so heißt eine Einheit der

1ten Stelle:	Eins, ...	(Eins vom Nullten Range)	
2ten „	Zehn, ...	(Eins vom 1ten)	höh. Range
3ten „	Hundert, ...	(„ „ 2ten)	
4ten Stelle:	ein Tausend, . . .	(Eins vom 3ten)	
5ten „	zehn Tausend . . .	(„ „ 4ten)	„
6ten „	hundert Tausend, . .	(„ „ 5ten)	
7ten Stelle:	eine Million, . . .	(Eins vom 6ten)	
8ten „	zehn Millionen, . .	(„ „ 7ten)	„
9ten „	hundert Millionen, .	(„ „ 8ten)	
10ten Stelle:	ein tausend Millionen	(Eins vom 9ten)	
11ten „	zehn tausend Millionen,	(„ „ 10ten)	„
12ten „	hundert tausend Millionen,	(„ „ 11ten)	

13ten Stelle: eine Billion, . . . (Eins vom 12ten höhern Range) u. s. f.; kommen nämlich noch mehr Stellen vor, so sind die Namen wieder so, wie von der 7ten bis 12ten Stelle (oder vom 6ten bis 11ten Range), nur daß statt des Wortes Million nach und nach die Wörter Billion bei der 13ten Stelle (11ten höhern Rang), Trillion bei der 19ten Stelle (18ten höhern Rang), Quadrillion u. s. w. gebraucht werden. Bei dieser Uebersicht der Namen aller Einheiten präge

Digitized by Google

man sich besonders ein: daß immer nach je drei Ziffern von rechts nach links, die Wörter **Ein, Zehn, Hundert,** nur noch mit einem Wort als Zusatz wiederkehren.

Ist dieses richtig aufgefaßt und vorher noch völlig eingeübt von 0 bis 9, von neun bis neunzehn u. s. f. bis hundert hinauf und dann wieder bis Null zurück ohne Anstand zu zählen, so wird es leicht fallen, jede noch so große Zahl richtig zu zählen und jede mit noch so vielen Ziffern geschriebene Zahl zu lesen.

Anmerkung 1. Die Bildung der Zahlwörter von zehn bis hundert geschieht sehr einfach, man nennt nämlich: eins und zehn, abgekürzt eilf; zwei und zehn, abgekürzt zwölf; drei und zehn, dreizehn und so regelmäßig fort bis neunzehn; zwei Zehner heißen dann abgekürzt zwanzig; drei Zehner, dreißig; vier Zehner, vierzig u. s. f. Endlich zwei Zehner und eins werden zusammen einundzwanzig u. s. f. genannt.

Anmerkung 2. Die oben angegebenen zehn Ziffern, so wie auch die nach obigem Gesetze gebildeten Einheiten höhern Ranges sind jetzt bei den Völkern der verschiedensten Sprachen im Gebrauche, und der Unterschied besteht nur darin, daß die Zahlen von 0 bis 9 und die Einheiten höhern Ranges andere Namen, oder mit den nämlichen Namen doch eine andere Bedeutung erhalten. So z. B. heißt im Französischen schon die Einheit vom 9ten höhern Range: Billion; die vom 12ten höhern Range: Trillion u. s. f.

§. 4. Mit Ziffern geschriebene Zahlen zu lesen.

Da, wie oben gezeigt wurde, bei einer Zahl von noch so vielen Ziffern, nach je drei derselben, immer wieder die Namen: Ein, Zehn, Hundert wiederkehren; so braucht man sich nur zu üben, jede drei nebeneinander geschriebene Ziffern, sie mögen mit Nullen untermengt seyn, wie sie wollen, richtig und ohne Zögern zu lesen, als z. B. 853, 604, 900, 075, 002 u. a. m., und sich dabei öfter zu versinnlichen, welcher eigentliche Werth unter jeder dieser einzelnen Ziffern zu verstehen sey.

So wird z. B. 853 gelesen: Achthundert, fünfzig und drei oder nach dem teutschen Sprachgebrauche: Achthundert drei und fünfzig, und die einzelnen Ziffern bedeuten dabei 3, drei einzelne Dinge, 5, fünf Zehner, 8, acht hundert.

Digitized by Google

Ferner bei 074 (gelesen vier und siebenzig) bedeutet die Ziffer 4, vier einzelne Dinge, 7, sieben Zehner, 0, kein Hundert.

Ist aber diese Fertigkeit, die an vielen Beispielen zu üben ist, im vollen Maaße erlangt, so darf man bei einer Zahl von mehreren z. B. 5 oder 6 Zifferstellen diese nur von der rechten Seite herein in Klassen zu 3 Ziffern abtheilen oder sich abgetheilt denken, dann links anfangend jede Klasse allein lesen und zwar die letzte Klasse rechts ohne Zusatz, die links daran stehende Klasse aber mit dem Zusatz Tausend; z. B. zu lesen:

376208	51004
abgetheilt: 376|208	abgeth. 51|004
gelesen: 376 Tausend und 208	gelesen: 51 Tausend u. 004.

Haben die Zahlen mehr als 6 Ziffern, so theilt man dieselben wieder von rechts herein in Klassen, jedoch zu 6 Ziffern (wobei aber der letzten Klasse links deren weniger bleiben dürfen) und liest von der linken Hand anfangend, die Ziffern jeder Klasse so, als stünden sie allein; nur wird von der 7 bis 12ten Stelle (d. i. der 2ten Kl.) d. Wort Million,
„ „ 13 — 18ten „ (d. i. der 3ten Kl.) „ „ Billion,
„ „ 19 — 24ten „ (d. i. der 4ten Kl.) „ „ Trillion,
u. s. f. angehängt; z. B. es ist zu lesen:

1) 6120 067008
abgetheilt: 6120\|067008
gelesen: 6 Tausend und 120 Millionen,
67 Tausend und 008.

2) 5067 000036 823596 430009
abgetheilt: 5067\|000036\|823596\|430009
d. i. 5 Tausend und 067 Trillionen,
— — — — 036 Billionen,
823 Tausend und 596 Millionen,
430 Tausend und 009.

Anmerkung. Diese Klassenstriche erleichtern dem Anfänger die Uebersicht; später aber, wenn man die Zahlen selbst anschreibt, thut man besser zwischen je drei Ziffern einen bemerkbaren Abstand zu lassen, wie z. B. 5 067 000 036 823 596 430 009. Nie aber gewöhne man sich, Komma zwischen die Ziffern zu machen, weil diese in der Zahlenlehre eine eigene Bedeutung haben, wie später erklärt werden wird.

Digitized by Google

Uebungsbeispiele im Lesen der Zahlen.

Die hier stehenden Zahlen sind zu lesen und mit Worten zu schreiben:

1) 72531689; 4) 3204000609700005;
2) 246005083; 5) 89300700700007000;
3) 500000006; 6) 20600000089700006040 09;

7) 1000000000000 Pfenninge betragen 2500000000000 Kreuzer oder 4166666666 Gulden und 40 Kreuzer, und wer diese Pfenninge zählen wollte, und zu diesem Zwecke, täglich 12 Stunden unausgesetzt, in jeder Minute 100 Pfenninge zählte, würde 38052 Jahre lang zählen müssen.

8) Die ganze Grenzlinie des Königreichs Bayern beträgt 731 geographische Stunden und der gesammte Flächeninhalt 1381 Quadrat-Meilen, auf denen 4370977 Seelen wohnen (1840).

9) Bayern hatte im Jahre 1827 eine Bevölkerung von 4044569 Seelen in 842753 Familien; Ende 1840 aber 4370977 Seelen in 959099 Familien.

10) Die bayerische Armee zählt an Infanterie 42456 Mann, an Kavallerie 9534 Mann, an Artillerie 3154 Mann und an Fuhrwesen 1095 Mann, die nicht Streitbaren, als Aerzte ꝛc. eingezählt.

11) Die Fläche des Königreiches ist in folgender Art angebaut: 9793266 Tagwerke Aecker, 2792160 Tagwerke Wiesen, 363812 Tagwerke Weinberge, Wohnungen sammt Gärten, 6444876 Tagw. Waldungen, 507247 Tagw. Gewässer und 2332711 Tagw. Weiden, Moose und unangebautes Land.

§. 5. Ausgesprochene Zahlen mit Ziffern zu schreiben.

a) Das Anschreiben der dreiziffrigen Zahl ist die Grundlage. Das Verfahren hiezu, in dem man volle Fertigkeit erlangen muß, ist sehr einfach, nämlich:

Man schreibt zuerst die Ziffer, welche die Anzahl der Hunderter nennt, dann rechts daneben jene der Zehner, und rechts neben diese, die Ziffer der Einer; z. B.

1) Vierhundert sechs und fünfzig, d. i.
4 Hunderter, 5 Zehner, 6 Einer, also 456.

Digitized by Google

2) Fünfhundert, d. i.
5 Hunderter, 0 Zehner, 0 Einer, also 500.
3) Achthundert und sieben, d. i.
8 Hunderter, 0 Zehner und 7 Einer, also 807.
4) Zweihundert und dreißig, d. i.
2 Hunderter, 3 Zehner und 0 Einer, also 230.

Besondere Rücksicht ist hierbei auf die Ziffer 0 zu nehmen. Da nämlich dieses Zeichen nur die Fehlanzeige ist, wenn einer dreiziffrigen Zahl irgend ein Rang, gleichviel ob der Hunderter, Zehner oder Einer fehlt, so kann mit Hülfe der Null auch jede blos 2 oder einziffrige Zahl, z. B. 76, 2 u. s. a. dreiziffrig geschrieben werden, nämlich 076; 002 u. s. f.

Anmerkung. Auch erkennt man hieraus, daß Nullen, die ganz links am Anfange einer Zahl stehen, weggelassen werden können, während Nullen, die zwischen oder rechts von bedeutenden Ziffern stehen, nie verändert werden dürfen; denn so ist z. B.
008 einerlei mit 8, hingegen
500 sehr verschieden von 5, indem durch das Auslassen der 00 bei 500 der 5er um zwei Rang erniedrigt wurde, während bei 008 das Auslassen der Nullen, den Rang der Ziffer 8 ungeschmälert läßt.

b) Kann man nun jede ausgesprochene Zahl von 1 bis 999 dreiziffrig schreiben, so übe man sich, Zahlen die Tausende nennen, auch mit Ziffern zu schreiben, und zwar jedesmal sechsziffrig, indem man sowohl die Tausende, als auch das Folgende (nach a) dreiziffrig schreibt. Zur leichtern Uebersicht läßt man dabei zwischen je drei Ziffern einen kleinen Abstand, nämlich:

572 Tausend und 319, ... angeschrieben 572 319;
17 Tausend und 832, ... " " 017 832;
Vier Tausend und sieben, . . . " " 004 007;
Fünfhundert Tausend und neunzig, " " 500 090;
Achthundert zwei und fünfzig Tausend
vierhundert und siebenzehn, . . . " " 852 417.

Auch hier kann man die ganz links am Anfange bei den Tausendern stehenden Nullen weglassen, und thut es auch jederzeit, wenn keine Millionen oder überhaupt keine höhern Einheiten mehr vorkommen.

c) Hat man nun Fertigkeit im Schreiben jeder Zahl unter einer Million, so geht es mit allen größern sehr leicht.

Digitized by Google

Im Fall nämlich die ausgesprochene Zahl Millionen zählt, so schreibt man ihre Anzahl mit 6 Ziffern hin und fügt hierauf das übrige der ausgesprochenen Zahl auch sechsziffrig rechts bei. Hört man Billionen, so werden erst diese, dann die Millionen, dann das übrige, jedes für sich sechsziffrig hingeschrieben, wobei man auch hier die Nullen ganz links zu Anfang der Zahl jedesmal wegläßt.

Es sey z. B. anzuschreiben die ausgesprochene Zahl: 3 Tausend u. 49 Millionen, 18 Tausend u. sechs; so schreibt man zuerst die Anzahl der Millionen, hier 3 Tausend und 49 sechsziffrig hin, nämlich 003 049; rechts an sie das übrige auch sechsziffrig, also 018 006, und man erhält mit Weglassung der vordersten Nullen die ausgesprochene Zahl 3 049 018 006.

Es sey ferner mit Ziffern zu schreiben: 25 Tausend 8 Billionen, und 2 hundert; so hat man 025 008 Billionen, 000 000 Millionen und 000 200, daher ist die vollständige Zahl 25 008 000 000 000 200, indem man nur die aller erste Null weglassen durfte. In gleicher Art verfährt man aber mit jeder noch größern Zahl, wenn solche vorkommen sollte.

Uebungsbeispiele.

Folgende mit Worten geschriebene Zahlen sind mit Ziffern zu schreiben:

12) Die Frauenkirche in München hat eine Höhe von dreihundert fünf und dreißig Fuß, die Martinskirche in Landshut von vierhundert und siebenzig und die Zugspitze von zehn Tausend sechshundert und dreißig Fuß.

13) Der ganze Flächenraum des Königreichs Bayern beträgt zwei und zwanzig Millionen, zweihundert vier und dreißig Tausend und zwei und siebenzig Tagwerk.

14) Der Umkreis der Erde hält fünf Tausend vier hundert geographische Meilen, und ihre ganze Oberfläche neun Millionen, zweihundert ein und achtzig Tausend, neunhundert sechs und fünfzig Quadratmeilen.

15) Der Durchmesser der Erde ist ein Tausend, siebenhundert und neunzehn geographische Meilen und der

Digitized by Google

Raum, den sie einnimmt, beträgt zwei Tausend, sechs hundert und fünfzig Millionen, sechshundert sechs und achtzig Tausend Kubikmeilen.

16) Die Entfernung der Erde von der Sonne beträgt zwanzig Millionen, sechshundert zwei und achtzig Tausend, dreihundert neun und zwanzig geographische Meilen; die Entfernung des Mondes von der Erde aber ein und fünfzig Tausend siebenhundert und sechs solche Meilen.

§. 6. Zählungsarten.

Die nun vollständig erklärte Art zu zählen, nach welcher immer zehn Einheiten eine höhere Einheit ausmachen, heißt die zehntheilige Zählungsart oder auch das Dezimalsystem.

Außer dieser allgemeinen, auf alle zählbaren Dinge anwendbaren Zählungsart, sind bei Geld, Maaß und Gewicht noch viele andere Zählungsarten eingeführt, so z. B. wird beim Geld der Heller nur auf 7 gezählt und schon 8 Heller eine Einheit von höherm Range (Kreuzer) genannt; die Kreuzer aber werden bis 59 gezählt und erst 60 Kreuzer machen eine Einheit vom 2ten höhern Range aus, welche Gulden genannt wird.

Die Zahl, welche bei einer Zählungsart angibt, wie viele Einheiten zusammen genommen eine höhere Einheit bilden, heißt die Eintheilungszahl. Hat eine Zählungsart nur eine Eintheilungszahl, sind nämlich, wie in unserem Dezimalsystem, alle höhern Einheiten nach ein und demselben Gesetze gebildet, so heißt sie regelmäßig; hingegen unregelmäßig, wenn wie bei unserm Gelde u. s. w. mehrere Eintheilungszahlen gebraucht werden.

Anmerkung. Diese besondern bei unserm Gelde, Maaß und Gewicht eingeführten Zählungsarten, sind in der Zahlenlehre lästig und erschweren dieselbe. Hätte man die zehntheilige Zählungsart für alle Dinge als Geld, Maaß ꝛc. angenommen, so könnte man viel kürzer rechnen, indem sodann keine eignen Regeln zur Rechnung mit mehrfach benannten Zahlen (3te Abtheil.) nöthig wären. Es sind aber diese vor langer Zeit eingeführten, besondern Zählungsarten so eingebürgert, daß ihre Zurückführung auf die zehntheilige regelmäßige, nur langsam und mit Vorsicht geschehen könnte, indem nicht Jedermann die nöthige Einsicht

Digitized by Google

in die Zählungsarten hat, um die Vortheile einer solchen Veränderung zu erkennen, und sich nicht hiedurch benachtheiligt zu glauben.

Aus dem so eben Erklärten wird aber auch erkannt werden, daß unsere Art, alle Zahlen, mit zehn Zahlzeichen zu schreiben und mit je zehn Einheiten, eine höhere Einheit zu bilden, eine reine Annahme und durchaus nichts unabänderlich Nothwendiges sey; sondern daß man auch alle Zahlen mit mehr oder weniger als zehn Figuren schreiben, und mit mehr oder weniger als zehn Einern die höhern Einheiten bilden könnte. Es zählen auch wirklich einige Völker im Innern Afrika's nur auf vier, indem sie fünf Einheiten schon eins von höherm Range, und zwar eine Hand nennen. Dieses Gesetz bei dem nur 5 Ziffern nöthig sind, um jede noch so große Zahl zu schreiben, mag seine Entstehung dem Abzählen an den fünf Fingern einer Hand verdanken, so wie das unsere durch das Abzählen an den zehn Fingern entstanden zu seyn scheint.

Die zehntheilige Zählungsart war schon bei den Römern, Griechen und noch ältern Völkern eingeführt. Die jetzt gebräuchlichen zehn Zahlzeichen 0, 1, 2 bis 9 aber, und die höchst sinnreiche, einfache Art mit denselben jede noch so große Zahl der zehntheiligen Zählungsart anzuschreiben (deren Vortheile im Verfolge mehr auffallen werden), sind uns erst am Anfange des eilften Jahrhunderts von den Arabern aus Spanien zugekommen. Aus diesem Grunde nennt man sie die arabischen Ziffern, im Gegensatze zu den ehemals gebräuchlichen römischen Ziffern, welche nur noch bei Aufschriften angewendet werden, indem das Rechnen mit denselben eine höchst unbeholfene, mühsame Arbeit war.

§. 7. Die römischen Zahlzeichen.

Die Römer benützten hiezu einige ihrer Lautirzeichen (Buchstaben) nämlich:

I (i) für eins.	C (c) für einhundert.
V (v) für fünf.	D (d) für fünfhundert.
X (x) für zehn.	M (m) für eintausend.
L (l) für fünfzig.	

Um nun mit diesen Zeichen Zahlen zu schreiben, setzten sie dieselben von der linken zur rechten Hand, nach der Größe ihres Werthes, nebeneinander. So z. B. wurde 1687 geschrieben:

MDCLXXXVII; und es macht das Aussprechen einer so geschriebenen Zahl immer ein Zusammenzählen nöthig,

Digitized by Google

nämlich 1 Tausend, 5 hundert und 1 hundert sind 6 hundert, fünfzig und 10 und 10 und 10 geben achtzig, dann 5 und 1 und 1 machen sieben.

Wurde aber ein Buchstabe von geringerm Werthe links voraus, und rechts neben ihn, einer von größerm Werthe geschrieben, so zeigte dieses an, daß der geringere vom rechts folgenden höhern wegzunehmen sey; so z. B. bedeutet

IV, die Zahl 4; CDXCIX, die Zahl 499.
XLII, die Zahl 42; MDCCCXXXIX, die Zahl 1839.

Uebungsbeispiele.

17) Es sind die Zahlen 58; 319; 1841 } mit röm. Ziffern
18) „ „ „ 474; 1812; 8972 } zu schreiben.

Es sind folgende Zahlen zu lesen und mit arabischen Ziffern zu schreiben:

19) Den XXIX April MDCCXC || 20) CDVII
21) XCIV || 22) CMXLIV.

23) Der gelehrte Gerbert, Bischof von Rheims, der im Jahre CMXCIX, als Sylvester II. auf den päpstlichen Stuhl erhoben wurde, verbreitete die jetzt gebräuchlichen Ziffern, welche er bei den Arabern in Spanien hatte kennen lernen.

Fragen, deren Beantwortung zur Wiederholung der ersten Abtheilung dienen kann.

1) Was ist die Größenlehre? (Antwort: Seite 1. a)
2) Was versteht man unter Einheit, was unter Zahl? (b)
3) Was sind Einheiten höhern oder niedern Ranges? (c)
4) Was ist eine unbenannte, was eine benannte Zahl? (d)
5) Wenn heißen Zahlen mehrfach, wenn einfach benannt? (d)
6) Welche Zahlen sind gleichnamig, welche ungleichnamig? (d)
7) Was ist eine stetige Größe, was eine gezählte und was ist die Zahlenlehre? (Antwort: Seite 5. c)
8) Was für ein Unterschied ist zwischen Ziffern und Zahlen? (S.4)
9) Wie viele Ziffern haben wir, und wie viele Zahlen? (§. 1)
10) Wie werden mit unsern zehn Zahlzeichen alle Zahlen geschrieben?
11) Welche Namen haben dabei die Einheiten verschiedenen Ranges, und welche Namen kehren nach einer bestimmten Anzahl immer wieder? (§. 3)
12) Welche Bedeutung und Anwendung hat das Zeichen 0? (§ 5.)
13) Darf man bei den Zahlen 5007, 5070, 5007, 0507, 0057, 5700 die Nullen weglassen? bei welchen? bei welchen nicht? und warum?
14) Was versteht man unter der zehntheiligen Zählungsart? (§. 6.)

Digitized by Google

15) Bestehen außer dieser noch andere Zählungsarten? (§. 6)
16) Hatten die Römer andere Ziffern, andere Zahlen oder eine andere Zählungsart als wir? (§. 6)
17) Welches sind die römischen Zahlzeichen, und wie werden damit Zahlen geschrieben? (§. 7)

Zweite Abtheilung.

Die Rechnungsarten mit unbenannten und einfach benannten Zahlen.

§. 8. Erklärung, was eine Rechnungsart ist.

Durch Vor- und Rückwärtszählen könnte man nun die Veränderungen der Zahlen, nämlich ihre Vermehrungen und Verminderungen finden. So z. B. ließe sich dadurch ermitteln: 1) wie viel 842 Mann und 753 M. zusammen genommen geben; oder 2) was übrig bleibt, wenn man von 137 Patronen, 86 verbraucht hat. Man dürfte bei der ersten Frage nur Mann um Mann von der einen Abtheilung zur andern hinüber treten lassen, und aufwärts zählen: 842 und 1 geben 843, und 1 geben 844 u. s. f., bis daß die beiden Abtheilungen in eine vereint wären.

Anstatt eines solchen zeitraubenden, bei größern Zahlen nicht zu erlebenden Abzählens (welches jedoch Leute, die nur das Numeriren erlernten, mit Hülfe ihrer Finger anwenden müssen) sind eigene Verfahrungsarten erfunden, um die Veränderungen der Zahlen auf kürzere Art, als durch Abzählen zu finden. Diese heißen Rechnungsarten, und Rechnen heißt: die Veränderungen der Zahlen mit Hülfe der Rechnungsarten finden.

Anmerkung. Da sich Zahlen nur vermehren und vermindern lassen, so kann es eigentlich nur zwei Hauptrechnungsarten geben, nämlich 1) jene der Vermehrung; 2) jene der Verminderung.

Digitized by Google

Erster Abschnitt.

Vom Zusammenzählen.

§. 9. Erklärung der Zusammenzählung.

Der Name erklärt schon deutlich, worin diese leichteste der Rechnungsarten besteht. Es ist nämlich die Vereinigung zweier oder mehrerer Zahlen in eine einzige, die allein so groß ist, als alle jene gegebenen Zahlen zusammen genommen. Die Zahlen, welche zusammengezählt werden sollen, nennt man die gegebenen Stücke od. die Posten, und die Zahl, welche man durch das Zusammenzählen der Stücke findet, heißt das Ganze. Wenn man z. B. 9 kr. und 5 kr. zusammenzählt, so sind 9 kr. und 5 kr. die gegebenen Stücke oder Posten und die gefundene Zahl 14 kr., die allein so groß ist, als die beiden gegebenen Posten zusammen genommen, ist das Ganze.

Anmerkung. Zusammenzählen nennt man auch addiren, vom lateinischen addere, hinzufügen; so wie das Ganze auch Summe und die Posten, Summanden genannt werden vom lateinischen Worte summa, das Ganze.

§. 10. Erklärung der Rechnungszeichen + und =.

Um in Kürze die Rechnungsarten anzuzeigen, sind sogenannte Rechnungs-Zeichen eingeführt, von denen beim Zusammenzählen zwei vorkommen.

1) Um anzuzeigen, daß Zahlen zusammengezählt (addirt) werden sollen, setzt man zwischen je zwei derselben das Zeichen + und spricht dieses stehende Kreuz mit und, oder mehr (plus) aus.

2) Will man anzeigen, daß zwei Dinge gleich sind, d. h. die nämliche Einheit gleichvielmal enthalten, so setzt man zwischen sie das Zeichen =, und liest es: ist gleich od. sind gleich. So z. B. bedeutet 5 kr. + 3 kr. + 9 kr. = 17 kr., daß 5 kr., 3 kr. und 9 kr. zusammengezählt werden sollen, und daß diese 3 Zahlen zusammen, so viele Einheiten enthalten, als die Zahl 17 kr. allein, und es wird gelesen: 5 kr. und 3 kr. und 9 kr. ist gleich mit 17 kr.

Digitized by Google

§. 11. Grundsätze des Zusammenzählens.

Unter Grundsatz versteht man eine Aussage, deren Richtigkeit von selbst einleuchtet. Die Grundsätze der Addition sind:

I. Nur gleichnamige Zahlen (d. Seite 3.) können zusammen gezählt werden. So lassen sich z. B. 2 Guldenstücke und 3 Pfenninge weder als Pfenninge noch als Gulden addiren; betrachtet man sie aber unter einem gemeinschaftlichen Namen z. B. Geldstücke, dann ist ihre Summe 5 Geldstücke.

II. Das Ganze (Summe) ist gleichnamig mit den zusammengezählten Stücken (Summanden). Dieß zeigt ebenfalls das obige Beispiel.

Es lassen sich daher in unsrer Zählungsart (§. 2) nur Zahlen von gleichem Range, also Einer und Einer, Zehner und Zehner ꝛc. zusammenzählen, und die Summe hat jedesmal den Rang der Stücke. So sind 6 Einer + 3 Einer = 9 Einer; 2 Hunderter + 4 Hunderter = 6 Hunderter u. s. w. Hingegen können 2 Hunderter + 3 Einer nicht zusammengezählt, sondern nur nebeneinander ausgesprochen werden, 2 Hundert und 3 (203).

III. Man erhält die nämliche Summe, in welcher Reihenfolge man auch die gegebenen Stücke zusammenzählt. Gibt z. B. von drei Kompagnien die erste 2 Mann, die zweite 7 Mann und die dritte 5 Mann auf Dienst, so erhält man einerlei Stärke, in welcher Ordnung man sie auch zusammenstellen mag. Es sind nämlich 2 Mann + 7 M. + 5 M. = 14 Mann, eben so gut als 7 Mann + 2 M. + 5 M. = 14 M. oder 5 Mann + 7 M. + 2 M. = 14 Mann sind.

Anmerkung. Unsere Art der Zahlenangabe durch Zusammenstellung von ungleichnamigen Stücken, erscheint auf den ersten Blick unbequemer, als wenn jede Zahl (so wie die ersten neun 1, 2, 3 bis 9) mit einer eigenen Figur bezeichnet wäre. Aber gerade auf dieser Zusammenstellung, nach welcher z. B. 5106 aus 5 Tausender + 1 Hunderter + 0 Zehner + 6 Einer, 842 aus 8 Hunderter + 4 Zehner + 2 Einer besteht, beruht die Leichtigkeit, mit selbst großen Zahlen rechnen zu können. Um z. B. 5106 und 842 zu addiren, wird man nur ihre gleichnamigen Stücke, als ihre Einer, dann ihre Zehner u. s. w. zusammen zu zählen brauchen. Wäre hingegen jede dieser bei-

den Zahlen durch ein eigenes Zahlwort und eine eigene Figur bezeichnet, so müßte, um ihre Summe zu erhalten, die kleinere eins um eins zur größern hinzu gezählt werden. Bei unsern ersten 9 Zahlen vermeidet man dieses nur dadurch, daß man ein für allemal die Summe von je zwei derselben auswendig lernt.

§. 12. Das Zusammenzählen von zwei einziffrigen Zahlen.

0	und	1	ist	1	0	+ 9	=	9
1	„	1	sind	2	1	+ 9	=	10
2	„	1	„	3	2	+ 9	=	11
3	„	1	„	4	3	+ 9	=	12
4	„	1	„	5	4	+ 9	=	13
5	„	1	„	6	5	+ 9	=	14
6	„	1	„	7	6	+ 9	=	15
7	„	1	„	8	7	+ 9	=	16
8	„	1	„	9	8	+ 9	=	17
9	„	1	„	10	9	+ 9	=	18

Durch Aufwärtszählen von eins um eins stellen sich Anfänger eine Tafel zusammen für jede unsrer 9 Ziffern, wie die hier zur Seite für die Zahlen 1 und 9 angelegten. Mit Hülfe dieser Tafel prägen sie sich dann die Summe von je zwei einziffrigen Zahlen ein, bis sie dieselben auswendig, auch außer der Ordnung, rasch angeben können. Diese Fertigkeit ist durchaus nöthig, um größere Zahlen ohne viel Zeitverlust addiren zu lernen.

Anmerkung. Wenn die Summe der beiden Zahlen 10 überschreitet (z. B. 8 + 5 = 13), so kann man die kleinere (5) so zerstücken, daß das eine Stück (2) die größere Zahl (8) auf 10 ergänzt. Man denkt sich nämlich bei 8 + 5 zuerst 8 + 2 sind 10 und hiezu noch 3 sind 13. Hiedurch wird die Uebung weniger mechanisch.

§. 13. Das Zusammenzählen der einziffrigen Zahl zur zweiziffrigen Zahl unsrer zehntheiligen Zählungsart.

Regel. Man zählt die einziffrige Zahl nur zu den Einern der zweiziffrigen Zahl (nach §. 12), als hätte diese keine Zehner. Erhält man hiebei

1) nicht mehr als 9 Einer, so spricht man die Zehner der zweiziffrigen Zahl sogleich dazu aus; z. B. was geben 34 und 5? Die 5 Einer geben zu den 4 Einern gezählt, 9 Einer, zu diesen die drei Zehner ausgesprochen, gibt 9 und dreißig (39). Ist aber
2) die Summe der Einer größer als 9, so spricht man nur ihre Einer aus, vermehrt dagegen die Zehnerziffer der zweiziffrigen Zahl um eins; z. B. was geben 34 + 8?

Digitized by Google

Die 4 und 8 Einer geben 12 (also mehr als 9), man spricht daher nur ihre Einerziffer 2, hingegen die Zehnerziffer 3 der Zahl 34 um eins höher aus, sagt also: 2 und vierzig.

Anmerkung. Bei diesem Zusammenzählen kann man sich manche kleine Vortheile aneignen, als z. B. zu einer Zahl wird 9 addirt, dadurch daß man ihre Einerziffer um eins vermindert, ihre Zehner hingegen um eins vermehrt. Aehnlich verfährt man mit 8. Auch gehört hieher das Zerstücken der einziffrigen Zahl (Anm. §. 12).

Uebungsbeispiele.

Die beßte Uebung ist vorerst das Aufwärtszählen mit allen Ziffern von Null bis 100 und darüber. Man sagt z. B. mit 8: 0 und 8 geben 8, und 8 geben 16 u. s. f.; sodann 1 und 8 geben 9, und 8 geben 17 u. s. f.

24) 8 + 7 + 5 + 9 + 6 + 4; 25) 8 + 2 + 9 + 3 + 6 + 7;
26) 9 + 8 + 9 + 7 + 6 + 5 + 6 + 8 + 9 + 9 + 9 + 8 + 8.

Beweis der obigen Regel.

Die Angabe eines Verfahrens, durch welches man alle Exempel der nämlichen Art ausrechnen kann, heißt eine Regel und die Darlegung der Richtigkeit des Verfahrens, heißt der Beweis. Die oben angegebene Regel gründet sich darauf, daß jede zweiziffrige Zahl (34) aus zwei ungleichnamigen Stücken, den (3) Zehnern und den (4) Einern zusammengestellt ist (§. 2). Mit den (4) Einern ist die einziffrige Zahl (5 oder 8) gleichnamig und es können diese daher zusammengezählt werden (nach §. 11, Grundsatz I). Ist nun

1) die erhaltene Einersumme nicht größer als 9, mithin einziffrig, so kann sie alsbald neben die Zehnerziffer gestellt (39) und zu ihr ausgesprochen werden (nach §. 2). Ist aber

2) die Summe der Einer größer als 9 (4 + 8 = 12), also zweiziffrig, so besteht sie selbst wieder aus zwei ungleichnamigen Stücken, nämlich aus (1) Zehner und (2) Einern, welch ersterer die vorhandenen (3) Zehner der zweiziffrigen Zahl (34) um eins vermehrt.

§. 14. Das Zusammenzählen mehrziffriger Zahlen.

Wenn mehrere zwei oder mehrziffrige Zahlen unsrer Zählungsart, z. B. 4925 Mann + 19 M. + 3607 M. + 328 M. + 6215 Mann zusammenzuzählen sind, so verfährt man, wie folgt:

Regel. 1) Man schreibt die zu addirenden Zahlen (wie hier unten) so unter einander, daß ihre letzten Ziffern rechter Hand sämmtlich in eine aufrechte Reihe kommen, also nur Einer unter Einer, Zehner unter Zehner u. s. f. stehen, und zieht unterhalb der letzten Zahl einen liegenden Strich.

2) Dann zählt man, rechts anfangend, zuerst die Reihe der Einer zusammen (nach §. 13), und schreibt ihre Summe, wenn sie einziffrig ist, ganz unter die addirte Reihe, unterhalb des Striches, an. Wäre die Summe aber nicht einziffrig, so schreibt man nur ihre Einer unter die addirte Reihe, merkt sich ihre Zehner (gewöhnlich nur im Kopf) und zählt diese zur nächsten Reihe links hinzu.

3) Hierauf wird auf die nämliche Art die folgende zweite Reihe, dann die dritte u. s. f. addirt, und alles was für die erste Reihe gesagt wurde, gilt auch wörtlich für jede folgende. Nur die Summe der allerletzten Reihe links wird völlig unter den Strich geschrieben, ohne etwas im Sinne zu behalten.

4	925	Mann
	19	"
3	607	"
	328	"
6	215	"
2	3	
Summe 15	094	Mann.

Im obigen Beispiele gibt die Summe der Einer 34; ihre Einerziffer 4 ist unterm Striche angeschrieben, und ihre 3 Zehner zur folgenden Reihe der Zehner gezählt. Die nun folgende Summe der Zehner gibt 9 und ist daher ganz angeschrieben. Die Summe der Hunderter ist 20, man schreibt daher 0 an, und zählt 2 zur folgenden letzten Reihe, deren Summe 15 endlich voll herunter geschrieben ist. Antw. Die gesuchte Summe ist 15 094 Mann.

Beispiele.

a)		266 fl.		
Gegebene	39	573 "	b)	8 017 589
Stücke od.	4	809 "		26 259
Posten.		78 "		6 018 954
	20	974 "		4 619
Summe	65	700 fl.		14 067 421

Anmerkung 1. Wer eines der Beispiele, etwa a, durch Zusammenzählen der einzelnen Guldenstücke finden wollte, würde hiezu wohl gegen 11 Stunden brauchen. Der Grund der Abkürzung bei obigem Verfahren beruht aber darauf, daß jede unse-

rer mehrziffrigen Zahlen aus ungleichnamigen Stücken zusammengestellt ist (§. 11, Anmerk.), die zum Theil schon sehr groß sind; indem man z. B. die Ziffern der 3ten Reihe zusammenzählte, so wurden mit einemmal ganze Mengen von Einheiten, nämlich Hunderte, in der 4ten Reihe ganze Tausende u. s. f. zusammengezählt.

Anmerkung 2. Aus der vorstehenden Regel ist auch leicht zu erkennen, daß die Grundregel alles Zusammenzählens darin besteht, die Ziffern von gleichem Range einzeln zusammenzuzählen, wobei das unter einander Schreiben derselben zwar zur Erleichterung dient, aber nicht durchaus nöthig ist.

Uebungsbeispiele.

27) 35 + 16 + 5 + 86 + 93 + 54 + 79.

28) 852 + 9 + 307 + 91 + 26 + 517.

29) 76 + 4 708 + 692 + 8 657 + 8 + 999.

30) 43 806 + 9654 + 52 417 + 300 008.

31) 9 306 786 + 8 798 400 + 987 098.

32) 57 896 518 + 309 + 6 204 632 + 89 900 + 59 + 707 770 + 18 000 + 876 234.

Beweis. Nach Grundsatz I. §. 11. können gleichnamige Zahlen, also Einer und Einer, Zehner und Zehner u. s. f. zusammengezählt werden. Indem man nun 1) die gegebenen Stücke so unter einander schreibt, daß rechter Hand alle Einer unter einander kommen, so stehen dadurch auch alle Zehner, alle Hunderter u. s. w. unter einander, und es haben die in jeder aufrechten Reihe stehenden Ziffern einerlei Einheiten, d. h. sie sind gleichnamig und können daher zusammengezählt werden. 2) Gibt hiebei irgend eine Reihe eine zweiziffrige Summe (wie z. B. die erste Reihe die Summe 34 gab), so ist diese aus zwei Stücken zusammengestellt, nämlich aus ihrer Einerziffer (4), welche gerade solche Einheiten enthält, als in der addirten Reihe stehen, und welche daher gerade unter die Reihe geschrieben werden muß, damit ihr der Name auch in der Summe bleibt (Grundsatz II. §. 11); dann aus ihrer Zehnerziffer (3), welche, wie in jeder zehntheilig geschriebenen Zahl zehnmal größere Einheiten enthält (§. 2), mithin solche, wie sie die links folgende Reihe hat, und daher nur zu dieser gezählt werden kann. Gibt aber irgend eine Reihe eine einziffrige Summe (wie z. B. die 2te Reihe die Summe 9 gab), so enthält sie nur Einheiten von eben der Art als die addirte Reihe, und muß daher unter diese Reihe gesetzt werden, damit ihr auch in der Summe der gleiche

Digitized by Google

Name (Zehner) bleibt. 3) Daß aber in allen Reihen das nämliche Verfahren zu beobachten ist, ergibt sich aus unserer regelmäßigen Zählungsart, in der je 10 Einheiten eines Ranges eine Einheit des nächst höhern Ranges geben. Hat man endlich auf diese Art die Zahlen stückweise zusammengezählt, so ist die Summe ganz dieselbe, als wenn man die Zahlen eins um eins addirt hätte, weil es nach Grundsatz III, §. 11. ganz einerlei ist, in welcher Ordnung man die gegebenen Stücke zusammenzählt.

§. 15. Probe der Zusammenzählung.

Jedes Verfahren, womit man sich versichert, daß kein Rechnungsfehler begangen sey, nennt man eine Probe. Bei der Addition ist ein wiederholtes Zusammenzählen in umgekehrter Ordnung die sicherste Probe. Man addirt nämlich jede aufrechte Reihe zweimal gleich hintereinander, und zwar einmal von unten hinauf, und dann von oben herab. Findet man beidemal die nämliche Summe, so kann man annehmen, daß diese Reihe richtig zusammengezählt ist, indem es ein seltener Zufall wäre, bei der so veränderten Aufeinanderfolge der Posten den nämlichen Fehler zu begehen. Stimmen aber beide Summen nicht, so zähle man ein Drittesmal zusammen, bis man erkennt, welche der gefundenen Summen die richtige ist.

Anmerkung 1. Man kann auch zur Probe die Posten abtheilen, indem man zuerst nur ungefähr die halbe Anzahl derselben zusammenzählt, dann die übrigen und hierauf die so gefundenen zwei Summen addirt, wobei das nämliche herauskommen muß, als wären alle Posten auf einmal zusammengezählt worden (§. 11, III). Dieses Abtheilen der Posten kann man auch bei großer Anzahl derselben zur Erleichterung der Rechnung anwenden.

Anmerkung 2. Da jede Probe selbst wieder eine Rechnung ist, in der man also fehlen kann, so gibt es eigentlich für keine Rechnung ein untrügliches Prüfungsmittel, und es kann, wenn eine Probe nicht zutrifft, der Fehler ebensowohl in dieser als in der Hauptrechnung selbst liegen. Ein aufmerksames, durchdachtes Rechnen ist daher immer die beste Probe.

§. 16. Zusammenzählen unbenannter Zahlen im Kopfe.

Die §§. 12 und 13 geben die Anleitung zur Addition einziffriger Zahlen, dann einer ein- und zweiziffrigen Zahl im Kopfe. Hiezu kann noch geübt werden das Zusammenzählen

Digitized by Google

von zweien Zahlen, die auch mehr als zwei Ziffern haben. Man ſtellt ſich hiebei die zu addirenden Zahlen recht lebhaft vor, addirt dann zur ganzen erſten Zahl, zuerſt nur die Einer der zweiten Zahl, hierauf zu der erhaltenen Summe die Zehner der zweiten Zahl und fährt in dieſer Art fort. Es iſt z. B. 358 und 67 im Kopfe zu addiren: Man ſagt 358 und 7 gibt 365 (nach §. 13); ferner 365 und 6 Zehner iſt 3 Hundert, 12 Zehner und 5, d. i. 4 Hundert, zwanzig und fünf (425).

Zur Uebung rechne man im Kopfe:

33) 27 und 10 und 10 und 10 und 10 und 10 geben?
34) 56 und 30?
35) 78 und 60?
36) 584 und 90?
37) 35 und 24?
38) 97 und 46?
39) 427 und 285?

Zweiter Abſchnitt.

Vom Abziehen unbenannter oder einfach benannter Zahlen.

§. 17. Erklärung des Abziehens und des Zeichens (—).

Die Rechnungsart, welche finden lehrt, was übrig bleibt, wenn man von einer Zahl eine andere Zahl wegnimmt, wird das **Abziehen** genannt. Dabei heißt diejenige Zahl, von der weggenommen wird, das Ganze; diejenige Zahl, welche man wegnimmt, der Abzug, und diejenige Zahl welche übrig bleibt, der Reſt oder Unterſchied. Wenn man z. B. von 9 Gulden, 6 Gulden wegnimmt, ſo bleiben 3 Gulden, und es iſt daher in dieſem Beiſpiele 9 Gulden das Ganze; 6 Gulden der Abzug und 3 Gulden der Reſt oder Unterſchied.

Um dieſe Rechnungsart anzuzeigen, ſchreibt man das Ganze voraus, und trennt es vom Abzug durch das Zeichen (—), welches weniger geleſen wird. Demgemäß ſteht obiges Beiſpiel: 9 Gulden — 6 Gulden = 3 Gulden und wird geleſen: 9 Gulden weniger 6 Gulden iſt gleich 3 Gulden.

Anmerkung 1. Von lateiniſchen Wörtern abgeleitet, ſagt man auch: Subtraction, ſtatt das Abziehen; ſubtrahiren,

statt abziehen; der Minuend, statt das Ganze; der Subtrahend, anstatt der Abzug; die Differenz, anstatt der Rest oder Unterschied und Minus, anstatt weniger.

Anmerkung 2. Zusammenzählen und Abziehen sind zwei Verfahrungs- od. Rechnungs-Arten, die einander gerade entgegengesetzt sind; denn so wie das Zusammenzählen ein Hinzufügen, also Vermehren ist, so ist im Gegentheil das Abziehen ein Hinwegnehmen, also Vermindern.

§. 18. Grundsätze des Abziehens (der Subtraction).

Das Abziehen beruhet auf den nämlichen Grundsätzen wie das Zusammenzählen: I. Nur gleichnamige Zahlen lassen sich von einander abziehen, d. h. es müssen das Ganze und der Abzug immer durch die nämliche Einheit gezählt werden können. II. Der Rest hat denselben Namen wie das Ganze und der Abzug. Es lassen sich demnach nur jene unsrer Zahlen von einander abziehen, die gleichen Rang haben, d. i. Einer von Einern, Zehner von Zehnern u. s. w., und der Rest hat jedesmal den nämlichen Rang wie das Ganze und der Abzug. III. Man erhält den nämlichen Rest, ob man vom Ganzen den Abzug auf einmal, oder ob man ihn stückweise wegnimmt. So bleiben, wenn man z. B. von 8 Gulden, 5 Gulden wegnimmt, 3 Gulden übrig, man mag nun diese 5 Gulden einen um einen, oder alle 5 auf einmal, oder in welcher Art man wolle, wegnehmen. IV. Man erhält auch den nämlichen Rest, wenn man vor dem Abziehen, sowohl zum Ganzen als zum Abzug eine und die nämliche Zahl addirt. So z. B. ist $6 - 4 = 2$, und auch noch $9 - 7 = 2$, obgleich man sowohl das Ganze 6, als auch den Abzug 4 um 3 vergrößerte.

§. 19. Subtractionen, bei denen sowohl der Abzug als der Rest einziffrige Zahlen unserer Anschreibart sind.

Jedes Abziehen kann dadurch verrichtet werden, daß man entweder von dem größern Ganzen zum kleinern Abzug abwärts, oder vom kleinern Abzug zum größern Ganzen aufwärts zählt. So kann man z. B., wenn von 12 die Zahl 8 abgezogen werden soll, entweder von 12 rückwärts zählen, bis man auf 8 kömmt, oder man kann von 8 auf-

Digitized by Google

wärts zählen, bis man auf 12 kömmt. Auf beide Arten erhält man einerlei Unterschied, hier 4.

Hat man nun eine Subtraction, in welcher der Abzug einziffrig (z. B. 9), und das Ganze (z. B. 17) nicht größer ist, als daß der Unterschied auch noch einziffrig wird, so weiß Jeder, der die Additions-Tafel §. 12 im Kopfe hat, ohne Aufwärtszählen von eins um eins, augenblicklich anzugeben, wie weit vom Abzug (9) bis zum Ganzen (17) ist; nämlich 8, weil 9 + 8 = 17 ist.

Nun ist aber das Abziehen solcher Zahlen, bei denen Abzug und Rest einziffrig sind, die Grundlage jeder Subtraction; es suche daher Jeder hierin volle Fertigkeit zu erlangen, was mit Hülfe der Tafel §. 12 geschehen kann.

§. 20. Das Abziehen größerer Zahlen unsrer zehntheiligen Zählungsart.

Die Grundregel des Abziehens zweier Zahlen unsrer Zählungsart besteht (wie die des Zusammenzählens §. 14) darin, daß man jede Ziffer des Abzugs von derjenigen Ziffer des Ganzen abzieht, die mit ihr in gleichem Range steht.

Zu diesem Zwecke schreibt man 1) den Abzug so unter das Ganze, daß die Einer (folglich auch die Zehner, Hunderter u. s. w.) genau unter einander zu stehen kommen, was zwar nicht durchaus nöthig, jedoch so gebräuchlich ist, und auch zur Erleichterung der Rechnung dient. 2) Fängt sodann rechter Hand an; zieht nämlich die Einer des Abzugs von den darüber stehenden Einern des Ganzen ab, und setzt den Rest der Einer gerade herunter, unterhalb eines Striches an. 3) Hierauf verfährt man eben so mit den Zehnern, dann mit den Hundertern und fährt so links fort, bis man jede Ziffer des Abzugs von der über ihr stehenden Ziffer des Ganzen abgezogen hat.

Hiebei können jedoch zwei verschiedene Arten von Beispielen vorkommen, nämlich:

a) Solche, in denen jede Ziffer des Abzugs kleiner, oder doch nicht größer ist, als diejenige Ziffer des Ganzen, die im Ansatze gerade über ihr steht, wie im Beispiele: Von 159 078 soll abgezogen werden 54 032.

Ansatz.	159 078	das Ganze (Minuend)
	54 032	der Abzug (Subtrahend)
	105 046	der Rest od. Unterschied (Differenz).

Ausrechnung. Da in dieser Art von Beispielen jede Ziffer des Abzugs sich von der über ihr stehenden größern Ziffer des Ganzen abziehen läßt, so ist die Rechnung sehr einfach und heißt: 2 von 8, oder 2 bis 8, sind 6; sodann bei den Zehnern 3 bis 7 sind 4; hierauf bei den Hundertern 0 bis 0 ist 0; bei den Tausendern 4 bis 9 ist 5; bei den Zehntausendern 5 bis 5 ist 0 und endlich bei den Hunderttausendern von Nichts bis 1 ist 1. Demnach ist 105 046 der gesuchte Rest oder Unterschied, der nämlich angibt, wie viel übrig bleibt, wenn man von 159 078 die Zahl 54 032 wegnimmt, oder um wie viel 159 078 größer ist als 54 032.

Uebungsbeispiele.

40) 97 — 43; 42) 89 145 608 — 69 003 002;
41) 1849 — 745; 43) 5 682 304 — 5 071 203.

Beweis. Die Gründe dieser Rechnungsart beruhen gänzlich auf den 3 ersten Grundsätzen der Subtraction (§. 18). Im Ansatze haben nämlich jede zwei Ziffern, die übereinander stehen, einerlei Einheiten und können daher nach erstem Grundsatze von einander abgezogen werden. Der Rest ist nach dem zweiten Grundsatze gleichnamig mit dem Abzug und dem Ganzen; es gebührt ihm daher in unserer Anschreibeart die nämliche Stelle, d. i. gerade unter seinem Abzug. Nach drittem Grundsatze endlich darf der Abzug stückweise vom Ganzen weggenommen werden, ohne daß hiedurch im Rest ein Fehler entstünde.

b) Subtractions-Beispiele, in denen eine oder mehrere Ziffern des Abzugs größer sind, als die gerade über ihnen stehenden Ziffern des Ganzen. Man soll z. B. 1365 abziehen von 2084.

2 0 8 4 das Ganze.
1 3 6 5 der Abzug.
7 1 9 der Rest.

Der Ansatz und das Verfahren ist wie bei der ersten Art Beispiele. Kömmt man aber auf eine Ziffer (5) des Abzugs, die größer ist als die gerade über ihr stehende Ziffer (4) des Ganzen, von welcher (4) demnach nicht abgezogen werden kann [indem man auch nicht die obere kleinere Zahl (4) von der untern größern Zahl (5) abziehen darf, da ja die untere Zahl jene ist, welche weggenommen werden soll]; so denkt man sich diese zu kleine Ziffer (4) des Ganzen um 10 vermehrt (hat also 14), zieht von dieser vergrößerten Zahl (14) die unter ihr stehende Ziffer (5)

Digitized by Google

des Abzugs ab (nach §. 19) und setzt den Rest (9) unterhalb des Striches an. Zugleich aber gibt man der im Abzug links folgenden Ziffer (6) ein Zeichen (etwa einen Punkt) und liest beim folgenden Abziehen jede so bezeichnete Ziffer (6·) des Abzugs um eins größer als sie geschrieben steht (also 7 anstatt 6).

Dieses Verfahren, nach welchem man jede zu kleine Ziffer des Ganzen um 10 Einheiten und zugleich die im Abzug links folgende Ziffer um eins vergrößert, heißt das Borgen.

Die obige Rechnung lautet demnach bei den Einern anfangend: 5 von 4 geht nicht, man borgt daher 10, sagt 5 bis 14 sind 9 und schreibt diese unterhalb an; gibt aber zugleich der links folgenden Ziffer (6·) des Abzugs ein Zeichen, liest sie dann um 1 größer und sagt 7 bis 8 ist 1. Ferner bei den Hundertern 3 bis 0 geht nicht, man borgt daher den 0 Hunderten 10 und sagt, 3 bis 10 ist 7, macht jedoch sogleich den 1 Tausend des Abzugs ein Zeichen und liest 1 und 1 d. i. 2 bis 2 ist 0, welche Null man als ganz links stehend nicht anschreibt (§. 5).

Zweites Beispiel. Um dieses Verfahren noch mehr zu versinnlichen, soll gesucht werden, um wie viel 70 010 293 größer ist als 9 480 358.

Das Ganze	70 0 1 0 2 9 3
Der Abzug	9· 4 8· 0 3 5 8
Der Rest	60 5 2 9 9 3 5

Man hat bei den Einern: 8 bis 13 sind 5; bei den Zehnern, 6 bis 9 sind 3; bei den Hundertern, 3 bis 12 sind 9; bei den Tausendern, 1 bis 10 sind 9; bei den Zehntausendern, 9 bis 11 sind 2; bei den Hunderttausendern, 5 bis 10 sind 5; bei den Millionen 10 bis 10 sind 0 und bei den Zehnmillionen, 1 bis 7 sind 6.

Anmerkung. Man kann auch beim Borgen, anstatt im Abzug, die folgende Ziffer um eins zu vergrößern, die über ihr stehende Ziffer des Ganzen um eins verkleinern. Das oben angegebene Verfahren aber ist einfacher.

Uebungsbeispiele.

44) 325 — 217. **45)** 6816 — 4929. **46)** 38072 — 9358.
47) 3 800 781 fl. — 3 730 299 fl. **48)** 6 045 fl. — 5 096 fl.
49) 8 000 605 — 93 896. **50)** 6 080 070 — 5 979 895.

Beweis der Richtigkeit des Verfahrens beim Borgen. Die Ziffer des Ganzen, welche vor dem Borgen kleiner als

die darunter stehende Ziffer des Abzugs war, wird dadurch, daß man ihr 10 borgt, sicher größer als die unter ihr stehende Ziffer des Abzugs, indem diese höchstens 9, und durch hinzufügen einer an sie geborgten eins, höchstens zehn werden kann. Nach dem Borgen kann man also offenbar jedesmal die vorerst zu große Ziffer des Abzugs abziehen, und hieraus erhellt die Zweckmäßigkeit des Verfahrens. Die Richtigkeit desselben aber gründet sich einfach auf den vierten Grundsatz §. 18, nach welchem der Rest richtig bleibt, wenn man das Ganze und den Abzug um Gleiches vermehrt. Indem man nun irgend eine Ziffer des Ganzen um 10 vergrößert, so wird, da in unsrer Zählungsart je 10 Einheiten eine Einheit vom nächst höhern Range ausmachen (§. 2), hiedurch das Ganze eigentlich um eine Einheit der links folgenden Ziffer größer. Indem man nun zugleich im Abzug die links folgende Ziffer um eins vermehrte, was man durch den Punkt angedeutet hat, so werden beide Zahlen, nämlich das Ganze und der Abzug um eine Einheit des nämlichen Rangs größer und geben daher, nach wie vor, den gleichen Rest (§. 18, Grundsatz IV). So z. B. wurden im Exempel 2084 — 1365 (man sehe oben) die 4 Einer des Ganzen um 10 Einer, d. i. um einen Zehner, vergrößert, und um das nämliche auch der Abzug, indem man beim Abziehen der Zehner, deren 7 statt der angeschriebenen 6 abzog. Ferner wurde bei den Hundertern das Ganze um 10 Hunderter = 1 Tausender vermehrt, zugleich aber wurde auch der Abzug um 1 Tausend vergrößert, indem man bei dem folgenden Abziehen der Tausende, statt 1 Tausender nun 2 Tausender wegnahm.

§. 21. Probe der Subtraction.

Der Unterschied zweier Zahlen (z. B. 9 und 7) gibt an, um wie viel die größere der beiden Zahlen (9) größer ist als die andere (7). Zählt man daher den Unterschied (2) zur kleinern Zahl (d. i. zum Abzug 7) hinzu, so muß die größere Zahl (d. i. das Ganze 9) wieder herauskommen. Diese Eigenschaft des richtigen Unterschieds zweier Zahlen gibt eine brauchbare Probe der Subtraction; denn sie ist leichter als die Subtraction, daher dem Fehlen weniger unterworfen, und man braucht, um sie anzuwenden, keine einzige Ziffer zu schreiben, was in der folgenden Rechnung

2 0 8 4 das Ganze,
1 3 6 5 der Abzug,
7 1 9 der Rest,
2 0 8 4 die Probe.

nur der Versinnlichung wegen geschehen ist, indem man geradezu sehen kann, ob die Zusammenzählung der zweiten und dritten Zeile, die erste Zeile wieder gibt.

Anmerkung. In Folge der Eigenschaft, welche der richtige Unterschied je zweier Zahlen hat, kann die Subtraction auch folgendermaßen erklärt werden: Von einer Zahl eine zweite subtrahiren, heißt eine dritte Zahl finden, die zur zweiten addirt, die erste wieder gibt.

§. 22. Das Abziehen im Kopfe.

Diese Uebung wird in ähnlicher Art, wie bei der Addition, vorgenommen. Nachdem im Abziehen des §. 19 Fertigkeit erlangt ist, übe man das Abziehen einer einziffrigen Zahl von einer zweiziffrigen, indem man mit jeder der Ziffern 1 bis 9 von 100 abwärts zählt, z. B. mit 6: 100 weniger 6 bleiben 94, 94 weniger 6 bleiben 88 u. s. f. Geht dieses mit allen Ziffern von 1 bis 10 ohne Anstand, so übe man auch das Abziehen mehrziffriger Zahlen, indem man sich dabei die Zahlen lebhaft vorstellt, und wie in dem schriftlichen Abziehen, die Einer von den Einern, die Zehner von den Zehnern u. s. f. wegnimmt.

Uebungsbeispiele, die man zuerst im Kopfe und dann schriftlich rechne.

51) 387 — 10; **52)** 416 — 40;
53) 1835 — 1806; **54)** 1841 — 1798.
55) Von 36 kr. wurden 17 kr. ausgegeben; wie viel bleiben?
56) Von 48 Patronen wurden 29 verfeuert; wie viel bleiben?

Fragen zum ersten und zweiten Abschnitt.

1) Was heißt zusammenzählen oder addiren? (Antw. §. 9.)
2) Wie nennt man die Zahlen, welche addirt werden, und wie die beim Addiren gefundene Zahl? (§. 9)
3) Was sind Rechnungszeichen, und welche braucht man beim Addiren? (§. 10.)
4) Welche Zahlen können zusammengezählt werden? (§. 11. I.)
5) Welchen Namen hat das Ganze in Beziehung auf die Stücke? (§. 11. Grundsf. II.)
6) Ist man beim Zusammenzählen mehrerer Zahlen an eine bestimmte Reihenfolge gebunden oder nicht? (§. 11. III.)
7) Können die einzelnen Zifferstellen, aus welchen eine Zahl, z. B. 72083 zusammengestellt ist, wirklich zusammengezählt werden oder nicht, und warum? (§. 11. Grundsf. I.)

Digitized by Google

8) Wie geschieht eigentlich die Addition zweier einziffrigen Zahlen? (§. 12.)
9) Wie wird eine einziffrige Zahl zu einer zweiziffrigen addirt? (§. 13.)
10) Man gebe das Verfahren des Zusammenzählens mehrziffriger Zahlen unserer zehntheiligen Zählungsart an (§. 14).
11) Man addire 36 + 21 + 390 + 7842 und zeige die Richtigkeit des Verfahrens (§. 14).
12) Was ist eine Probe und wie geschieht die Probe bei der Addition (§. 15).

Zweiter Abschnitt (Abziehen).

1) Was heißt Abziehen oder Subtrahiren? (Antwort §. 17.)
2) Wie nennt man a) die Zahl, von welcher weggenommen wird? b) welche weggenommen wird? c) welche übrig bleibt? (§. 17.)
3) Was ist das Subtractionszeichen und wohin muß es gesetzt werden? (§. 17.)
4) In welcher Beziehung steht die Subtraction zur Addition? (§. 17.)
5) Welche Zahlen lassen sich abziehen, und welche Benennung hat der Rest? (§. 18. I u. II.)
6) Muß der Abzug mit einemmale abgezogen werden, oder wie kann es auch anders geschehen? (§. 18. III.)
7) Wenn man zum Ganzen und zum Abzug Gleiches zuzählt, wie wird der Rest? (§. 18. IV.)
8) Wie ist das praktische Verfahren beim Abziehen der Zahl 745 von 1849? (§. 20.)
9) Wie bei 8 000 605 — 93 896 und wie wird die Richtigkeit gezeigt? (§. 20.)
10) Was ist die Eigenschaft des richtigen Unterschieds zweier Zahlen, und wie geschieht daher die Probe der Subtraction? (§. 21.)

Dritter Abschnitt.

Vom gleichmäßigen Vermehren oder Multipliciren unbenannter und einfach benannter Zahlen.

§. 23. Erklärung dieser Rechnungsart.

Wenn bei einer Addition alle Posten durchgängig einerlei sind (z. B. 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 48), so kann die Summe kürzer als durch Zusammenzählen

gefunden werden, und es heißt die Rechnungsart hiezu das Zusammensetzen oder das gleichmäßige Vermehren. Dabei heißt der durchgängig gleiche Posten (8), das Einfache; die Anzahl der Posten (hier 6) heißt der Anzeiger und das herausgebrachte Ganze heißt das Zusammengesetzte.

Zwei gegebene Zahlen zusammensetzen oder gleichmäßig vermehren, heißt demnach die eine so oftmal nehmen, als die andere Einer zählt.

Das Rechnungszeichen des Zusammensetzens ist ein liegendes Kreuz (×) oder ein Punkt (.) und wird mal gelesen; 8×6 oder $8 . 6 = 48$, liest man demnach 8 mal 6 ist gleich 48 und es bedeutet, daß die eine Zahl 8 (das Einfache) so oft genommen werden soll, als die andere Zahl 6 (der Anzeiger) Einer zählt, so daß $8 \times 6 = 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8$ ist.

Anmerkung. Aus dem Lateinischen abgeleitet, sagt man auch häufig:
Anstatt zusammensetzen: Multipliciren, d. i. vervielfältigen.
„ das Zusammensetzen: die Multiplication, d. i. die Vervielfältigung.
„ das Einfache: der Multiplicand, d. i das zu Vervielfältigende.
„ der Anzeiger: der Multiplicator, d. i. der Vervielfältiger.
„ das Zusammengesetzte: das Product, d. i. das Hervorgebrachte.
Endlich werden auch das Einfache und der Anzeiger, wenn man beide nicht unterscheiden will, die Factoren, d. i. die Hervorbringer genannt.

§. 24. **Die Multiplication zweier einziffrigen Zahlen** unsrer Zählungsart kann nur durch Addition geschehen, indem man nämlich (nach §. 13) die eine Zahl so oft zusammenzählt, als die andere Zahl Einer hat. Um z. B. 7×5 zu finden, zählt man die Zahl 7 fünfmal zusammen und man findet 7 und 7 ist 14 und 7 ist 21 und 7 ist 28 und 7 ist 35, so daß also $7 \times 5 = 35$ ist.

Da man jedoch das Produkt je zweier einziffrigen Zahlen sehr häufig braucht und das jedesmalige Aufsuchen durch Zusammenzählen allzu zeitraubend wäre, so zählt man sich ein für allemal das 0 bis 9fache von jeder unsrer Ziffern

Digitized by Google

zusammen, schreibt sich die erhaltenen Summen in eine Tafel, wie es hier nebenan für die Ziffer 6 geschehen ist, und lernt mit Hülfe derselben das Produkt je zweier einziffrigen Zahlen auswendig. Nur wer diese Tafel, welche das Einmaleins heißt, so im Gedächtnisse hat, daß er auch außer der Ordnung das Produkt von je zwei Ziffern anzugeben weiß, wird Fertigkeit im Multipliciren größerer Zahlen erlangen können.

6 mal 0 ist 0
6 × 1 = 6
6 × 2 = 12
6 × 3 = 18
6 × 4 = 24
6 × 5 = 30
6 × 6 = 36
6 × 7 = 42
6 × 8 = 48
6 × 9 = 54
6 × 10 = 60.

Anmerkung 1. Um das selbst angefertigte Einmaleins zu prüfen, steht hier eine Produktentafel aller einziffrigen Zahlen. Will man nämlich aus dieser Tafel das Produkt zweier Ziffern, z. B. 6 × 8 entnehmen, so geht man vorn in die 6te Zeile herunter und in dieser rechts hinein bis zur 8ten aufrechten Reihe, wo man 6 × 8 = 48 findet.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Anmerkung 2. Hätte man für jede Zahl eine eigene Ziffer, so müßte das Produkt von je zwei Zahlen durch Zusammenzählen gefunden werden, was bei großen Zahlen eine höchst mühsame Arbeit wäre. Durch unsere Zahlenanschreibeart (§. 3) aber wird es möglich, selbst große Zahlen leicht und schnell zu multipliciren. Bevor jedoch die Regeln hiezu angegeben werden, folgen hier die Sätze, auf denen jene Regeln beruhen.

§. 25. Grundsätze und vorbereitende Sätze zur Multiplication.

I. Von den beiden Zahlen einer Multiplication ist der Anzeiger (Multiplicator) immer als unbenannte Zahl anzusehen, indem er nur angibt, wie oft das Einfache (Multiplicand) zu nehmen ist. Das Einfache aber kann als gegebenes Stück der Addition benannt oder auch unbenannt seyn, und das Zusammengesetzte (Produkt) hat jedesmal die Benen-

nung des Einfachen; denn es ist die Summe des mehrmals zusammengezählten Einfachen. Wenn daher von den beiden Factoren der eine benannt ist, so ist dieser das Einfache, und das Zusammengesetzte hat dessen Benennung. So ist im Beispiele 5 mal 4 fl. 5 der Anzeiger, 4 fl. das Einfache und das Zusammengesetzte ist 20 mit der Benennung Gulden des Einfachen, d. i. 5×4 fl. $= 20$ fl.

Zusatz. Wenn eine Zahl von irgend einem Range unserer zehntheiligen Zählungsort (z. B. 3 Hunderter) mehrmals genommen wird, so hat das Produkt den nämlichen Rang; z. B. 3 Hunderter $\times 4 = 12$ Hunderter (nach 1).

Anmerkung. Bei der Multiplication müssen nicht so, wie beim Zusammenzählen und Abziehen, die beiden gegebenen Zahlen einerlei Einheiten haben, sondern es muß sogar die eine Zahl unbenannt seyn. Es kömmt jedoch bei praktischen Fällen häufig vor, daß auch der Anzeiger eine benannte Zahl zu seyn scheint. Welcher von den beiden Factoren aber, in einem solchen Falle, das Einfache sey, und welcher der unbenannte Anzeiger, erkennt man an der Benennung des gesuchten Productes, und diese ergibt sich jederzeit aus dem Sinne der Rechnung. Man beantworte z. B. die folgenden zwei Fragen:

1) Was kosten 5 Pfund einer Waare, das Pfund zu 4 fl. gerechnet?
2) Wie viel Pfunde erhält man für 4 fl, wenn 5 Pfund einen Gulden kosten?

Zu 1. Es fragt sich hier um den Preis einer Waare. Dieser kann wohl die Benennung Gulden, nicht aber den Namen Pfund haben, es ist daher 4 fl das Einfache, die Zahl 5 aber ist der Anzeiger, da auch 5 Pfund 5mal so viel kosten als 1 Pfund. Man hat daher 4 fl. $\times 5 = 20$ fl.

Im zweiten Beispiele hingegen, wo es sich um die Anzahl Pfunde fragt, die man für 4 fl. erhält, kann die Antwort nur den Namen Pfund haben. Es ist daher 5 Pfund das Einfache und die Zahl 4 ist der Anzeiger, weil man auch für 4 fl. 4mal so viel erhält als für 1 Gulden. Daher heißt die Rechnung 5 Pfund $\times 4 = 20$ Pfund.

Sollte man aber ausrechnen, was herauskömmt, wenn man 4 Gulden mit 5 Pfund multiplicirt, so kann das Produkt eben sowohl 20 Gulden als 20 Pfund seyn. Es kömmt nämlich auf den Sinn der Aufgabe an, zu entscheiden, welche von den beiden gegebenen Zahlen das Einfache sey.

Uebungsbeispiele.

57) Was geben 5 Hunderter 3mal genommen?
58) Was ist das 4fache von 7 Tausendern? 59) 6 Zehner $\times 3 = ?$

Digitized by Google

60) Wenn in einem Zelte 8 Mann liegen, wie viel dann in 6 solcher Zelte?

61) Jemand kauft 7 Pfund Fleisch um 1 fl., wie viel erhält er für 9 fl.?

II. Satz. Man darf bei jeder Multiplication die Factoren unter sich vertauschen, und man wird das nämliche Product erhalten; nur muß man, wenn das Einfache benannt ist, dessen Benennung dem neuen Einfachen lassen. So z. B. erhält man einerlei, ob man 48 Mann 6mal, oder 6 Mann 48mal nimmt.

Beweis. Um sich hievon zu überzeugen, denke man sich vor der Front einer Abtheilung die 6 Glieder hoch steht, und in jedem der 6 Glieder 48 Mann zählt, so daß also ihre Stärke 48 Mann × 6 ist. Begebe sich hierauf auf eine Flanke der Abtheilung, so wird man nur noch 6 Mann in einer Linie vor sich, jedoch 48 solcher Reihen hintereinander haben, so daß also die jetzige Stärke der Abtheilung 6 Mann × 48 ist. Da jedoch diese unverändert blieb, so ist offenbar 48 Mann × 6 einerlei mit 6 Mann × 48, und man erhält auch durch Zusammenzählen aus dem einen sowohl als aus dem andern 288 Mann.

Anmerkung. Mit Hülfe von Punkten, die man reihenweise aufzeichnet, kann man sich ebenfalls die Richtigkeit des zweiten Satzes für je zwei beliebige Zahlen versinnlichen.

III. Satz. Man erhält auch das nämliche Product, ob man das Einfache auf einmal, oder ob man es stückweise und in welch beliebiger Ordnung multiplicirt. Soll man z. B. 7 Kreuzer 5mal nehmen, so wird man stets 35 Kreuzer erhalten, ob man nun die 7 Kreuzer auf einmal mit 5 multiplicirt, oder ob man sie in 2 oder 3 oder mehr Stücke, z. B. 4 + 2 + 1 Kreuzer zerstückt, und jedes einzelne Stück 5mal nimmt, wodurch man 20 + 10 + 5 Kreuzer, d. i. 35 Kreuzer erhält.

Beweis. Um dieses vollkommen einzusehen, denke man sich, wie hier nebenan, 5 Zeilen jede zu 7 Kreuzern, also im Ganzen 35 Kreuzer, untereinander gelegt und ziehe nach dem 4ten Kreuzer jeder Zeile einen aufrechten Strich, und eben

1te Zeile	****	**	*	kr.
2te "	****	**	*	"
3te "	****	**	*	"
4te "	****	**	*	"
5te "	****	**	*	"

so nach dem 6ten. Man erhält dadurch 3 Abtheilungen. In der ersten Abtheilung linker Hand sind 5 Zeilen, jede zu 4 kr., also zusammen 5 mal 4 kr., d. i. 20 kr. In der folgenden Abtheilung sind auch 5 Zeilen, aber es liegen in jeder Zeile nur 2 kr., also zusammen 5 mal 2 kr., d. i. 10 kr. In der letzten Abtheilung endlich sind wieder 5 Zeilen, aber in jeder Zeile nur 1 kr., also zusammen 5×1 d. i. 5 kr.

Demnach befinden sich in den drei Abtheilungen zusammen genommen $5 . 4$ kr. $+ 5 . 2$ kr. $+ 5 . 1$ kr., und da durch das Abtheilen der aufliegenden 5×7 kr. $= 35$ kr. die Anzahl derselben weder vermehrt noch vermindert wurde; so ist offenbar $5 . 4$ kr. $+ 5 . 2$ kr. $+ 5 . 1$ kr. $= 5 . 7$ kr. geblieben.

Auch ändert es im Producte nichts, wenn man das Einfache mit dem zerstückten Anzeiger in beliebiger Aufeinanderfolge der Stücke multiplicirt. Wer z. B. 8 Gulden 6mal nehmen soll, erhält auch das richtige Produkt 48 Gulden, wenn er den Anzeiger 6 zerstückt, z. B. in $3 + 1 + 2$, und nun die 8 fl. 3mal, dann die 8 fl. noch 1mal und endlich die 8 fl. noch 2mal nimmt. Man erhält dadurch 24 fl. $+ 8$ fl. $+ 16$ fl. was zusammen auch 48 fl. gibt.

Die Richtigkeit hievon erhellt aus dem IIten Satze, demzufolge man den Anzeiger beliebig als das Einfache ansehen kann, und dieses nach IIItem Satze stückweise multipliciren darf.

IV. Satz. Wenn man bei einer Multiplication einen der beiden Factoren vergrößert od. verkleinert, so wird dadurch das Product eben so vielmal vergrößert oder verkleinert.

Beweis. Jedes Product ist die Summe von lauter gleichen Stücken, und das Einfache ist das mehrmal zu addirende gleiche Stück. Macht man nun das Einfache größer oder kleiner (z. B. 3mal), so werden hiedurch alle zu addirenden Stücke, somit augenfällig die ganze Summe, die hier Product heißt, eben so vielmal vergrößert oder verkleinert, ohne daß man den Anzeiger verändert hätte.

Vergrößert oder verkleinert man aber den Anzeiger (z. B. 3mal) bei ungeändertem Einfachen, so wird dieses Einfache so oftmal (hier 3mal) mehr oder weniger genommen,

Digitized by Google

daher wird auch die Summe, d. i. das Produkt, eben so oftmal (3mal) vergrößert oder verkleinert.

Die Richtigkeit des Satzes zeigt sich demnach, welchen der beiden Factoren man auch vergrößere oder verkleinere.

V. Satz. Wenn man bei einer Multiplication den einen Factor eben so vielmal vergrößert, als man den andern verkleinert, so bleibt das Product unverändert. So ist z. B. $2 \times 6 = 12$ und auch $4 \times 3 = 12$.

Beweis. Denn indem man statt 2, den zweimal größern Factor 4 setzte, so mußte das Product zweimal größer werden (IV.); indem man aber hierauf statt dem andern Factor 6, den zweimal kleinern Factor 3 setzte, so wurde das Product wieder zweimal kleiner und kam demnach wieder auf seine anfängliche Größe 12 zurück.

VI. Satz. Wenn man einer beliebigen Zahl unserer zehntheiligen Zählungsart (z. B. 2476) eine Null rechts anhängt (24760), so wird die Zahl (2476) dadurch zehnmal größer. Hängt man ihr zwei Nullen an (247600), so wird sie 100mal, durch 3 Nullen 1000mal größer u. s. f.

Beweis. Durch Anhängen einer Null (24760) rückt jede Ziffer der Zahl um eine Stelle weiter links vor, d. h. die Einerziffer (6), welche vorher die erste Stelle, rechter Hand hatte, steht jetzt an der zweiten Stelle, und bedeutet daher (6) Zehner (§. 2). Die Zehnerziffer (7), welche vorher die zweite Stelle hatte, steht jetzt an der dritten Stelle, und bedeutet daher (7) Hunderter u. s. w. Es hat folglich jede Ziffer der Zahl (2476) einen zehnmal größern Werth erhalten, und da diese Ziffern die Stücke sind, aus denen die Zahl zusammengestellt ist, so muß durch die Verzehnfachung aller einzelnen Stücke auch die ganze Zahl zehnmal größer geworden seyn (IIIter Satz). Hängt man eine zweite Null rechts an (247 600), so wird die Zahl wiederholt 10mal, also im Ganzen 100mal größer, hängt man 3 Nullen an (2476000), so ist die Zahl wieder 10mal, also zusammen 1000mal größer geworden u. s. f., was zu beweisen war.

Zusatz. Soll demnach eine Zahl mit 10 oder mit 100 oder mit 1000 ꝛc. multiplicirt werden, so darf man ihr nur so viele Nullen anhängen, als deren der Factor 10 oder 100 oder 1000 u. s. w. hat.

Digitized by Google

§. 26. Multiplication einer mehrziffrigen Zahl mit einer einziffrigen.

Regel. 1) Man schreibt die mehrziffrige Zahl als Multiplicand an, und darunter die einziffrige Zahl als Anzeiger. 2) Multiplicirt sodann rechts die letzte Ziffer des Multiplicanden (Einfachen) nach §. 24, mit dem Anzeiger und schreibt das Herauskommende, wenn es einziffrig ist, gleich unter den Anzeiger unterhalb eines Striches an; ist es aber zweiziffrig, so schreibt man nur seine Einer herunter und merkt sich seine Zehner, um sie zum folgenden Producte zu addiren. 3) In der nämlichen Art multiplicirt man der Ordnung nach jede folgende Ziffer des Multiplicanden (Einfachen), nur daß man jedesmal zum folgenden Producte die gemerkte Zahl addirt. 4) Dem ganzen Producte endlich gibt man den Namen des Einfachen.

Beispiel. Was geben 3 fl. mit 70 582 multiplicirt?

Ausrechnung. Die größere Zahl (70 582 fl.) ist als

d. **Einfache**	70 582 fl.	Einfaches und darunter die kleinere (3) als Anzeiger gesetzt.
d. **Anzeiger**	× 3	
d. **Product**	211 746 fl.	Dann sagt man 3 mal 2 ist 6 und schreibt diese 6 unterhalb eines

Striches unter die multiplicirte 2. Hierauf bei den 8 Zehnern, 3 mal 8 ist 24, schreibt nur 4 an und behält die 2 Zehner im Sinne. Ferner 3 mal 5 ist 15 und dazu 2 im Sinne gibt 17, schreibt daher nur die 7 an und behält 1 im Sinne; dann 3 mal 0 ist 0 und 1 im Sinne ist 1; endlich 3 mal 7 ist 21, die man als letztes Product ganz herunter schreibt. Das Product ist also 211 746 Gulden.

Uebungsbeispiele.

62) 4 × 172 Mann?	**66)** 500 796 × 8?
63) 2 fl. × 50 268?	**67)** 7 × 407 300?
64) 6 × 970 Portionen?	**68)** 12 063 497 × 5?
65) 437 008 × 9 Pfund?	**69)** 869 987 × 9?

Beweis. Dieser beruht auf den Sätzen des §. 25. Nach dem IIten Satze dürfen die Zahlen der beiden Factoren vertauscht werden; daher kann man immer die einziffrige Zahl als Anzeiger wählen, wenn auch gleich wie im obigen Beispiele diese kleinere Zahl 3 Gulden das eigentliche Einfache war.

Digitized by Google

Nach dem IIIten Satze darf das Einfache (70 582 fl.) stückweise multiplicirt werden, und nach §. 11 Anmerk. ist bekannt, daß jede unserer mehrziffrigen Zahlen aus so vielen Stücken von verschiedenem Range besteht, als sie Ziffern hat, daß also 70 582 = 7 Zehntausender + 0 Tausender + 5 Hunderter + 8 Zehner + 2 Einer ist.

Indem man aber jedes dieser Stücke einzeln mit dem Anzeiger (3) multiplicirt, erhält nach Item Satze §. 25 jedes dieser Producte gleichen Namen mit dem multiplicirten Stücke, so daß z. B. die 8 Zehner × 3 = 24 Zehner sind, und demnach an die Stelle der Zehner geschrieben werden müssen. Da aber an der Zehnerstelle des Productes nur eine Ziffer stehen kann, und 24 Zehner = 2 Hundertern + 4 Zehnern sind, so kann von 24 nur die Einerziffer 4 gerade herunter an die Stelle der Zehner geschrieben, ihre Zehnerziffer 2 aber muß als 2 Hunderter zum links folgenden Producte der Hunderter addirt werden, was der Kürze wegen gleich im Kopfe geschieht. So wie man aber hier bei dem Producte der Zehner geschlossen hat, eben so kann man bei jeder andern Stelle des Einfachen (70 582) schließen.

Nach Item Satze endlich ist bekannt, daß das ganze Product die Benennung des Einfachen (3 fl.) haben muß.

§. 27. Multiplication einer mehrziffrigen Zahl mit einer Ziffer höhern Ranges, d. i. mit einer einzelnen Ziffer, die rechts eine oder mehrere Nullen hat.

Regel. 1) Man setzt die Zahl mit den Nullen als Anzeiger; 2) multiplicirt dann mit ihrer ersten Ziffer linker Hand, ganz so wie im vorigen §.; schreibt jedoch die zuerst gefundene Ziffer des Productes genau unter jene Ziffer des **Anzeigers** mit der man eben multiplicirt und 3) schreibt zuletzt die Nullen des Anzeigers gerade herunter ins Product.

Beispiel. Was ist 21 839 fl. mal 4000?

21 839 fl.
× 4 000
87 356 000 fl.

Man sagt 4 mal 9 ist 36, schreibt 6 unter die Ziffer 4 des Anzeigers und behält 3 im Sinne; ferner 4 mal 3 ist 12 und 3 im Sinn gibt 15 u. s. f. nach §. 26. Zuletzt sind ins Product 87 356 die 3 Nullen des Anzeigers gerade herunter geschrieben.

Digitized by Google

Uebungsbeispiele.

70) $459 \times 70 =$ | 72) $520\,619 \times 8000 =$
71) $3806 \times 1000 =$ | 73) $90\,000$ fl. $\times$ $3\,461\,007 =$

Beweis. Bei dem Factor 4000 bedeuten die 3 Nullen rechts nichts anderes, als daß die Ziffer 4 vom 3ten höhern Range, d. i. vom Range der Tausender ist. Da nun 4 Tausender einerlei mit 4000 sind, so steht die obige Rechnung auch wie hier neben. In dieser wird 21 839 mit 4 multiplicirt nach vorigem §. Man erhält das Product 87 356, dessen Benennung die des benannten Factors 4, also Tausender ist (nach §. 25. I. Satz). Da nun in diesem Falle das Product immer gleichen Rang mit der ersten Ziffer (4) des Anzeigers hat, so hat es eben so viele Nullen rechter Hand als dieser, und die zuerst erhaltene Ziffer des Products gehört ihrem Range gemäß gerade unter die Ziffer des Anzeigers mit der man multiplicirt.

21 839
4 Tausender
87 356 Tausender
d. i. 87 356 000

§. 28. Multiplication zweier mehrziffrigen Zahlen.

Regel. 1) Man nimmt auch hier am bequemsten die kleinere Zahl als Anzeiger und schreibt sie unter die größere; 2) fängt dann rechts an, multiplicirt *mit jeder einzelnen Ziffer des Anzeigers das ganze Einfache*, völlig so wie im §. 26; schreibt zugleich die einzelnen Producte jedes in eine eigene Zeile und so unter einander, daß *die zuerst erhaltene Ziffer jedes Productes gerade unter jene Ziffer des Anzeigers zu stehen kömmt, mit der man eben multiplicirt* (wie §. 27). Nullen des Anzeigers, die etwa *zwischen* andern Ziffern desselben stehen, werden dabei gänzlich übersprungen. 3) Zuletzt werden die einzelnen gefundenen Zeilen addirt, und zwar so, daß man nur die gerade über einander stehenden Ziffern zusammenzählt, die hier rechter Hand keine so vollen Reihen bilden, wie bei der Addition. Diese Summe, mit dem Namen des Einfachen, ist das gesuchte Product.

Anmerkung. Die Regel für das Untereinanderschreiben der einzelnen Producte (Partialproducte genannt) ist auch: Man rückt für *jede* links folgende Ziffer des Anzeigers (selbst für Null) das Partialproduct um eine Stelle links hinein. Obige Angabe (bei 2) ist aber allgemein brauchbarer.

Digitized by Google

Erstes Beispiel. Man multiplicire 7024 mit 36519 Gulden. Die kleinere Zahl 7024 ist als Anzeiger geschrieben. Dann ist die obere Zahl 36519 zuerst mit 4 multiplicirt, und das Product 146076 in die erste Zeile unter den Strich geschrieben wie im §. 26. Dann ist 36519 mit 2 multiplicirt, und das Product 73038 in die zweite Zeile so geschrieben, daß die zuerst erhaltene Ziffer 8 gerade unter jener Ziffer (2) des Anzeigers steht, mit der man eben multiplicirt, wodurch hier 8 unter die Ziffer 7 der vorigen Zeile zu stehen kömmt. Die nun folgende Null des Anzeigers wird übersprungen und 36519 gleich mit 7 multiplicirt; das sich ergebende Product 255633 in die dritte Zeile unter den Strich wieder so angeschrieben, daß seine erste Ziffer 3 gerade unter der Ziffer 7 des Anzeigers steht, mit der man multiplicirt. Zuletzt ist von der rechten Seite an, Alles was gerade untereinander steht, addirt; man erhält die Summe 256509456 Gulden, welche das gesuchte Product ist.

d. Einfache	36519 fl.
d. Anzeiger	× 7024
	146076
	73038
	255633
Product	256509456 fl.

Zweites Beispiel. Hat der eine, oder haben beide Factoren Nullen rechter Hand, z. B. 20700 × 35000, so multiplicirt man, ohne Rücksicht auf diese Nullen zu nehmen, und hängt zuletzt dem Producte (7245) so viele Nullen (hier 2 + 3 = 5) rechts an, als beide Factoren miteinander rechter Hand haben. Demnach ist das gesuchte Product: 724500000. Hiebei ist es bequem, jene der beiden Zahlen als Anzeiger zu nehmen, welche ohne die Nullen die kleinere ist; hier also 35.

	207 00
×	35 00
	1035
	621
	7245 00 000

Uebungsbeispiele.

74) Was geben 3081 Gulden 18mal genommen?
75) Man multiplicire 28 Musketen mit 1973.
76) 317 × 205?
77) 91 × 7382?
78) 876 × 69?
79) 508 × 73?
80) 31 × 5009?
81) 230 × 160?
82) 756 × 2800?
83) 44000 × 5040?

Digitized by Google

84) 1 800 600 × 705 060?
85) 83 154 × 6084?
86) 9007 × 8005?
87) 43 568 × 457?
88) 8456 × 781?
89) 61 457 × 61 457?
90) 8100 × 45?
91) 78 300 × 96 000?
92) 64 789 × 510 600?
93) 456 008 × 900 006.

Beweis zum ersten Beispiele. Jede Multiplication darf mit zerstücktem Anzeiger vorgenommen werden (§. 25. III). Da sich nun der Anzeiger 7 024 in die Stücke 4 + 20 + 7000, d. i. 4 Einer + 2 Zehner + 7 Tausender abtheilen läßt, so kann 36 519 in der Art mit 7 024 multiplicirt werden, daß man 36 519 zuerst 4mal (nach §. 26), dann 2 Zehner mal (nach §. 27), dann 7 Tausend mal (§. 27) nimmt und diese drei Producte addirt.

Einfache 36 519
Anzeiger × 7 024

146 076	Einer
730 38	Zehner
255 633	Tausender
256 509 456	

Nun wurde in die erste Zeile unter den Strich das Product von 36 519 mal 4 Einer, also 147 076 Einer (§. 26), in die zweite Zeile das Product von 36 519 mal 2 Zehner, d. i. 730 38 Zehner (§. 27) und in die dritte Zeile das Product von 36 519 mal 7 Tausender, also 255 633 Tausender geschrieben, so daß also jede Zeile den Rang jener Ziffer des Anzeigers 7 024 hat, mit der eben multiplicirt wird, daher diesem Range gemäß gerade unter derselben anfangen muß. Hiemit aber ist die Richtigkeit des in der Regel angegebenen Untereinanderschreibens der Zeilen nachgewiesen. Da endlich hiebei nur Ziffern von gleichem Range untereinander zu stehen kommen, wie der Ansatz nebenan zeigt, so können die einzelnen Stückproducte addirt werden (§. 11).

Anmerkung 1.

36 519
× 7 024
146 076
730 380
255 633 000
256 509 456

Die bei den einzelnen Producten des ersten Beispiels leeren Stellen rechter Hand könnten als Ersatz der obigen Namen: Zehner, Tausender auch durch Nullen ausgefüllt werden, wie dieß hier neben angezeigt ist. Da aber diese Nullen zur Größe der Summe 256 509 456 weder etwas zu- noch wegthun, so sind sie Kürze halber weggelassen. Die Stellen jedoch, wo sie hingehören, müssen leer bleiben.

Digitized by Google

Beweis zum zweiten Beispiele. Man betrachte die hier folgenden drei Ansätze: Im ersten ist $207 \times 35 = 7245$

207	207 00	207 00
× 35	× 35	× 35 000
1035	1035	1035
621	621	621
7245	7245 00	7245 00 000

gefunden (nach §. 28. 1tem Beispiel). In dem zweiten Ansatze sind dem Einfachen 207 seine 2 Nullen angehängt. Es wurde dadurch 100mal größer (§. 25. VI), folglich muß auch das Product 100mal größer werden (§. 25. IV) was durch Anhängen von 2 Nullen geschieht. Im dritten Ansatze sind dem Anzeiger 35 seine 3 Nullen angehängt. Er wird dadurch 1000mal größer (§. 25. VI), also muß auch das Product 1000mal größer werden (§. 25. IV), d. h. es muß auch 3 Nullen erhalten (§. 25. VI. Zusatz).

Es müssen also dem Producte gerade so viele Nullen angehängt werden, als beide Factoren (hier $2 + 3 = 5$) zusammen hatten.

Anmerkung 2. Gewöhnlich fängt man die Multiplication mit der Einerziffer des Anzeigers an, wie es oben die Regel angibt, und fährt dann der Reihe nach links fort. Dieses ist jedoch nicht durchaus nöthig, sondern man kann auch mit jeder andern Ziffer des Anzeigers anfangen und in beliebiger Ordnung fortfahren, wenn man nur rechter Hand die erste Ziffer jedes einzelnen Productes gerade unter jene Ziffer des Anzeigers schreibt, mit der eben multiplicirt wird. Rechnet man z. B. die Multiplication 36519 × 7024

36519	in völlig umgekehrter Art aus, also links mit der
7024	Ziffer 7 des Anzeigers anfangend, und rechts der
255633 :	Ordnung nach fortfahrend, so erhält man das
73038 :	nämliche Product wie Eingangs §. 28. Denn
146076	man hat die nämlichen Zeilen (Partialproducte)
256509456	zu addiren, nur in umgekehrter Aufeinanderfolge, was aber (nach §. II. III) einerlei Summe 256509456 geben muß.

Nun multiplicire die Uebungsbeispiele Nr. 74 bis 93 nun auch in umgekehrter Art.

§. 29. Multiplication von mehr als zwei Factoren.

Regel. Man multiplicire zuerst zwei Factoren miteinander (am bequemsten die beiden größten); hierauf das er-

Digitized by Google

haltene Product mit dem dritten u. s. f., bis man auch mit dem letzten gegebenen Factor multiplicirt hat.

Beispiel. Was gibt 34 × 9 × 276 Pfund?

276 Pfund;
× 34
1104
828
9384
× 9
84456 Pfund.

Ansatz und Rechnung bedürfen keiner Erklärung. Das gesuchte Product ist 84456 Pfund. Der Grund des Verfahrens aber ist eben so einfach; denn indem man vorerst den einen Factor 9 ausläßt, wird das Product 9mal zu klein, und muß daher, was in der zweiten Multiplication geschehen ist, noch 9mal vergrößert werden.

Uebungsbeispiele.

94) 372 × 45 × 5?
95) 3090 × 60 × 87?
96) 85607 × 5009 × 10?
97) 9810 × 9810 × 700?

§. 30. Probe der Multiplication.

Das Beispiel ein zweitesmal aufmerksam durchzurechnen, ist auch bei der Multiplication die beßte Probe. Findet man das zweite Product von dem zuerst gefundenen verschieden, so vergleicht man beide Producte Zeile für Zeile, um die Verschiedenheit zu finden und den Fehler zu verbessern.

Im Falle beide Factoren mehrziffrig sind, so kann man sie auch bei der wiederholten Multiplication verwechseln (§. 25. II), oder auch die Multiplication umgekehrt verrichten (§. 29. Anm. 2).

Man multiplicire z. B. 4086 × 275 und mache die Probe.

4086;	Probe: 275;	oder: 4086
275	4086	275
20430	1650	8172
28602	2200	28602
8172	1100	20430
1123650	1123650	1123650

Anmerkung. Die Division (folgender Abschnitt) als Probe der Multiplication ist schwerer auszuführen als die wiederholte Multiplication, und ist dabei kein Prüfungsmittel das sicherer wäre, indem bei der Division die nämlichen Stückproducte, nur

Digitized by Google

in umgekehrter Ordnung vorkommen. Ueberdieß gewährt die wiederholte Multiplication den Vortheil, den gemachten Fehler schneller auffinden zu können.

§. 31. Multipliciren im Kopfe.

1) Das Product von je zwei einziffrigen Zahlen ist bekannt (§. 24).

2) Sind Zehner oder Hunderter u. s. w. mit Einern zu multipliciren, so multiplicirt man nur die Zehnerziffer oder die Hunderterziffer (nach §. 24.) und nennt das erhaltene Product Zehner oder Hunderter (§. 25. I. Zus.) z. B. a) 80×4 ist 8 Zehner $\times 4$, gibt 32 Zehner, d. i. 320.

b) 900 fl. $\times 7$ ist 9 Hunderter $\times 7$, gibt 63 Hunderter, d. i. 6300 fl.

c) $40 \times 5 = 200$. d) 8000 M. $\times 6 = 48\,000$ Mann.

3) Ist eine zweiziffrige Zahl mit einer einziffrigen zu multipliciren, so multiplicire man vorerst die Zehner nach Nr. 2, dann erst die Einer und zähle die in den Einern ausgesprochenen Zehner zu den zuerst gefundenen Zehnern hinzu; z. B. was geben 3 $\times$ 47 Mann? Man sagt 3 mal 4 Zehner geben 12 Zehner und merkt sich diese; dann 3 mal 7 ist 21, d. i. 2 Zehner und 1 Einer; zuerst hatte man 12 Zehner, hiezu 2 Zehner, geben 14 Zehner und 1 Einer, d. i. 1 Hundert und 41 Mann.

Zur Uebung. **98)** 14 kr. $\times 2$ | **99)** 37 fl. $\times 3$ | **100)** 45 ℔. $\times 6$ | **101)** 83 ℔. $\times 8$ | **102)** 98×7? | **103)** 66×9?

Vierter Abschnitt.

Vom Theilen (Dividiren) unbenannter oder einfach benannter Zahlen.

§. 32. Erklärung dieser Rechnungsart.

Die Rechnungsart, mittelst welcher eine gegebene Zahl in gleiche Stücke getheilt wird, heißt Theilung. Die Zahl, welche getheilt wird, heißt die Theilungszahl. Die Zahl, welche theilt, heißt der

Digitized by Google

Theiler, und die durch Theilung gefundene Zahl, wird der Theil oder Anzeiger genannt.

Anmerkung. Aus dem Lateinischen abgeleitet, sagt man meistens Dividend anstatt Theilungszahl, Divisor anstatt Theiler, und Quotient (von Quoties, wie oft) statt Theil oder Anzeiger; dann dividiren anstatt theilen und Division statt Theilung.

Soll man z. B. 28 Gulden in 4 gleiche Theile theilen oder zerlegen, so ist 28 Gulden die Theilungszahl (der Dividend), die Zahl 4 ist der Theiler (Divisor) und die gefundene Zahl 7 Gulden ist der Theil (Anzeiger oder Quotient).

Die Bezeichnung der Theilung (Division) geschieht auf zweierlei Art: Man schreibt entweder

1) 28 fl. : 4 oder 2) $\frac{28 \text{ fl.}}{4}$

Bei der ersten Bezeichnungsart steht die Theilungszahl (der Dividend 28 fl.) voran; bei der zweiten steht sie ober einem Striche, und man muß sich sorgfältig hüten, die Theilungszahl (den Dividenden) nicht mit dem Theiler (Divisor) zu verwechseln, indem hiedurch die ganze Rechnung unrichtig würde.

Anmerkung. Die Division ist die der Multiplication entgegengesetzte Arbeit; denn bei der Multiplication werden gleiche Stücke in ein Ganzes zusammengesetzt (§. 23.), bei der Division hingegen wird umgekehrt ein gegebenes Ganzes in gleiche Stücke zerlegt.

Da alle Stücke, z. B. $7 + 7 + 7 + 7$, d. i. 4×7 zusammen genommen wieder das Ganze 28 geben müssen, wenn richtig getheilt ist, so kann man die Division auch folgendermaßen erklären:

Eine Zahl (28 fl.) durch eine andere Zahl (4) dividiren, heißt eine dritte Zahl (7 fl.) finden, die mit dem Divisor (4) multiplicirt (d. i. zusammengesetzt) den Dividenden (28 fl.) wiedergibt.

§. 33. Die Grundsätze der Division.

Iter Grundsatz. Der Theil hat mit der getheilten Zahl einerlei Namen. Wer z. B. 12 Heller in Theile zerlegt, bekömmt sicher in keinem Theile etwas anderes als Heller.

IIter Grundsatz. Wenn bei einer Division

1) der Dividend (die Theilungszahl) benannt, der Divisor (Theiler) aber unbenannt ist, so hat

der gesuchte Quotient (Theil) den Namen des Dividenden;

2) sind Dividend und Divisor (Theilungszahl und Theiler) benannte Zahlen, so muß ihr Name der nämliche seyn; der gesuchte Quotient (Anzeiger) aber ist dann eine unbenannte Zahl.

Um dieses einzusehen, muß man erkennen, daß die Theilung zwei verschiedene Arten von Aufgaben ausrechnet. Sie theilt nämlich entweder

a) eine gegebene Zahl (15 Heller) in eine verlangte Anzahl (z. B. 3) gleicher Theile, und sucht dabei die Größe der Theile. Oder

b) sie theilt die gegebene Zahl (15 Heller) in gleiche Theile von bekannter Größe (z. B. in Theile zu 3 Heller jeden) und sucht dabei die Anzahl dieser Theile oder, was das nämliche sagt, sucht eine Zahl die anzeigt wie oft der Theil (3 Heller) im Ganzen (15 Heller) enthalten ist.

Wenn nun wie bei a. 15 Heller durch 3 getheilt werden, um die Größe der Theile zu finden, so können für jeden Theil nur (5) Heller herauskommen (nach 1tem Grundsatz), und man erkennt hieraus, daß bei allen Theilungsaufgaben der erstern Art der gesuchte Quotient den Namen des Dividenden habe.

Wer aber wie bei b. eine Zahl 15 Heller in gleiche Theile von bekannter Größe (3) theilen soll, dem können für jeden Theil nur Heller gegeben seyn (I. Grundsatz), und indem er diese 15 Heller in Theile zu 3 Heller abtheilt, bekömmt er eine unbenannte Zahl, welche ihm die Anzahl dieser Theile anzeigt.

Zusatz 1. Die Division beantwortet alle Fragen der Theilung, gleichviel ob wie bei 15 Heller: 3 = 5 Heller die Größe der Theile, oder ob wie bei 15 Heller: 3 Heller = 5mal, die Anzahl der Theile gesucht wird. Da aber hiebei die Zahl des Quotienten (5) die nämliche, und nur sein Name verschieden ist, so kann man die Division nach dem einen oder andern Sinne der Theilung nehmen, wie es gerade bei einer Rechnung bequemer ist, wenn man nur dem herauskommenden Quotienten den gehörigen Namen (nach Grundsatz II) gibt.

Zusatz 2. Wenn der Dividend eine unbenannte Zahl

Digitized by Google

ist, so ist es auch der Quotient, da dieser keinen andern Namen als der Dividend haben kann, und in diesem Falle sind daher die 3 Zahlen der Division unbenannt.

Zusatz 3. Wenn man eine Zahl irgend eines Ranges unserer zehntheiligen Zählungsart dividirt (theilt), so hat der Quotient (Theil) den nämlichen Rang wie der Dividend, z. B. 8 Hunderter : 4 = 2 Hunderter; denn der Name des Quotienten ist einerlei mit dem des Dividenden.

III. Man darf den Dividenden stückweise dividiren, und erhält den nämlichen Quotienten, als hätte man ihn auf einmal dividirt. Wer z. B. den vierten Theil von 44 braucht, darf diese Zahl in 36 + 8 zerstücken, und von jedem Stück den 4ten Theil besonders nehmen; von 36 ist er 9 und von 8 ist er 2. Beides zusammen ist 9 + 2 = 11, was völlig richtig der 4te Theil von 44 ist.

Niemals aber darf der Divisor zerstückt werden, weil dadurch die Rechnung völlig verfehlt würde. Wollte z. B. Jemand, um den 5ten Theil von 30 fl. zu erhalten (der 6 fl. ist), den Divisor 5 in 2 + 3 zerstücken, und nun die Hälfte von 30 fl., d. i. 15 fl., und hiezu noch den 3ten Theil, d. i. 10 fl. nehmen, der erhielte zusammen 15 fl. + 10 fl., d. i. 25 fl., anstatt 6 fl. zu erhalten. Auch ist offenbar die Hälfte (15 fl.), allein schon größer als der gesuchte 5te Theil, mithin jede Division durch Zerstücklung des Divisors augenfällig unrichtig.

§. 34. Vorübungen zum Dividiren.

I. Man nehme das Einmaleins zur Hand und dividire in jeder Zeile (z. B. bei 6 × 9 = 54) das Product (54) durch den ersten der beiden Factoren (6), so muß man den zweiten Factor (9) erhalten (§. 32. Anmerk.). Man sagt nämlich 6 in 54 geht 9 mal oder 54 in 6 gleiche Theile getheilt, trifft auf jeden Theil 9.

II. Soll man nun aber eine Zahl theilen, deren Product nicht vollständig im Einmaleins steht (wie wenn z. B. 37 durch 7 zu dividiren wäre), so denkt man sich das im Einmaleins stehende zunächst kleinere Product (35) des Divisors (7), dividirt dieses (35) und merkt oder schreibt sich den Ueberschuß (2), um welchen der Dividend (37) größer

Digitized by Google

als das genommene Product (35) ist, unten an. Demnach steht die Rechnung:

37 : 7 = 5
2 Ueberschuß.

Man sagt nämlich 7 in 35 (anstatt 37) geht 5mal und bleiben 2 als Rest oder Ueberschuß.

Anmerkung. Der Rest ist immer kleiner als der Divisor, wenn man richtig im Einmaleins das nächst kleinere Product genommen hat.

Uebungsbeispiele.

104) 63 : 7? | **105)** 36 : 9? | **106)** 42 : 6?
107) 65 : 7? | **108)** 41 : 9? | **109)** 58 : 8?

110) 4 Mann erhielten 28 ℔ Brod, was trifft Jeden?

111) Wie oft sind 8 kr. in 56 kr. enthalten?

112) 42 Kerzen sollen in 5 Zimmer gleichheitlich vertheilt werden, wie viel ganze Kerzen kommen in jedes?

113) Ein Weg von 75 Stunden soll in 9 Tagen zurückgelegt werden. Wie viele ganze Stunden treffen per Tag bei gleichen Märschen, und wie viel treffen den letzten Tag, an dem ein etwas größerer Marsch Statt haben darf.

§. 35. Division (Theilung) einer mehrziffrigen Zahl durch eine einziffrige.

Man kann dabei zwei Fälle unterscheiden:

I. Wenn sich jede einzelne Ziffer des Dividenden durch den Divisor ohne Rest theilen läßt, oder wie man gewöhnlich sagt, aufgeht. Zum Beispiel: 6309 soll durch 3 dividirt werden.

Regel. Ansatz. Man schreibt den Dividenden, und

Dividend 6309
Divisor 3

unter seine erste Ziffer linker Hand den Divisor, beide getrennt durch einen Strich.

Ausrechnung. Man fängt linker Hand zu theilen an (bei allen vorhergegangenen Rechnungsarten hatte man rechts angefangen), fragt bei jeder Ziffer des Dividenden, wie oft der Divisor in ihr enthalten ist (nach §. 34), und schreibt, was man auf diese Art findet, gerade über die eben dividirte Ziffer des Dividenden. Im obigen Beispiele sagt man demnach: 3 in 6 ist 2mal enthalten; schreibt also 2 gerade über 6. Dann 3 in 3 1mal, schreibt daher 1 gerade über die 3 des Dividenden. Fer-

Quotient = 2103
Dividend 6309
Divisor 3

ner 3 in 0 ist 0mal, schreibt also 0 über Null. Endlich 3 in 9 3mal, schreibt also 3 über 9.

Uebungsbeispiele.

114) 684 028 : 2 =; ‖ **115)** 840 888 : 4 =; ‖ **116)** 70 770 : 7.

Beweis. Der Dividend 6309 wurde stückweise dividirt, nämlich seine 6 Tausender + 3 Hunderter + 0 Zehner + 9 Einer jedes einzeln, was nach §. 33. III. geschehen darf.

Aus §. 33. II. Zus. 3 weiß man, daß jeder dieser Theile mit dem dividirten Stücke gleichen Rang hat, und demgemäß über die getheilte Ziffer des Dividenden geschrieben werden darf und muß. Es ist nämlich

6 Tausender	: 3	=	2 Tausender
3 Hunderter	: 3	=	1 Hunderter
0 Zehner	: 3	=	0 Zehner
9 Einer	: 3	=	3 Einer
Zusammen 6309	: 3	=	2103.

Hieraus erhellt aber die Richtigkeit der angegebenen Regel. Daß hiebei 0 Zehner : 3 wieder 0 gab, bedarf wohl keiner Erklärung, daß aber diese Null bei der Zehnerstelle nicht ausgelassen werden durfte, erkennt man daraus, weil sonst die folgende Einerziffer an die Stelle der Zehner käme, was unrichtig wäre.

Anmerkung. Man kann den Quotienten auch neben den Divisor setzen, wie 6309 : 3 = 2103; jedoch ist es bequemer ihn darüber zu schreiben, weil man dann keine Ziffer des Dividenden zu theilen vergessen kann.

IIter Fall. Wenn sich nicht jede Ziffer des Dividenden, durch den einziffrigen Divisor, ohne Rest theilen läßt. Es werde z. B. 58 216 dividirt durch 3.

Regel. 1) Der Ansatz ist wie bei I.

2) Auch die Ausrechnung ist im wesentlichen die nämliche. Hat man aber eine Ziffer getheilt, in welcher der Divisor nicht völlig aufging (§. 34. II.), so behält man ihren Ueberschuß im Sinn, liest diesen als Zehnerziffer sogleich mit der rechts folgenden Ziffer des Dividenden in eine zweiziffrige Zahl zusammen und dividirt nun diese (nach §. 34).

3) Bleibt auch hiebei ein Rest, so verfährt man mit diesem in gleicher Art, und nur der allenfallsige Ueberschuß der Einerziffer wird unterhalb angeschrieben (wie im §. 34. II).

Digitized by Google

Hiebei müſſen Anfänger ganz beſonders beachten, daß der jedesmalige Ueberſchuß kleiner ſeyn müſſe als der Diviſor, was auch ſchon im §. 34 bemerkt wurde.

Ausrechnung des Beiſpiels 58216 : 3.

Quot.	= 19405	Man ſagt 3 in 5 iſt einmal enthalten;
Dividend	58216	ſchreibt 1 gerade über 5, und da 1 × 3
Diviſor	3 .	erſt 3 gibt, ſo behält man von 5 den
Letzter Reſt	1	Reſt 2; dieſen als (2) Zehner mit

der zweiten Ziffer 8 in eine Zahl zuſammen geleſen, gibt 28; man ſagt daher:

3 in 28 geht 9mal; ſchreibt 9 gerade über die Ziffer 8 des Dividenden, und da 3 × 9 erſt 27 gibt, ſo bleibt von 28 der Reſt 1; dieſer mit der rechts folgenden Ziffer 2 zuſammen geleſen, gibt 12, daher man ſagt:

3 in 12, 4mal; ſchreibt alſo 4 über die 2 und behält, da 4 × 3 = 12 iſt, keinen Reſt; ferner ſagt man

3 in die folgende Ziffer 1 des Dividenden iſt nicht enthalten, man ſchreibt daher 0 gerade über 1 des Dividenden (Anfänger müſſen ſich beſonders merken, daß ſie ſelbſt 0 im Quotienten nicht auslaſſen dürfen), behält 1 als Reſt und lieſt es mit der folgenden Ziffer 6 zuſammen; da dieſes 16 gibt, ſo ſagt man endlich

3 in 16, 5mal; ſchreibt 5 gerade über 6, und da 5 mal 3 nur 15 gibt, ſo behält man den Reſt 1; dieſer iſt als der Einerreſt unterhalb angeſchrieben.

Uebungsbeiſpiel. Man dividire 3840 durch 5.

= 0768	Hier iſt gleich die erſte Ziffer des Dividenden,
3840	nämlich 3 kleiner als der Diviſor 5. Es wird
5	daher die erſte Ziffer des Quotienten Null.

Da aber Nullen links am Anfange einer Zahl keine Bedeutung haben (§. 5.), ſo ſchreibt man ſie im Quotienten gar nicht an, ſondern ſetzt in dieſem Falle den Diviſor

= 768	(5) gleich anfänglich unter die 2te Ziffer (8) des
3840	Dividenden und ſagt nun 5 in 38 geht 7mal u.
5	ſ. f., wie beim vorigen Beiſpiele.

Uebungsbeiſpiele.

117)	659178 : 2	120)	2800057 : 3
118)	1560473 : 2	121)	4270000 : 4
119)	978063 : 3	122)	39705881 : 4

Digitized by Google

123)	360185 : 5	128)	4251067 : 7
124)	8900600 : 5	129)	7360256 : 8
125)	29651486 : 6	130)	957241 : 8
126)	95034 : 6	131)	3124060 : 9
127)	8400644 : 7	132)	9500841 : 9

Beweis. Dieser ist im wesentlichen wie beim 1ten Falle. Wie dort darf nämlich:

Der Dividend (Theilungszahl) stückweise (5 Zehntausender + 8 Tausender + 2 Hunderter + 1 Zehner + 7 Einer) getheilt werden (§. 33. III). Dann hat:

Jeder erhaltene Theil gleichen Rang mit dem getheilten Stück, und gehört diesem Range gemäß über die getheilte Ziffer des Dividenden (§. 33. II. Zus. 3).

Läßt nun ein Stück (wie z. B. die 5 Zehntausender) einen Rest (2 Zehntaus.), so verliert der Dividend nichts, wenn man diesen Rest (2 Zehntaus.) zum rechts folgenden Stück (den 8 Tausendern) hinzu zählt. Da aber in unserer Anschreibeart der Zahlen die Einheit jeder Ziffer 10mal größer ist als die Einheit der zunächst rechts folgenden Ziffer (§. 2.), so gilt der Rest (2 Zehntaus.) zum folgenden Stücke gezählt, dort 10mal mehr (also 20 Tausender) und kann daher, wie es die Regel angibt, als Zehnerziffer mit der folgenden Ziffer (8) des Dividenden in eine Zahl zusammen (also 20 Taus. + 8 Taus. = 28 Taus.) gelesen, und dann weiter getheilt werden. Diese Schlußfolge ist aber auf jeden Rest anwendbar, nur nicht auf jenen der Einer, weil den Einern keine Ziffer rechter Hand folgt.

§. 36. Division einer mehrziffrigen Zahl durch eine zwei- oder drei- oder mehrziffrige Zahl.

Regel. Ansatz. Man schreibt, wie im vorigen §. 35, den Divisor links unter den Dividenden, so jedoch, daß der Divisor nicht weniger über sich hat, als er selbst beträgt. Sollte z. B. 1) 6912 durch 32, oder 2) 33148 durch 52 getheilt werden, so sind die Ansätze:

Dividend	a) 6912	b) 33148
Divisor	:(32)	:(52)

wo im Ansatze b. der Divisor 52 unter 331 angeschrieben ist, indem er unter 33 gesetzt, eine kleinere Zahl über sich hätte, als er selbst ist.

Digitized by Google

Der Divisor ist hiebei der Deutlichkeit wegen durch Klammern angezeigt : (52).

Ausrechnung.

Quot. = 6
Divid. 33148
Divis. :(52)

1) Man theilt zuerst das über dem Divisor (52) stehende Stück (331) des Dividenden durch den Divisor (52), indem man (wie im §. 34) fragt, wie oft seine erste Ziffer links (5) in der gerade über ihr stehenden Zahl (33) enthalten ist. Die hiedurch gefundene Zahl (6) schreibt man dann, als erste Ziffer des Quotienten, gerade über die rechts stehende Ziffer (1) des getheilten Stückes (wie im §. 35).

2) Mit dieser Ziffer (6) multiplicirt man sodann den Divisor (52) und schreibt (wie hier zur Seite) das erhaltene Product (312) unterhalb des Divisors (52) gerade unter das dividirte Stück (331) an. Zieht darunter einen Strich und subtrahirt das erhaltene Product (312) von dem darüber stehenden Stück (331) des Dividenden (nach §. 20). Man erhält den Rest 19, und zwar immer eine Zahl, die kleiner seyn muß, als der Divisor (52), indem sonst 52 öfter als 6mal in 331 enthalten wäre.

Quot. = 6
Divid. 33148
Divis. :(52)
312
19

3) Hierauf wird dem erhaltenen Reste (19) die nächstfolgende Ziffer (4) des Dividenden rechts angesetzt, wodurch die verbundene Zahl 194 entsteht (siehe A.)

Diese (194) wird nun in völlig gleicher Art, wie im Anfange die ersten Ziffern (331) des Dividenden durch den Divisor (52) getheilt (welcher gewöhnlich nur in Gedanken so untergeschrieben ist, daß rechts seine letzte Ziffer (2) unter jener (4) des zu theilenden Stücks steht). Man sagt nämlich 5 in 19 geht 3mal, schreibt diese 3 als zweite Ziffer des Quotienten über die zuletzt herunter geschriebene Ziffer (4) des Dividenden, und multiplicirt mit der gefundenen Ziffer (3) den Divisor (52), wodurch man 156 erhält (B). Dieses Product kömmt gleich unter 194 zu stehen und wird davon abgezogen. Der Rest ist 38, zu welchem nun die folgende Ziffer (8) des Dividenden her-

Quot. = 637
Divid. 33148
Divis. :(52)
312
A 194
(52)
B 156
C 388
(52)
D 364
Rest 24

Digitized by Google

unter geschrieben (C) und dann die Division wie vom Anfange an weiter fortgesetzt wird.

Man denkt sich nämlich wieder unter die verbundene Zahl 388, den Divisor 52 so angeschrieben, daß seine letzte Ziffer 2 unter die letzte 8 des zu theilenden 388 kömmt. Die linke Ziffer 5 steht dadurch unter 8 und man sagt daher 5 in 38 geht 7mal; diese 3te Ziffer (7) des Quotienten wird wieder über die zuletzt herunter geschriebene Ziffer (8) des Dividenden geschrieben; dann mit dieser 7 der Divisor 52 multiplicirt. Dieß gibt 364 (D), was unter 388 geschrieben und davon abgezogen, den Rest 24 läßt. Da man nun keine Ziffer mehr zum Heruntersetzen hat, so bleibt dieser Rest unten stehen, bis in einem folgenden §. gezeigt wird, wie auch er noch in 52 gleiche Theile zu vertheilen sey.

Anmerkung. Man hat verschiedene Arten des Ansatzes zur Division, wie z. B den nebenstehenden, in welchem rechts vom Dividenden (33 148) der Divisor (52) und über diesem der Quotient (637) steht. Wer einmal Uebung im Dividiren hat, wird mit jedem Ansatze richtig rechnen. Anfängern jedoch ist der bei der Regel erklärte Ansatz zu empfehlen, indem es dabei kaum möglich ist, das Herunterholen einer Ziffer des Dividenden zu übersehen, oder eine Ziffer des Quotienten auszulassen, wenn diese selbst blos Null wäre.

33148	637
	:52

Zur größern Verständigung der Regel folgen hier noch einige Beispiele mit vollständiger Ausrechnung, von denen a und b keiner Erläuterung bedürfen, c und d aber erklärt werden sollen.

a) Man dividire 690 548 durch 721.
b) Man theile 5 131 944 Gulden in 4132 gleiche Theile.
c) 2 274 800 376 : 376 und d) 8096 : 253.

Quot. =	957	Quot. =	1242 Gulden.
a)	690548	b)	5131944 Gulden.
	:(721)		:(4132)
	6489		9999
	4164		8264
	3605		17354
	5598		16528
	5047		8264
Rest	551		8264
			Ø

Digitized by Google

Uebungsbeispiele zu a und b.

133) 4876 : 23	**134)** 463563 : 81
135) 11559 : 32	**136)** 609895 : 715
137) 288548 : 203	**138)** 2742474 : 5678.

Im Beispiel c. treffen den Quotienten öfters Nullen.

```
=    7060002
  2230960632
 :(316)
  2212
  ----
    1896
    1896
    ----
      00632
        632
        ---
         0.
```

Dieses findet jedesmal Statt, wenn nach dem Abziehen und Anhängen der folgenden Ziffer des Dividenden, das nun unterm Striche stehende, zu theilende Stück kleiner als der Divisor, oder gar Null ist. Wer sich recht eingeprägt hat, daß für jede herunter geschriebene Ziffer des Dividenden, der Quotient eine Zifferstelle (wäre sie auch nur Null) erhalten müsse, wird nicht in den bedeutenden Fehler fallen, in den Quotienten treffende Nullen auszulassen.

```
     3
=   ~~4~~2
   8096
 :(253)
  ~~1~~~~0~~~~1~~~~2~~
   759
   ---
    506
    506
    ---
     ~~0~~
```

d) Dieses Beispiel enthält den Fall, daß die zweite Ziffer (5) des Divisors (253) nicht kleiner ist, als die erste (2), in welchem Anfänger leicht dadurch fehlen, daß sie eine oder die andere Ziffer des Quotienten zu groß nehmen. Dieser begangene Fehler zeigt sich jedoch gleich beim nächstfolgenden Abziehen des mit dieser zu großen Ziffer erhaltenen Productes, welches sodann größer ist als das über ihm stehende Stück, und also nicht abgezogen werden kann. In diesem Falle durchstreicht man die zu große Ziffer (4) des Quotienten, so wie auch das mit ihr erhaltene Product (1012), und schreibt über die durchstrichene (4) die kleinere Zahl 3.

Um dieses Durchstreichen zu vermeiden, ist es besser in zweifelhaften Fällen die Ziffer des Quotienten (4) und ihr Product (1012) nicht gleich anzuschreiben, sondern nur in Gedanken zu finden, was jedoch einiger Uebung bedarf.

Aber auch in den umgekehrten Fehler fallen Ungeübte, daß sie nämlich eine Ziffer des Quotienten zu klein nehmen. Dieses zeigt sich dadurch, daß der folgende Rest größer bleibt, als der Divisor ist, und da dieser Fehler weniger schnell erkannt wird, so ist es besser sich eine Ziffer des Quotienten zu groß, als zu klein zu denken.

Digitized by Google

Uebungsbeispiele.

Zu c) 139) 16 646 410 : 82 | 140) 1 713 600 : 34
141) 39 128 802 : 978 | 142) 12 620 478 603 : 42067
Zu d) 143) 8456 : 19 | 144) 86 249 826 : 3892
145) 20 486 : 205 | 146) 147 028 : 276.

§. 37. Beweis der Regel des §. 36.

Dieser ist ganz der nämliche wie jener des IIten Falles §. 35.

Mit demselben Rechte wie dort, zerlegt man den Dividenden (33 148) in Stücke (3 Zt. + 3 T. + 1 H. + 4 Z. + 8 E.) theilt jedes Stück einzeln (§. 33. III.) gibt dem erhaltenen Theile den Namen des getheilten Stückes (§. 33. I.), u. bringt den jedesmaligen Rest auf den nächst niedern Rang, in welchem er als Zehner zählt, daher als Zehner mit der nächstfolgenden Ziffer des Quotienten zusammen gelesen werden kann.

Indem man nun das 1te Stück (3 Ztf.) des Dividenden mit 52 theilen will, trifft auf keinen Theil 1 Ztf. Man muß daher über die erste Ziffer (3 Ztf.) der Dividenden 0 als Quotient setzen.

Nun sind diese 3 Ztf. = 30 T. (§. 2.) und geben daher mit den 3 T. (das ist der zweiten Stelle) des Dividenden zusammengelesen 33 T. Will man diese durch 52 dividiren, so sieht man, daß auch hier nicht 1 Tausender auf jeden Theil träfe. Man muß daher auch über die zweite Ziffer (3 Tausender) des Dividenden, 0 als Quotient (Theil) schreiben.

= 00 637
33 148
:(52)
312
194
:(52)
156
388
:(52)
364
Rest 24

Da nun ferner 33 T. = 330 H. sind (§. 2.), so geben diese mit den (1) Hundertern des Dividenden zusammengelesen, 331 Hunderter. Dieses Stück endlich läßt sich, da es größer als der Divisor 52 ist, durch diesen theilen. Man erhält auf jeden Theil 331 H. : 52 = 6 Hundert., schreibt daher diese 6 ihrem Range gemäß, über die (1) Hunderter des Dividenden als Theil (Quotient) an. Es geben aber 6 H. × 52 nur 312 H., somit sind nicht alle 331 H. vertheilt, sondern es bleiben noch 331 — 312 = 19 Hunderter zu vertheilen. Diese sind 190 Zehner (§. 2.), zu welchen die 4 Zehner des Dividenden gelesen, 194 Zehner in 52 gleiche Theile zu vertheilen geben. Die hierauf folgende Theilung der

Zehner und Einer wird aber in völlig gleicher Art wie jene der Hunderter nachgewiesen, so daß hieraus die Richtigkeit der im §. 37. angegebenen Divisions-Regel für die Theilung jeder Ziffer des Dividenden erhellt.

§. 38. Division, wenn der Divisor rechts Nullen hat.

Dieser Fall kömmt öfters vor, und man kann dabei völlig nach der Regel (§. 36.), kürzer aber wie folgt, rechnen: z. Beispiel: 3 469 227 ist zu dividiren durch 4200.

Ansatz. Man schreibt die Nullen des Divisors (4200) nicht mit unter die ersten Ziffern des Dividenden (3469227) sondern unter die letzten (27) rechts hinaus.

Ausrechnung. Sodann wird (34692 durch 42) dividirt, als wären die Ziffern (27) und die darunter stehenden Nullen (00) gar nicht vorhanden.

Sobald aber die Rechnung in dieser Art (34692 : 42) vollendet ist, so hängt man dem letzten Reste (hier 0) jene Ziffern (27) des Dividenden an, unter welchen die Nullen des Divisors stehen, und diese verbundene Zahl ist dann der eigentliche Divisionsrest. Demnach ist in nebenstehender Theilung 826 der Quotient und 27 der Rest.

```
= 826 |
 34692 | 27
 : (42 | 00)
 336
 ---
  109
   84
  ---
   252
   252
  ---
 Rest Ø27
```

2. Beispiel. Wenn der Divisor (z. B. 60) außer den Nullen, nur eine Ziffer (6) hat, so geschieht die Division mit dieser einen Ziffer (6) wie im §. 35., nur daß an den letzten Divisions-Rest (1) jene Ziffern (4) heruntergeschrieben werden, unter denen die Nullen des Divisors stehen.

```
= 9873 |
 59239 | 4
 : (6  | 0)
 Rest 1 | 4
```

3. Beispiel. Wenn der Divisor eine Eins mit Nullen ist (1000), so sind die links vom Striche stehenden Ziffern (85) der Quotient, und die rechts davon stehenden (647) der letzte Divisionsrest.

```
= 85 |
  85 | 647
 : (1 | 000)
 Rest | 647
```

Uebungsbeispiele.

147) 580 003 : 8100 ?	150) 7 031 648 : 80 000 ?
148) 754 821 : 620 ?	151) 4 716 720 : 60 ?
149) 8 342 : 60 ?	152) 94 568 : 10 ?

Digitized by Google

Beweis zum ersten Beispiel. Führt man die Rechnung mit dem Divisor 4200 völlig nach §. 36., so sieht man, daß die oben angegebene Ausrechnungs-Art nur ein kürzeres Verfahren angibt, indem die Nullen des Divisors, welche während der Rechnung doch nichts verändern, gleich im Anfange weggelassen wurden.

= 826
3469227
:(4200)
33600
10922
8400
25227
25200
Rest 27

§. 39. Probe der Division.

Da die Multiplication gleiche Stücke zusammensetzt, die Division aber eine Zahl in gleiche Stücke zerlegt (§. 32.), so können beide Rechnungen einander als Probe dienen; denn wenn richtig zerlegt ist, so muß durch Zusammensetzung aller Stücke wieder das Ganze herauskommen.

Um daher die Richtigkeit eines Divisionsbeispieles zu prüfen, multiplicirt man den Quotienten mit dem Divisor, und zählt zu diesem Produkte (Zusammengesetzten) den allenfallsigen letzten Rest hinzu. Das was hiebei herauskömmt, muß einerlei mit dem Dividenden seyn. Trifft dieß nicht zu, so muß man zuerst die zur Probe gerechnete Multiplication, und wenn man da keinen Fehler findet, das Divisionsbeispiel noch einmal rechnen, bis man den Fehler gefunden und verbessert hat.

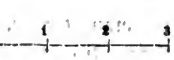
Geübte Rechner ziehen dieser Probe ein nochmaliges Dividiren des Beispiels vor, wo sie dann die beiden Divisionen Zeile um Zeile vergleichen, um etwaige Fehler aufzufinden.

§. 40. Division einer kleinern Zahl durch eine größere.

Es wurde in den vorhergegangenen §§. nur immer eine größere Zahl durch eine kleinere getheilt. Es läßt sich aber auch eine kleinere Zahl (z. B. 1 Elle oder 1 Pfd.) durch eine größere Zahl (z. B. durch 3) theilen.

Um dieses deutlich einzusehen, ziehe man eine gerade Linie A. ungefähr von der Länge eines Zolles,*) oder wenn es der Raum zuläßt von der Länge einer

*) Der Zoll ist eine kleinere Längeneinheit als der Fuß. (§. 50.)



Elle, so wird kaum Jemand bezweifeln, daß sich diese Maaßeinheit (Zoll oder Elle) in drei gleiche Theile von A. bis 1., von 1 bis 2, von 2 bis 3 theilen, also eine kleinere Zahl (1 Zoll) wirklich durch eine größere Zahl (3) dividiren lasse.

Jeder dieser Theile wird ein Drittelzoll genannt, und mit Zahlen $\frac{1}{3}$, nämlich so geschrieben, daß die zu theilende Zahl (1) über dem Divisionsstriche steht (§. 32.) und darunter der Theiler (3), welche Anschreibeart sich dadurch erklärt, daß ein Drittel erhalten wird, wenn man 1 in 3 gleiche Theile theilt, d. i. mit 3 dividirt, und daß es also einerlei ist, ob man sagt 1 dividirt durch 3 oder ein Drittel ($\frac{1}{3}$).

Jeden so angeschriebenen Theil ($\frac{1}{4}$) nennt man einen Bruch, weil um ihn zu erhalten, der ganze Zoll (oder die Elle ꝛc.) in Stücke zertheilt oder gebrochen werden mußte.

So wie man aber den Zoll oder die Elle in drei gleiche Stücke theilte, eben so kann man ihn auch in 4 (oder in 5 ꝛc.) gleiche Theile theilen. Jedes dieser Stücke heißt dann Viertel-Zoll (oder Fünftel-Zoll ꝛc.) und wird mit Ziffern $\frac{1}{4}$ Zoll (oder $\frac{1}{5}$ Zoll ꝛc.) geschrieben.

Ferner ist leicht einzusehen, daß man auch jede andere Einheit als z. B. die Meile, das Pfund ꝛc. ꝛc. eben so theilen, und die Theile eben so in Bruchform schreiben könne, und daß sich diese Theilung selbst auf Dinge anwenden lasse, die auf den ersten Blick untheilbar zu seyn scheinen. Denn, wenn man z. B. bei der Theilung 1 fl. : 5 das Guldenstück auch nicht wirklich zerstückt, so kann man sich doch eine klare Vorstellung von dem Werthe eines Fünftel-Guldens ($\frac{1}{5}$ fl.) machen.

Endlich wurde im Vorstehenden immer nur 1 getheilt, soll aber irgend eine andere Zahl z. B. 2 durch eine beliebige größere Zahl z. B. durch 35 dividirt werden, so sagt man: Da 2 aus 2 Einheiten besteht, so läßt sich jede einzeln dividiren (§. 33. III.) Die erste gibt ein Fünfunddreißigstel und eben so die zweite, also beide zusammen zwei Fünfunddreißigstel, was als Bruch $\frac{2}{35}$ geschrieben wird.

Hieraus folgt aber allgemein, daß man den Quotienten der Division einer kleinern Zahl (2) durch eine größere (35) dadurch erhält, indem man die kleinere (2) über, die größere

(35) unter den Divisionsstrich schreibt, und beide zusammen als einen Bruch liest ($\frac{2}{35}$ d. i. zwei Fünfunddreißigstel).

Und nun kann, wenn eine Division zuletzt einen Einerrest läßt, dieser auch noch getheilt werden, welches in den §§. 35 bis 38 nicht möglich war, indem derselbe, nicht so wie die Reste der Zehner, Hunderter u. s. w. durch das Herunterrücken der rechts folgenden Ziffer vergrößert und dadurch wieder theilbar gemacht werden konnte.

§. 41. Division des letzten Divisionsrestes.

Regel. Dem in ganzer Zahl gefundenen Quotienten (§. 35 bis 39.) wird rechter Hand der letzte Rest angehängt, indem man diesem Reste zugleich den Divisor in Bruchform unterschreibt.

Beim Lesen dieses Quotienten spricht man dann zuerst dessen ganze Zahl aus und hierauf den Bruch.

Beispiele. Man rechne hier nochmals aus die Exempel

§. 35. IIter Fall.	§. 36. 1. Beisp.	§. 38. 1. Beisp.
$= 19405\frac{1}{3}$	$= 637\frac{24}{52}$	$= 826\frac{27}{4200}$
58216	33148	34692 | 27
	: (52)	: (42) | 00)
: 3	312	336
	194	109
	156	84
	388	252
	364	252
	Rest 24	0

Es ist demnach der vollständige Quotient bei der
1. Div. $19405\frac{1}{3}$, der gelesen wird 19405 Ganze u. ein Drittel.
2. Div. $637\frac{24}{52}$; gelesen 637 Ganze u. 24 zweiundfünfzigstel.

Bei der 3. Division ist der Quotient $826\frac{27}{4200}$, indem der letzte Rest, die oberhalb den Nullen des Divisors stehende Zahl (27) ist, der Divisor aber 4200 heißt, was zum Bruch verbunden $\frac{27}{4200}$ gibt.

Zur Uebung rechne man aus den vorhergehenden §§. 35 bis 38, die folgenden Uebungsbeispiele Nro. 118; 120; 127; 130; 131; 135; 137; 138; 139; 141; 142; 149; 148 152, und gebe die Quotienten vollständig an.

Beweis der Regel. Wer die Zahl 58216 durch 3 zu dividiren hat, soll begreiflicher Weise die ganze Zahl dividiren, und kein Stück derselben, auch nicht einen Einer, ungetheilt lassen.

Zerstückt man nun die Zahl 58216 in die zwei Stücke 58215 + 1 und dividirt stückweise (§. 33. III.) so erhält man durch Division des ersten Stücks (nach §. 35.) den Quotienten 19405, durch Division des zweiten Stücks (nach §. 40.) den Quotient. $\frac{1}{3}$, so daß die vollständige Theilung der Zahl 58216 durch 3 den Quotienten $19405\frac{1}{3}$ gibt, was $19405\frac{1}{3}$ geschrieben wird, und somit die Richtigkeit der obigen Regel zeigt.

$$\begin{array}{r} = 19405 + \frac{1}{3} \\ 58215 + 1 \\ \hline :(3) \end{array}$$

Vermischte Uebungsbeispiele der Division wobei der Quotient vollständig angegeben ist.

153) 4 108 827 : 512?
154) 842 376 : 87653?
155) 6 969 633 : 79200?
156) 18 267 302 : 9000?
157) 143 976 : 3428?
158) 634 007 : 60?
159) 7 008 417 : 8?
160) 1 451 943 : 29?
161) 27 837 : 1000?
162) 24 627 : 48?
163) 90 713 617 904 : 2984?

§. 42. Dividiren im Kopfe.

1) Die Division einer ein- oder zweiziffrigen Zahl durch eine einziffrige geschieht im Kopfe nach §. 34.

2) Hat man eine mehrziffrige Zahl durch eine einzifferige zu dividiren, so geschieht die Theilung im Kopfe in derselben Ordnung wie auf dem Papier, nur daß man sich den Rang jeder Ziffer des Dividenden, die man eben theilt, genau angibt. Man dividire z. B. 8593 durch 4. Man sagt 4 in 8 Tausend gibt 2 Tausend, und merkt sich diese; dann 4 in 5 Hundert gibt 1 Hundert, man hat also 2 Tausend und 1 Hundert und noch 1 im Sinn, hierauf 4 in 19 Zehner gibt 4 Zehner, man hat also 2 Tauf., 1 Hund. und 4 Zehner nebst 3 im Sinn; ferner 4 in 33 geht 8 mal. Man hat also 2 Tauf., 1 Hund., 4 Zehner und $8\frac{1}{4}$ Einer, das ist $2148\frac{1}{4}$.

Uebungsbeispiele.

164) Wenn 9 Ellen Tuch 324 fl. kosten, was kostet 1 Elle?
165) Wie viele Wochen geben 365 Tage?

Digitized by Google

166) Ihrer 8 erhielten 162 Kr. zur gleichen Vertheilung; was erhält einer?

167) 6 Kompagnien stellen 150 Mann; was eine bei gleicher Vertheilung?

168) Wie viele Tage braucht man von München nach dem 65 Poststunden entfernten Würzburg, wenn man täglich 6 Poststunden Wegs zurücklegt?

* Fünfter Abschnitt.

Rechnungsvortheile zu Abkürzungen.

§. 43. Abkürzungen beim Multipliciren.

Anmerkung. Das einfache Verfahren bei der Addition und Subtract, gestattet bei diesen Rechnungsarten keine wesentl. Abkürzung.

I. Wenn zwei mehrzifferige Zahlen miteinander zu multipliciren sind (z. B. 317×32), von denen die eine als Product einziffriger Zahlen erkannt wird ($32 = 8 \times 4$), so multiplicirt man die andere Zahl (317), zuerst nur mit dem einen Factor (8 nach §. 26.), und das herauskommende (2536) noch mit dem andern Factor (4). Das auf diese Art erhaltene Produkt (10144) ist das nämliche, als wenn man die beiden mehrziffrigen Zahlen (317 und 32) nach §. 28 miteinander multiplicirt hätte.

317 × 8
2536 × 4
10144

Uebungsbeispiele.

169) 1849×64; 170) 906×63; 171) 42×856934.

Beweis. Der einfache Grund dieser Abkürzung beruht auf §. 25. IV. Da man nämlich 317 anstatt mit 32 anfänglich nur mit 8 multiplicirte, d. i. mit einer 4 mal kleinern Zahl, so erhielt man auch ein viermal zu kleines Product (2536). Dieses mußte daher noch 4 mal genommen werden, was bei der zweiten Multiplication geschah.

IIte Abkürzung. Wenn von den beiden Zahlen einer Multiplication (z. B. 927×498) die eine (498) nur um etliche Einheiten kleiner ist, als eine Zahl, die aus einer einzigen Ziffer mit rechts angehängten Nullen (500) besteht, so multiplicirt man zuerst mit dieser (nach §. 27.) und zieht vom Producte das zu viel Genommene wieder ab.

927 × 500
463500 —1854
461646

Da $408 = 500 - 2$ ist, so multiplicirt man 927 zuerst mit 500. Weil man aber hiedurch

die Zahl 927 zweimal zu oft genommen hat, so multiplicirt man 927 noch mit 2 und zieht dieses Product 1854 vom ersten Producte 463500 ab. Der Rest 461 646 ist gewiß nur noch das 498fache von 927.

Uebungsbeispiele.

172) 3408×97; **173)** 83617×199; **174)** 8993×548; **175)** $780\,045 \times 296$.

III. Abkürzung. Wenn eine Zahl (z. B. 8373) mit 25 zu multiplicieren ist, so hängt man ihr anstatt dessen rechts zwei Nullen an (837 300), und dividirt die so veränderte Zahl mit 4.

$= 209325$
837300
$:4$

Der erhaltene Quotient (209 325) ist das gesuchte Product von 8373 mit 25.

Beweis. Da $100 = 25 \times 4$, und die Zahl 8373 durch Anhängen von 2 Nullen, 100mal vergrößert wurde (§. 25. VI.), so ist 837 300 viermal zu oft genommen. Indem man hierauf 837 300 mit 4 dividirt, erhält es wieder die richtige Größe von $8373 \times 25 = 209\,325$.

Da 125 der 8te Theil von 1000 ist, so findet man das Product von 4385×125 durch Anhängung von 3 Nullen und Division mit 8.

$= 548\,125$
$4\,385\,000$
8

Uebungsbeispiele.

176) 967×25; **177)** 384×125; **178)** $83\,660 \times 25$.

IV. Abkürzung mittelst einer Tafel der Vielfachen des Multiplicanden.

Man hat zuweilen mehrere Multiplicationen, in welchen der eine Factor der nämliche ist. Diesen nimmt man als das Einfache (Multiplicand), berechnet sich im voraus eine Tafel von seinem doppelten, 3fachen ꝛc. bis zum 10fachen, und schreibt aus ihr die einzelnen Zeilen (Partialproducte) der verlangten Multiplicationen heraus. Die ganze Rechnung besteht mittelst einer solchen Tafel nur in dem Abschreiben und gehörigen Hineinrücken der einzelnen Zeilen (nach §. 28.) und in ihrer Addition. Sollen zum Beispiel die Zahlen a) 29 fl. b) 33 fl. c) 8076 fl. d) 945 fl. ꝛc. sämmtlich mit 354 multipl. werden, so nehme man 354 als das Einfache an.

Die Tafel der Vielfachen von 354 wird in folgender Art gemacht: Man schreibt das Einfache 354 in die erste Zeile. Multiplicirt es mit 2 und schreibt das Doppelte (708)

in die zweite Zeile. Die Addition der zweiten und ersten Zeile gibt dann die dritte. Die Addition der dritten und ersten gibt die vierte. Die Addition der vierten und ersten gibt die fünfte Zeile u. s. f., kurz man muß immer die letzte und erste Zeile zusammenzählen bis man 10 Zeilen hat. Die zehnte dient der ganzen Tafel zur Probe, denn sie muß wenn nirgends gefehlt wurde, die erste Zahl (354) mit einer rechts angehängten Null seyn (§. 25. VI.).

1)	354	a.)	354	b.)	354
2)	708		29		33
3)	1062		3186		1062
4)	1416		708		1062
5)	1770		10266		11682
6)	2124				
7)	2478	c.)	354	d.)	354
8)	2832		8076		945
9)	3186		2124		3186
10)	3540		2478		1416
			2832		1770
			2858904		334530

Der Gebrauch dieser Tafel nun ist sehr leicht. Anstatt z. B. (bei c.) mit 6 zu multipliciren ist blos die sechste Zeile der Tafel abgeschrieben. Dann ist ferner statt der Multiplication mit 7 Zehner die siebente Zeile abgeschrieben und gehörig unter den Anzeiger 7 gesetzt (§. 28.) Endlich, anstatt mit 8 Tausender zu multipliciren, ist die achte Zeile der Tafel herunter geschrieben; dabei aber jede Zeile so angesetzt, daß sie rechts unter jener Ziffer anfängt, mit der man eben multiplicirt (§. 28). Die Summe 2 858 904 ist das Product c. Die übrigen Beispiele sind eben so gerechnet, nur d. (nach §. 28. Anm. 2.) in umgekehrter Art.

Da mit Hülfe einer solchen Tafel die einzelnen Zeilen der Produkte alle richtig sind, so fehlt man nicht leicht und es findet daher auch bei einzelnen großen Multiplicationen eine solche Tafel vortheilhafte Anwendung.

Uebungsbeispiele.

179) Von der Mannschaft eines Regiments soll jeder Mann 36 Patronen erhalten. Wie viel muß jede Kompagnie

ihrem, hier unten angegebenen Präsentstande gemäß empfangen? Die 1. Schütz.) 92 Mann; 1 Füs. 107; 2) 142; 3) 86; 4) 39; 5) 158; 2 Schütz) 126; 6 Füs.) 74; 7) 69; 8) 45; 9) 86 und die 10te Comp. hat 108 Mann präsent.

180) Wenn ein Zentner einer Waare 487 Fl. kostet, was werden davon kosten a) 195 Ztr.; b) 647 Ztr.; c) 9388 Ztr.; d) 807 Ztr.; e) 76 Zt.; f) 2555 Zt.?

V. Abkürzung durch Erweiterung des Einmaleins.

Von zweiziffrigen Zahlen, die beim Multipliciren öfters vorkommen, thut man wohl, die 1 bis 9fachen nach Bedarf auswendig zu lernen, indem man sodann mit ihnen wie mit einziffrigen Zahlen multipliciren kann.

Man präge sich vorerst ein, die 1 bis 10fachen von 11, 12, 15, 16, 24, 25, 32, und erweitere diese Tafel je nachdem es nöthig wird.

1	11	12	15	16	24	25	32
2	22	24	30	32	48	50	64
3	33	36	45	48	72	75	96
4	44	48	60	64	96	100	128
5	55	60	75	80	120	125	160
6	66	72	90	96	144	150	192
7	77	84	105	112	168	175	224
8	88	96	120	128	192	200	256
9	99	108	135	144	216	225	288
10	100	120	150	160	240	250	320

Sollte man z. B. finden: a) wie viele Zoll in 3274 Fuß enthalten sind, wenn ein Fuß 12 Zoll hält, b) wie viele Kerzen 952 Pfund Lichter geben, das Pfund zu 16 Stück; so rechnet man wie im §. 26.

a) 3274 × 12 = 39288

b) 952 × 16 = 15232

Man sagt nämlich bei b) 16 mal 2 ist 32, schreib 2 und behalt 3 im Sinn; dann 16 mal 5 ist 80 und 3 ist 83 schreib 3 behalt 8; ferner 16 mal 9 ist 144 und 8 ist 152 die man völlig anschreibt. Bei dem Beispiel a. geht es ebenso.

Uebungsbeispiele.

181) 325 × 11 | 182) 2461 × 12 | 183) 564089 × 12
184) 839 × 16 | 185) 8731 × 15 | 186) 35287 × 32

VI. Abkürzung. Sind mehrere Ziffern oder ist eine Ziffer des Anzeigers **eins**, wie bei 13, 14 od. 21, 91, 119 ꝛc.

ꝛc., so steht die Rechnung vereinfacht, wie hier unten, und bedarf keiner Erklärung.

2739 × 13;	509 × 81;	4816 × 107;
8217	4072	33712
35607	41229	515312

§. 44. Abkürzungen und Vortheile beim Dividiren.

Diese sind von ähnlicher Art wie jene der Multiplication.

I. Wenn der Divisor (z. B. 28) ein Product einziffriger Zahlen (4 × 7) ist, so theilt man den Dividenden (hier neben 23 856) zuerst durch den einen Factor (7), und den erhaltenen Quotienten (3408) noch durch den andern Factor (4) u. s. f., wenn noch mehr Factoren da sind. Der Quotient (852) ist der nämliche, als wenn man auf einmal mit dem Divisor (28) getheilt hätte.

= 852
= 3408
23856
7 × 4

Uebungsbeispiele.

187) 45 657 248 : 56 ? **188)** 39 339 360 : 72 ?

Anmerkung. Diese Abkürzung kann man erst nach der Lehre von den Brüchen mit Vortheil anwenden, da hiebei öfters Brüche zu theilen sind.

Beweis. Um die Richtigkeit dieses Rechnungsvortheils einzusehen, ziehe man einen geraden Strich ungefähr in der Länge eines Fußes oder Zolls (wie hier neben bei A), theile diesen in 7 gleiche Theile, und dann ein solches Siebentel (von A bis 1) noch in 4 gleiche Theile. Dann ist offenbar der vierte Theil vom Siebentel zugleich der 28ste Theil vom Ganzen, weil jedes der 7 Siebentel von A bis 1, von 1 bis 2, u. s. f. 4 solche Viertel, also das Ganze 7 × 4 d. i. 28 solche Stückchen enthält. Was aber für 1 Zoll richtig ist, ist auch für jeden von 23 856 Zoll, d. i. für den ganzen Dividenden richtig, es mag dieser den Namen überdieß Zoll oder was immer für einen Namen (Elle, Gulden ꝛc.) haben.

A 1 2 3 4 5 6 7

II. Abkürzung. 1) Wenn eine Zahl (z. B. 946 278) durch 5 zu theilen ist, so multiplicirt man sie anstatt dessen mit 2, und theilt das erhaltene Product (1 892 556) durch 10 (nach §. 38. Beisp. 3.), indem man rechts unter seine erste Ziffer (6) den Divisor 10 in Bruchform $\frac{6}{10}$ schreibt.

946 278
× 2
= 189255 $\frac{6}{10}$

2) Durch 25 theilt man in ähnlicher Art, indem man den Dividenden (31 640 375) nur mit 4 multiplicirt, und das herauskommende Product (126 561 500) durch 100 theilt (nach §. 38.)

$$\begin{array}{r} 31\,640\,375 \\ \times\,4 \\ \hline = 126\,561\,5\frac{00}{100} \end{array}$$

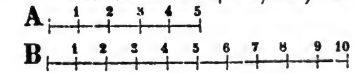
Man erhält 31 640 375 : 25 = 1 265 615.

3) Ebenso kann man anstatt mit 50 zu dividiren, den Dividenden zuerst mit 2 multipliciren u. dieses Product durch 100 theilen; endlich auch statt mit 125 zu theilen den Dividenden zuerst mit 8 multipliciren und das Product durch 1000 theilen.

Uebungsbeispiele.

189) 142 036 : 5?
190) 2 831 617 : 25?
191) 781 906 : 50?
192) 87 304 125 : 125?

Der Beweis ist ähnlich dem vorigen. Man denke sich einen Zoll (wie hier neben bei A) in 5 gleiche Theile getheilt, so daß von A bis 1 ein Fünftelzoll ist. Nimmt man nun anstatt dieser Theilung den Zoll zweimal, so erhält man wie bei B 10 Fünftelzoll, und muß dieses 2fache durch 10 theilen, um wieder einen Fünftelzoll (von B bis 1) zu erhalten. Was aber hier von einem Zoll erwiesen wurde, ist auch für jeden von 946 278 Zoll, somit für den ganzen Dividenden des ersten Beispieles erwiesen, welche Benennung dieser auch haben möge. Der Beweis für die Divisoren 25 u. 50 u. 125 aber geht in der nämlich. Weise.



III. Abkürzung mittelst einer Tafel der Vielfachen.

Sollen mit dem nämlichen Divisor mehrere Theilungen gemacht werden, so legt man sich vor Allem eine Tafel seiner 1 bis 10fachen an. Sieht sodann bei jedem zu theilenden Stücke, welches Vielfache der Tafel ihm zunächst kömmt, zieht es davon ab, und schreibt den zugehörigen Factor der Tafel in den Quotienten.

Beispiel. In einen Verschlag werden 168 Päckchen scharfe Infanterie-Patronen verpackt. Wie viele Verschläge braucht man demnach a) zu 125 328 Päckchen; b) zu 3 386 492; c) zu 2 000 000 Päckchen? ꝛc.

Die Anlegung der Tafel ist §. 43. IV. angegeben; ihr einfacher Gebrauch zur Division soll am Beispiel a) erklärt werden.

Digitized by Google

1) 168	a) = 746 Verschl.	b) = 20 157 Verschl.	
2) 336	125328	3386492	
3) 504	: (168)	: (168)	
4) 672	1176	264	
5) 840	772	969	
6) 1008	672	1292	
7) 1176	1008	Rest 116 Päckch.	
8) 1344	1008		
9) 1512	Ø		
10) 1680			

Zu a.) Der Divisor 168 ist links unter 1253 des Dividenden angeschrieben (wie §. 36.) und dann 1253 mit den Vielfachen der Tafel verglichen. Hiebei fällt sogleich 1176 = 7 × 168 als das 1253 zunächst kleinere Vielfache auf. Man schreibt daher 7 in den Quotienten, dann 1176 unter 1253 und zieht es davon ab. Der Rest ist 77. An diesen hängt man die folgende 2 des Dividenden; vergleicht 772 mit den Vielfachen der Tafel u. erkennt (da 840 schon = 5 × 168), daß 168 in 772 nur viermal geht. Es wird daher 4 in Quotienten, 672 unter 772 geschrieben und abgezogen. Es bleibt 100, daher sind noch 1008 zu theilen. Diese Zahl mit der Tafel verglichen, zeigt, daß 168 genau 6mal darin enthalten ist. Man schreibe daher 6 in den Quotienten u. behält keinen Rest.

Bei b) sind die Vielfachen der Tafel, ohne sie abzuschreiben, gleich abgezogen, was die Rechnung noch abkürzt. Man findet bei a) 746 Verschl. bei b.) 20 157 Verschl. und 116 Päckchen Rest, und für c.) 11 904 Verschläge und 128 Päckchen Rest.

Die Sicherheit gegen Rechnungsfehler und das bequeme der Theilung mit Hülfe einer solchen Tafel ist auffallend, so daß sie auch bei einer einzelnen etwas großen Division vortheilhafte Anwendung findet.

Uebungsbeispiele.

193) Das Pfund ist in 128 Theile getheilt, die man Quint nennt. Wie viele Pfund geben demnach a) 95 616 Quint; b) 112 387 Quint und c) 3 846 656 Qu.?

194) Wie viele Verschläge braucht man zur Verpackung von a) 1 000 000, b) 872 350, c) 28 596 475 d) 90 570 Päckchen scharfer Karabiner-Patronen, da 154 Päckchen in einen Verschlag gepackt werden?

Digitized by Google

IV. Division mit Hülfe des erweiterten Einmaleins.

Wer sich die 1 bis 9fachen zweiziffriger Zahlen (fünfte Abk. der Multip.) eingeprägt hat, dividirt mit diesen Zahlen als wären sie einziffrig, also nach §. 25. z. B. Wenn 12 Zoll einen Fuß ausmachen, wie viele Fuß geben dann 14 857 Zoll?

$1\,238\frac{1}{12}$ Fuß.
14 857
:(12)

Man sagt 12 in 14 geht einmal, schreibt 1 über 4 und behält 2 im Sinn; liest diese 2 gleich mit der im Dividenden folgenden 8 zusammen, hat also 28 und sagt 12 in 28 geht 2 mal; schreibt 2 über 8 und behält 4 im Sinne; dann 12 in 45, 3 mal und behält 9 im Sinne; endlich 12 in 97 achtmal und behält 1 als Rest, unter welchem der Divisor 12 geschrieben ist.

Uebungsbeispiele.

195) Der 15te Theil eines Guldens heißt Batzen; wie viele Gulden geben demnach 876456 Batzen?

196) 83529 Zoll, wie viel sind's Fuß? 1 Fuß = 12 Zoll.

197) 277008 Loth, wie viel sind's Pfunde? 32 Loth heißen 1 Pfund.

Fragen zum dritten, vierten und fünften Abschnitte.

Zum dritten Abschnitte. (Multiplication.)

1) Wie wird das Zusammenzählen von lauter gleichen Stücken genannt, und wie heißen die dabei vorkommenden Zahlen? (Beantwortung aus §. 23). 2) Was heißt zwei Zahlen mit einander multipliciren? (§. 23). 3) Was ist die Bedeutung von 14 Kr. × 9? von 8.7 Pfund? (§. 23). 4) Wie muß das Product von zwei einziffrigen Zahlen eigentlich gefunden werden, und was ist das Einmaleins? (§. 24). 5) Wenn von den beiden Zahlen einer Multiplication, die eine benannt ist, welche von beiden ist dann der Anzeiger und welche das Einfache? und welchen Namen hat ihr Product? (§. 25. I). 6) Die tägliche Löhnung eines Mannes ist 9 kr., was ist die für 1 Jahr zu 365 Tagen? welche Zahl ist in dieser Aufgabe der Anzeiger? welche ist das Einfache u. was ist das Product? (§. 25 I). 7) Können beide Factoren einer Multipl. benannt seyn od. nicht? warum? und was ist 8 Pfund mal 9 Gulden? (§. 25 I). 8) Darf man bei einer Multiplication das Einfache mit dem Anzeiger vertauschen? Man zeige es an einem Beispiele. (§. 25 II.). 9) Muß das Einfache auf einmal mit dem Anzeiger multiplicirt werden, oder wie kann es auch anders geschehen? (§. 25. III). Man beantworte die nämliche Frage in Bezug auf den Anzeiger. 10) Wenn eine Zahl von irgend einem Range unsrer Zählungsart multiplicirt wird, welchen Rang hat das Product? (§. 25. I). 11) Wenn einer der Factoren vergrößert wird, wie wird das Product? (§. 25. IV). 12) Wie aber wird das Product, wenn einer der beiden Factoren

Digitized by Google

vergrößert, und der andere eben so vielmal verkleinert wird? (§. 25. V). 13) Wie wird eine Zahl mit 10, mit 100, mit 1000 u. s. f. multiplicirt? Man beweise das Verfahren. (§. 25. VI). 14) Man sage die Grundsätze der Multiplication. (§. 25). 15) Man gebe das praktische Verfahren bei der Multiplication an, und erläutere es durch ein Beispiel: a) bei der mehrziffrigen mit der einziffrigen Zahl; (§. 26). b) bei der mehrziffrigen mit der einziffrigen Zahl höhern Ranges; (§. 27). c) bei zwei mehrziffrigen Zahlen. (§. 28.) 16) Man beweise diese 3 Verfahrungsarten mit selbstgewählten Beispielen. (§. 26 bis 28). 17) Wie wird das Product von mehr als 2 Factoren gebildet? (§. 29). 18) Was versteht man unter umgekehrtem Multipliciren? (§. 28. Anmrk. 2). 19) Wie ist die Probe der Multiplication? (§. 30).

Fragen zum vierten Abschnitte. (Division.)

1) Welche Rechnungsart heißt Theilung (Division) und wie heißen die dabei vorkommenden Zahlen? 2) Wie wird die Division angezeigt? 3) Darf man Dividend und Divisor unter sich verwechseln oder nicht? warum oder warum nicht? (§. 32). 4) In welcher Beziehung stehen Multiplication und Division? und wie kann man daher die Division erklären? (§. 32). 5) Hat der Theil mit der getheilten Zahl einerlei Namen oder nicht? (§. 33. I). 6) Welche verschiedene Arten von Aufgaben rechnet die Division (Theilung) aus? Dieses ist an einem Beispiele jeder Art zu erklären und damit zu zeigen, welche Benennung Dividend, Divisor und Quotient einer Division haben können. (§. 33. II). 7) Was läßt sich von der Zahl des Quotienten bei den 2 Arten der Theilung sagen? (§. 33. II. Zus. 1). 8) Wenn eine Zahl von irgend einem Range unserer Zählungsart getheilt wird, was ist dann der Rang des Quotienten? Was gibt z. B. 24 Hunderter: 4? 19 Zehner dividirt durch 8? (§. 33. II. Zus. 3). 9) Darf man beide den Dividenden und den Divisor zerstücken, oder welche von diesen Zahlen? Man erkläre dieses an selbst gewählten Beispielen. (§. 33. III). 10) Wie kann man das Einmaleins zum Dividiren benützen? (§. 34). 11) Wie wird eine mehrziffrige Zahl durch eine einziffrige Zahl dividirt? Man zeige die Richtigkeit dieser Regel an dem Beispiele 846 : 3 und 1265 : 5. (§. 35). 12) Wie wird eine mehrziffrige Zahl durch eine mehrziffrige Zahl dividirt? (§. 36). Man zeige die Richtigkeit der Regel an dem Beispiele 4876 : 23. (§. 37). 13) Wie dividirt man, wenn der Divisor rechts Nullen hat? (§. 38). 14) In welchem Falle muß man besonders Acht haben, die Ziffern im Quotienten nicht zu groß zu nehmen? (§. 36. d). 15) Dürfen Nullen im Quotienten ausgelassen werden? wo? wo nicht? (§. 36. c). 16) Was ist die Probe der Division? (§. 39). 17) Kann eine kleinere Zahl auch durch eine größere dividirt werden (z. B. 3 Ellen : 7)? Wie wird der Quotient dann angeschrieben? (§. 40). 18) Wie wird der letzte Rest einer Division getheilt? und wie heißen daher die vollständigen Quotienten der Uebungsbeispiele im §. 41?

Digitized by Google

Fragen zum fünften Abschnitte (Rechnungsvortheile).

1) Wie multiplicirt man, wenn einer der Factoren ein Product einziffriger Zahlen ist? (§. 43. I). 2) Wie multiplicirt man mit 25? 125? 50? (§. 43. III). 3) Wie multiplicirt man, wenn bei mehreren Beispielen der eine Factor der nämliche ist? (§. 43. IV). 4) Wie multiplicirt man, wenn einer der Factoren nur um wenige (höchstens 10) Einheiten kleiner ist, als eine einzelne Ziffer mit Nullen? (§ 43. II). 5) In welcher Art ist eine Erweiterung des Einmaleins von Vortheil beim Multipliciren und Dividiren? (§. 43. V u. 44. IV). Die ersten drei Fragen können auch für die Division gestellt werden (§. 44. I, II u. III).

Sechster Abschnitt.

Anleitung zur richtigen Anwendung der vier Rechnungsarten bei der Ausrechnung practischer Aufgaben.

Die in den vorhergegangenen Abschnitten erklärten vier Rechnungsarten oder vier Species (da Art im Lateinischen **species** heißt) bilden die Grundlage der ganzen Arithmetik *). Sie sind die unentbehrlichen Hülfsmittel zur Auflösung der Rechnungsaufgaben, die im gewöhnlichen Leben vorkommen. Es muß daher ein Jeder trachten, sich in denselben volle Fertigkeit zu verschaffen. Diese allein aber reicht noch nicht aus, sondern man muß sich auch deutlich bewußt seyn, was mit jeder der vier Arten ausgerechnet werden kann, damit zu einer vorkommenden Aufgabe nicht eine unpassende Rechnungsart angewendet wird, indem hiedurch sicher eine irrige Antwort herauskommen müßte, wenn auch im Uebrigen noch so richtig gerechnet wäre.

Es soll daher hier besonders aufmerksam gemacht werden, woran man bei einer Aufgabe die Rechnungsart erkennt,

*) Außer den vier Species lehrt die Arithmetik noch einige andere Rechnungsarten. Da diese jedoch im gewöhnlichen Leben wenig Anwendung finden, so sind sie, dem Zwecke des vorliegenden Lehrbuches gemäß, weggelassen.

Digitized by Google

durch welche sie ausgerechnet werden kann. Dieses ist um so wichtiger, weil Jeder bei den Aufgaben, deren Ausrechnung ihm practisch vorkömmt, die nöthige Rechnungsart selbst erkennen muß, während bei den Exempeln der vorigen §§. die voranstehende Regel dieses angab.

§. 45. Kennzeichen, aus welchen die Rechnungsart erkannt wird, die zur Ausrechnung einer einfachen *) Aufgabe nöthig ist.

Diese Kennzeichen liegen in den Erklärungen der vier Rechnungsarten, die man in den §§. 9 und 10, 17 und 18, 23 und 25, 32 und 33 wiederholt aufmerksam durchlese und die auch hier nochmals, jedoch nur in Kürze erklärt werden sollen, damit sie Jeder völlig begreife, und sich dieselben fest einpräge.

Zahlen sind keiner andern Veränderung fähig, als der Vermehrung und der Verminderung. Es kann daher auch nur zwei Hauptrechnungsarten geben.

1) Zahlen zusammenzählen oder addiren, heißt eine neue Zahl finden, die allein so groß ist, als alle gegebenen Zahlen zusammen genommen. Diese Rechnungsart ist also eine Vermehrung.

2) Zwei Zahlen zusammensetzen oder nach gleichen Stücken vermehren (multipliciren), heißt die eine Zahl so oftmal zusammenzählen oder nehmen, als die andere Zahl Einheiten zählt. Die Multiplication ist also auch eine Vermehrung, und zwar von lauter völlig gleichen Stücken, während sie bei der Addition von verschiedener Größe seyn dürfen.

3) Abziehen oder subtrahiren heißt den Unterschied zweier Zahlen finden, und dieser wird erhalten, wenn man von der einen Zahl die andere wegnimmt. Die Subtraction ist also eine Verminderungsart.

4) Theilen oder dividiren endlich, heißt eine gegebene

*) Eine Aufgabe soll zusammengesetzt heißen, wenn zu ihrer Ausrechnung sowohl Multiplication als auch Division nöthig ist; einfach aber, wenn außer Addition und Subtraction eine der beiden andern Rechnungsarten hinreicht. Die Anleitung zur Ausrechnung der einfachen Aufgaben gibt der gegenwärtige §., jene zur Ausrechnung der zusammengesetzten folgt später.

Digitized by Google

Zahl in gleiche Theile zerlegen, sey es nun, um die Größe eines Theils zu erhalten, oder sey es um die Anzahl der Theile (bei bekannter Größe derselben) zu finden. Es ist also jedenfalls die Theilung eine Verminderungsart und zwar nach gleichen Stücken, während sie beim Subtrahiren ungleich seyn können.

Soll man nun eine Aufgabe ausrechnen, und man erkennt nicht auf den ersten Blick, welche Rechnungsart hiezu nöthig ist, so überdenke man a) aufmerksam den Sinn der Aufgabe, und fange nicht eher zu rechnen an, bis einem völlig klar ist, ob und welche Zahlen der Aufgabe sich vermehren oder vermindern.

b) Ist man hierüber im Klaren und hat z. B. erkannt, daß sie sich vermehren, so sieht man noch, ob die Vermehrung durch Stücke von ungleicher Größe geschieht, oder ob alle Stücke gleich groß sind. Bei ungleichen Stücken wendet man die Addition an, bei gleichen Stücken aber die Multiplication.

Hätte man aber erkannt, daß sich die Zahlen der Aufgabe vermindern, so mache man sich noch deutlich, ob diese Verminderung durch Theilung geschehe, nach dem einen oder dem andern Sinne der Theilung, und wende dann gleich die Division an; oder ob die Verminderung, der Ungleichheit der Stücke wegen, nicht durch Theilung geschehen könne, und wende dann gleich die Subtraction an.

Zuweilen kommen bei den Zahlen einer Aufgabe Wörter vor, wie z. B. „getheilt", „mal", „von", „und", an denen man die Rechnungsart sogleich erkennen kann, wenn man sich erinnert, daß „und" so wie auch „mal" eine Vermehrung, „von" und „getheilt" aber eine Verminderung anzeigen.

Es sollen nun die angegebenen Erkennungszeichen bei der Ausrechnung einiger Aufgaben angewendet werden.

§. 46. Beispiele.

Erstes Beispiel. Eine Eskadron hat an den folgenden Tagen des Monats September Fourage empfangen. Man soll den ganzen Empfang dieses Monats finden.

Digitized by Google

Am	3t.	342	Rationen	Hafer,	342	Rat.	Heu u.	342	Rat.	Stroh.
„	6t.	453	„	„	456	„	„	456	„	„
„	10t.	338	„	„	338	„	„	338	„	„
„	13t.	449	„	„	452	„	„	452	„	„
„	17t	312	„	„	317	„	„	317	„	„
„	20t.	479	„	„	483	„	„	483	„	„
„	24t.	345	„	„	345	„	„	345	„	„
„	27t.	453	„	„	460	„	„	460	„	„
Ausrechnung		3171	„	„	3193	„	„	3193	„	„

Die gleichnamigen Empfänge (z. B. an Hafer) vermehren sich. Da dieselben aber nicht alle gleiche Größe haben, so muß der ganze Empfang durch Zusammenzählen erhalten werden. Man addirt daher, wie hier oben geschehen ist, und findet die Summe: 3171 Rat. Hafer, 3193 Rat. Heu und eben so viel Rationen Stroh.

Zweites Beispiel. Die Fourage-Gebühr einer Eskadron betrug, ihrem Pferdestand gemäß, im verflossenen Quartale 14006 Rationen Hafer. Es wurden jedoch 97 Rationen durch Marodepferde erspart. Was ist demnach die eigentliche Gebührssumme?

Ausrechnung. Wegen der Ersparung durch Marodepferde wird die Gebühr vermindert, und zwar um 97 Rationen. Man zieht daher 97 von 14006 ab (§. 20), und findet:

14006	
··97	
13909	

Antwort. Die eigentliche Gebührssumme ist 13909 Rationen.

Drittes Beispiel. Was kosten 5 Pfund einer Waare, von der jedes einzelne Pfund 11 Kreuzer kostet?

Ausrechnung. 5 Pfund kosten offenbar mehr als 1 Pfd., und zwar 5mal mehr, da jedes einzelne Pfund gleichviel, nämlich 11 Kreuzer kostet. Man erkennt aber hieraus deutlich, daß man 11 Kreuzer 5mal gleichmäßig vermehren, d. i. mit 5 multipliciren müsse, und erhält 55 Kreuzer.

11 kr.	
—× 5	
55 kr.	

Antwort. 5 Pfund kosten 55 Kreuzer, wenn 1 Pfund 11 Kreuzer kostet.

Zusatz 1. Allgemein ergibt sich hieraus auch:

Wenn der Preis von einem Pfunde (oder 1 Elle, kurz von einer Einheit) bekannt ist, und der Preis von mehreren Pfunden, d. i. von mehreren gleichnami-

Digitized by Google

gen Einheiten ausgerechnet werden soll, so multiplicirt man den Preis einer Einheit mit der Anzahl derselben.

Viertes Beispiel. Was kostet 1 Pfund einer Waare, von der 12 Pfund mit 48 Kreuzer bezahlt wurden?

Ausrechnung. 1 Pfund kostet offenbar weniger als 12 Pfund, und zwar nur den 12ten Theil, da bei der nämlichen Waare auch jedes Pfund gleichviel kostet; man muß daher 48 Kreuzer in 12 gleiche Theile theilen, und erhält hiebei den Quotienten 4 Kreuzer (nach §. 33. I. Grundsf.).

Zusatz 2. Allgemein erkennt man hieraus:

Wenn der Werth oder Preis von mehreren Einheiten (Pfunden oder Ellen u. s. w.) bekannt ist, und der Werth von **einer** dieser Einheiten (Pfd. oder Elle ꝛc.) ausgerechnet werden soll, so dividirt man den gegebenen Werth oder Preis durch die Anzahl. Der herauskommende Quotient gibt dann den Preis von 1 Pfund od. 1 Elle ꝛc. an.

Fünftes Beispiel. Sechszig Kreuzer zusammen genommen nennt man einen Gulden. Wie viele Gulden geben demnach 739 Kreuzer?

Ausrechnung. In so viele Theile, zu 60 Kreuzer jeden, sich die 739 kr. abtheilen lassen, so viele Gulden geben diese 739 kr.; indem es angenommen ist, jede 60 kr. einen Gulden zu nennen. Hieraus erkennt man aber, daß 739 kr. durch 60 kr. dividirt werden müssen (nach §. 33. II. Grundsf. 2).

= 12 Gulden.		Man findet 12 Theile zu 60 kr. jeden, d. i. 12 sogenannte Gulden, und einen Ueberschuß von 19 kr.
73	9 kr.	
:(6	0) kr.	
1	9 kr.	

Anmerkung. Aus §. 33. II. Grundsf. ist bekannt, daß der hier gefundene Quotient 12 unbenannt seyn müsse. Es kommt ihm auch der Name Gulden nur aus dem Grunde zu, weil es angenommen ist, jedes 60 Kreuzer-Stück einen Gulden zu nennen.

Antwort. 739 Kreuzer sind 12 Gulden 19 Kreuzer.

Uebungsbeispiele.

198) Jemand gibt am 1ten Mai aus 41 kr., am 2ten 7 kr., am 3ten 11 kr., am 4ten 29 kr., am 5ten 26 kr., am 6ten 4 kr., am 7ten 18 kr. und am 8ten 53 kr. Was zusammen?

Digitized by Google

199) Wie viel hat er an den 4 erſten Tagen mehr oder weniger verbraucht, als an den 4 letzten Tagen?

200) Wie viel hätte er ausgegeben, wenn er jeden der acht Tage ſo viel verbraucht hätte als am 1ten Mai?

201) Wie viele Gulden gäbe dieſes?

202) Welche Ausgabe trifft auf jeden einzelnen Tag des 198ten Beiſpiels, wenn er jeden der 8 Tage gleichviel ausgegeben hätte?

203) Was koſten 54 Pfund Pulver, das Pfund zur 34 kr.?

204) Was koſten 118 Ellen Leinwand, die Elle zu 13 kr.?

205) Was koſtet 1 ℔. Bley, wenn 41 ℔. 451 kr. koſteten?

206) Was koſten 4789 ℔., wenn 1 ℔. 3 fl. koſtet?

207) Ein Pfund Eiſen koſtete 7 kr., was 10890 Pfund?

208) 851 Gulden; wie viel ſind's Kreuzer?

209) 4065 Kreuzer; wie viel ſind's Gulden?

210) Wenn 1 Mann täglich 105 Patronen anfertigen konnte, wie viel Patr. machen 36 Mann in 1 Tag?

211) 18 Mann erlegten auf 11 Tage das Menagegeld, ein Jeder mit 4 kr. täglich; was iſt die ganze Einlage in Kreuzern, in Gulden?

212) Eine Abtheilung von 86 Mann ſoll auf 92 Tage ſo mit Fleiſch verſehen werden, daß je 2 Mann täglich ein Pfund erhalten; wie groß muß der Vorrath ſeyn?

213) Wenn nun 1 Stück Schlachtvieh im Durchſchnitte 550 Pfund abgibt, wie viel Stücke gebühren dieſer Abtheilung?

214) Jemand, der ſich jeden Werktag 46 kr. verdiente, hingegen täglich 27 kr. und jeden Sonntag das Doppelte verbrauchte, möchte wiſſen, wie viel ihm wöchentlich und wie viel jährlich (in 52 Wochen) übrig bleiben?

215) Von einer Arbeiter-Abtheilung konnte jeder Mann in einer Woche 3125 Infanterie-Patronen anfertigen. Wie viele Mann braucht man, um 100000 Patronen in der nämlichen Zeit zu vollenden?

216) In einem Magazine waren 7201 Pfund Reis. Hievon wurden an die 12 Compagnien eines Regiments der Ordnung nach abgegeben: 634, 720, 498, 379, 627, 565, 459, 344, 588, 217, 586 und 696 Pfund. Wie viel Pfunde müſſen übrig bleiben?

217) In einer Menage von 14 Mann, von denen jeder täglich 5 kr. einlegt, ſollen eingekauft werden: 6 ℔. Fleiſch,

Digitized by Google

das ℔. zu 8 kr., 1 ℔. Salz zu 4 kr., Grünes für 1 kr. und Brod für das übrige Geld. Es ist demgemäß der Menagezettel anzufertigen.

218) Wie lange braucht man von Passau nach dem 84 Stunden entfernten Würzburg bei täglichen Märschen von 7 Stunden?

219) Wie lange wird man aber brauchen, wenn nach jeden 3 Marsch-Tagen ein Rasttag trifft?

220) Der Stand einer Compagnie ist 144 Gefreite und Gemeine. Hievon sind 5 krank, 17 kommandirt, 16 auf Dienst und 23 beurlaubt. Wie viel verbleiben zum Ausrücken?

221) Wenn diese Mannschaft in 2 Gliedern aufgestellt, 8 Sectionen bilden soll, zu wie viel Rotten ist dann jede Section abzutheilen?

222) Die 12 Compagnien eines Regiments können in folgender Stärke ausrücken: 3 Comp. mit 96 Mann jede; 2 Comp., jede mit 88 Mann; 5 Comp., jede mit 79 Mann; 1 Comp. mit 102 und 1 mit 67 Mann.

Dieser ganze Stand soll 2 Glieder hoch aufgestellt, dann in 12 gleich starke Compagnien, und jede dieser in 8 Sectionen abgetheilt werden. a) Was ist die Stärke des Regiments? b) Wie viele Rotten hat jede Compagnie? und c) wie viel jede Section?

223) Wie viele Seelen wohnen in Bayern (durchschnittlich) auf einer Quadrat-Meile? (Man sehe §. 4. Beisp. 8).

224) Wie viel Regimenter zu 2064 Mann würden nöthig seyn, um das Königreich (§. 4. Beisp. 8) mit einem Gesundheits-Kordon zu umziehen; wenn man auf die Stunde 25 Mann rechnen soll?

225) Um wie viel hat die Bevölkerung Bayerns von 1827 bis 1837 zugenommen (man sehe §. 4. Beisp. 9), und was trifft hievon, bei Voraussetzung gleicher Zunahme, auf jedes Jahr?

226) Wie viel Tagwerke hält Bayern? (§. 4. Beisp. 11).

227) Im Jahre 1517 wurde zu Nürnberg das Luntenschloß erfunden. Wie lange ist dieß her im Jahre 1841?

228) Ein Fuder Heu wog 28 Centner (sammt dem Wagen). Das Gewicht des leeren Wagens wurde zu 7 Ctr. gefunden. Was kostet dieses Fuder, der Ctr. zu 53 kr.?

Digitized by Google

Poststunde hat eine Länge von 5444 Schritten. cher Zeit legt Infanterie diesen Weg zurück, Ordinärschritte (88 auf eine Minute)? b) im ritte (100 auf 1 Minute)? c) im Geschwindschritte f 1 Minute)?

1 ein Mann in 7 Stunden 115 Kubikfuß Erde ausgräbt, wie viel dann in einer Stunde?

231) Wenn ein Mann in einer Stunde 14 Kubikfuß Erde ausgraben kann; wie viel dann 45 Mann in 6 Stunden?

232) Wenn ein Mann in 8 Stunden 124 Kubikfuß Erde ausgraben kann; wie viele Mann wird man brauchen, um in der nämlichen Zeit einen Graben von 58418 Kubikfuß auszuheben?

233) Der Schall durchläuft in jeder Sekunde einen Weg von 1150 bayer. Fuß. Wie weit ist man nun von einem abgefeuerten Geschütze entfernt, wenn man zwischen dem Blitze und dem gehörten Knalle 4 Secunden zählen kann?

234) Wie viele Stunden aber ist ein Gewitter entfernt, wenn man zwischen dem Blitze und dem Donner 18 Secunden zählen kann? (12703 Fuß = 1 Stunde).

235) Wenn man zu einem Anzuge 11 Ellen Tuch, die Elle zu 3 fl. braucht, was kosten 3850 solcher Anzüge?

236) Wie viele Pantalon, jede mit 3 Ellen, geben 20 Stück Leinwand, von denen 10 Stück jedes 29 Ellen, 7 jedes 28 Ellen und von den übrigen jedes Stück 32 Ellen hält?

237) Wie viel Patronen braucht man für 42456 Mann, wenn auf jeden Mann 85 Patronen gezählt werden.

238) Wenn ein Schäffel Korn 215 Pfund Mehl gibt, wie viel Schäffel Korn braucht man zu 879064 Pfund Mehl?

Fragen zum sechsten Abschnitte.

Wie heißen die Rechnungsarten der Vermehrung und wie unterscheiden sie sich? (§. 45. 1 u. 2). 2) Wie heißen jene der Verminderung und wie unterscheiden sie sich? (§. 45. 3 u. 4). 3) Wie verfährt man, um bei einer Aufgabe zu erkennen, durch welche Rechnungsart sie auszurechnen sey? (§. 45). 4) Wenn der Preis von einem Pfunde (oder 1 Elle u. s. w.) einer Waare bekannt ist, wie findet man den Preis jeder andern Anzahl gleichnamiger Einheiten, als z. B. Pfunde (oder Ellen u. s. w.) von der nämlichen Waare? (§. 45. Zus. 1). 5) Wenn der Preis von mehreren Pfunden (oder Ellen u. s. w.) bekannt ist, wie findet man den Preis von einer dieser Einheiten, d. i. von 1 Pfund (1 Elle)? (§. 45. Zus. 2).

Digitized by Google

Dritte Abtheilung.

Die vier Rechnungsarten mit mehrfach benannten Zahlen.

Erster Abschnitt.

Die gesetzlich bestimmten Eintheilungen bei Münz, Maaß und Gewicht in Bayern.

§. 47. Erklärung.

Die Namen der Haupteinheiten als Gulden, Pfund ꝛc., dann ihre Eintheilung in niedere und Zusammenfassung in höhere Einheiten, stehen bereits auf Seite 2 unter b und c. Diese Eintheilung und Zusammenfassung geschieht aber weder so regelmäßig mit 10, wie in unsrer Zählungsart (§. 6), noch sind die verschiedenen Haupteinheiten nach einerlei Art eingetheilt, sondern es besteht für den Gulden eine andere Eintheilung, als für das Pfund, für dieses wieder eine andere, als für den Fuß u. s. f. Man muß daher diese Eintheilungen für die verschiedenen Haupteinheiten einzeln kennen lernen, zu welchem Zwecke sie in den hier folgenden §§. zusammen getragen sind.

§. 48. Die Eintheilung beim Gelde.

Der Gulden (§. 188) ist die Haupteinheit. Dieser wird in 60 gleiche Theile getheilt, die Kreuzer heißen; der Kreuzer wird sodann in 4 Pfenninge und der Pfenning noch in 2 Heller abgetheilt.

Demnach ist **1 fl. = 60 kr.** = 240 dl. = 480 hl.
1 kr. = 4 pf. = 8 hl.
1 pf. = 2 hl.

Auf der königlichen Münze werden ausgeprägt:
in Kupfer: Heller-, Pfenning- und Zweipfenning-Stücke;

		fl.	kr.
in Silber:	**Kreuzer**-Stücke im Werthe zu	–	1
	Groschen-Stücke im Werthe zu	–	3
	Sechser-Stücke im Werthe zu	–	6
	Halbgulden-Stücke im Werthe zu . . .	–	30
	Gulden-Stücke im Werthe zu	1	–
	die **Vereinsmünze** (zu 2 preuß. Thaler) . }	3	30
	Geschichtsthaler nach dem Jahre **1837** . }		
in Gold:	**Dukaten** im Werthe zu	5	30
	Aeltere Münzsorten sind:		
in Silber:	**Kronenthaler** im Werthe zu	2	42
	Halbe Kronenthaler herabgesetzt auf . .	1	20
	Viertel-Kronenthaler herabgesetzt auf . .	–	39
	*Bayer. od. **Species**- od. **Conventions-Thaler**, }	2	27
	dann **Geschichts-Thaler** bis zum J. 1837 zu }		
	Halbe bayerische Thaler im Werthe zu .	1	13½
	Vierundzwanziger u. Zwölfer zu 24 kr. u. 12 kr.		
in Gold:	*Karolinen im Werthe zu	12	–
	Halbe u. Viertel-Karolinen im Verhältnisse		
	*Mard'or im Werthe zu	8	–
	Doppelte Mard'or zu	16	–

Anmerkung 1. Den innern Werth des Guldens, so wie den Werth von ausländischen Münzen ꝛc. findet man im zweiten Anhange §. 188 u. folgend. Dort ist auch die Abhängigkeit der Haupteinheiten von einander erklärt.

*Anmerkung 2. Der bayerische Thaler wurde ursprünglich ausgemünzt zu 2 fl. 24 kr., die Karoline zu 11 fl., der Mard'or zu 7 fl. 20 kr.; ihr jetziger Werth aber ist der oben angegebene. Im gewöhnlichen Verkehre versteht man unter einer Caroline oder Louisd'or immer einen Werth von 11 fl., und unter Reichsthaler, eine Rechnungs- oder gedachte Münze im Werthe zu 1 fl. 30 kr.

§. 49. Die Eintheilung des Handelsgewichtes.

Die Haupteinheit ist das bayerische Pfund (§. 188). Dieses wird eingetheilt in 32 gleiche Theile, welche Loth heißen, und das Loth wieder in 4 gleiche Theile, die man Quint nennt. 100 Pfund zusammen heißen 1 Zentner. (Pfund wird bezeichnet mit ℔).

Demgemäß ist:

1 Ctr. = 100 ℔. = 3200 Loth = 12800 Quint.
1 ℔. = 32 Loth = 128 Quint.
1 Loth = 4 Quint.

Digitized by Google

Kleinere Abtheilungen sind noch: das Quint in 4 Pfenning-Gewicht und 1 Pfenning-Gewicht in 15 Gran. Diese kleinen Einheiten kommen jedoch im gewöhnlichen Verkehre nicht leicht vor.

§. 50. Eintheilung und verschiedene Einheiten des Längenmaaßes.

a) Der alte bayerische Fuß ist die Haupteinheit für das Längenmaaß (§. 188). Für diesen sind zweierlei Eintheilungen angenommen.

1) **Die zwölftheilige oder Duodezimal-Eintheilung.**

Diese Eintheilung ist regelmäßig und hat 12 als Eintheilungszahl. Es werden nämlich 12 Fuß zusammen eine Ruthe genannt; ferner wird der Fuß in 12 Zoll getheilt, der Zoll wieder in 12 Linien und die Linie endlich noch in 12 Scrupel.

In der zwölftheiligen Eintheilung ist daher:

$$\left.\begin{array}{rrrrr} 1^{\circ} = & 12^{\mathrm{I}} = & 144^{\mathrm{II}} = & 1728^{\mathrm{III}} = & 20\,736^{\mathrm{IV}} \\ & 1' = & 12'' = & 144''' = & 1\,728^{\mathrm{IV}} \\ & & 1'' = & 12''' = & 144^{\mathrm{IV}} \\ & & & 1''' = & 12^{\mathrm{IV}} \end{array}\right\}$$

Wobei Ruthe mit $^{\circ}$ Fuß mit ^{I} (od. $'$), Zoll mit ^{II} (od. $''$), Linie mit ^{III} (od. $'''$) u. Scrupel mit ^{IV} (o. $''''$) bezeichnet ist.

2) **Die zehntheilige- oder Dezimal-Eintheilung.**

Auch diese Eintheilung ist regelmäßig; die Eintheilungszahl aber ist 10, wie in unserer Zählungsart. Es werden nämlich 10 bayerische Fuß zusammen eine Dezimal- oder geometrische Ruthe genannt; der 10te Theil des Fußes heißt Dezimal-Zoll u. s. f., so daß

$$\begin{array}{rrrrr} 1^{\circ}\ \mathrm{Dz.} = & 10^{\mathrm{I}} = & 100^{\mathrm{II}}\ \mathrm{Dz.} = & 1000^{\mathrm{III}}\ \mathrm{Dz.} = & 10\,000^{\mathrm{IV}}\ \mathrm{Dz.} \\ & 1' = & 10''\ \mathrm{Dz.} = & 100'''\ \mathrm{Dz.} = & 1\,000^{\mathrm{IV}}\ \mathrm{Dz.} \\ & & 1''\ \mathrm{Dz.} = & 10'''\ \mathrm{Dz.} = & 100^{\mathrm{IV}}\ \mathrm{Dz.} \\ & & & 1'''\ \mathrm{Dz.} = & 10^{\mathrm{IV}}\ \mathrm{Dz.}\ \text{ist.} \end{array}$$

In beiden Eintheilungen ist der bayerische Fuß die gleiche Haupteinheit, alle andern Einheiten aber sind verschieden. Man muß daher, um Irrungen zu vermeiden, bei jeder Länge (ausgenommen sie enthalte nur Fuß) dazu setzen, ob sie im zehntheiligen (Dz.) oder zwölftheiligen (Ddz.) Maaße zu verstehen sey. Im bürgerlichen Verkehre ist die zwölftheilige, bei dem Feldmessen nur die zehntheilige Eintheilung

Digitized by Google

im Gebrauche, daher man auch Werkmaaß anstatt Ddz. Maaß, und geometrisches Maaß anstatt Dz. Maaß sagt.

b) Die bayerische Elle hat die Länge von 2 bayerischen Fuß und $10\frac{1}{2}$ Zoll Ddz. Diese wird in 2 halbe, 4 Viertel-, 8 Achtel-, 16 Sechszehntel-, 3 Drittel-, 6 Sechstel- und 12 Zwölftel-Ellen abgetheilt.

c) Die Klafter hat die Länge von 6 bayer. Fuß.

d) Der Schritt hält 28 Zoll Ddz. (nach Reglement).

e) Die Faust hält 4 Zoll (Maaß bei Pferden).

f) Die Meile ist 25 406 bayerische Fuß lang.

g) Die bayer. Post- oder geometrische Stunde hält $\frac{1}{4}$ Meile oder 12 703 Fuß. Nach dieser sind auf den bayerischen Landstraßen die Stundensäulen gesetzt. Die Poststunde ist eingetheilt in 2 halbe, 4 Viertel- und 8 Achtel-Säulen. Ein Weg von 4 Poststunden heißt eine Poststation. (Wegstunden und Zeitstunden dürfen nicht miteinander verwechselt werden).

Anmerkung. Sobald man die hier voranstehenden Eintheilungen kennt, gehe man zur Rechnung mit mehrfach benannten Zahlen über (§. 58), und merke sich die noch weiter folgenden Eintheilungen nach und nach bei der Ausrechnung der Aufgaben.

§. 51. Eintheilung der Flächenmaaße.

a) Die Haupteinheit heißt Quadrat-Fuß. Dieser ist ein rechtwinkliges Viereck, von welchem jede Seite einen bayerischen Fuß lang ist.

Für den Quadrat-Fuß, der mit □′ bezeichnet wird, bestehen wie für den Längenfuß ebenfalls zwei Eintheilungen, nämlich:

1) **die Duodezimal- oder zwölftheilige Eintheilung**, in welcher

$1\square^{\circ} \text{Ddz.} = 144\square'$

$1\square' = 144\square'' \text{Ddz.}$

$1\square'' = 144\square''' \text{Ddz.}$

$1\square''' = 144\square^{IV} \text{Ddz.}$

(Quad.-Ruthe ist bezeichnet mit □°, Quad.-Zoll mit □″ ꝛc.)

2) **die Dezimal- oder zehntheilige Eintheilung** in der

$1\square^{\circ} \text{Dz.} = 100\square'$

$1\square' = 100\square'' \text{Dz.}$

$1\square'' = 100\square''' \text{Dz.}$

$1\square''' = 100\square^{IV} \text{Dz.}$

Der □′ hat (wie der Längen-Fuß) weder das Zeichen

Digitized by Google

(Ddz.) noch (Dz.), weil er in den beiden Eintheilungen ein und derselbe ist.

b) Die Quadratmeile hält 645 464 836 □′; sie dient, um die Größe der Länder anzugeben; so z. B. hält Bayern 1381¼ □ Meilen.

c) Der bayerische Morgen (auch Tagwerk, Jauchart oder Juchert genannt) hält 40 000 bayerische □ Fuß = 400 Dezimal-Quadrat-Ruthen. Das Tagwerk ist die Maaßeinheit zur Bestimmung der Größe von Feldern, Wiesen u. s. w. und wird eingetheilt in 100 Dezimalen, so daß eine Dezimale = 400 □ Fuß oder 4 □ Ruthen Dz. ist. Wenn das Tagwerk in Quadratform ist, so hat jede seiner Seiten die Länge von 200 bayer. Fuß.

§. 52. Eintheilung der Körpermaaße.

a) Ein Würfel, von dem jede Kante die Länge eines bayerischen Fußes hat, ist die Haupteinheit und heißt Kubikfuß. Dieser wird mit K′. od. c′. bezeichnet und auch auf zweierlei Arten eingetheilt.

1) In zwölftheiliges - (Duodezimal-) Körper-Maaß.

1 K°. Ddz. = 1728 K′.
1 ″ = 1728 K″. Ddz.
1 ‴ = 1728 K‴. Ddz.
1 IV = 1728 K^IV. Ddz.

2) In zehntheiliges - (Dezimal-) Körper-Maaß.

1 K° Dz. = 1000 K^I.
1 ″ = 1000 K″. Dz.
1 ‴ = 1000 K‴. Dz.
1 IV = 1000 K^IV. Dz.

Der Kubik-Fuß ist wieder in beiden Eintheilungen der nämliche, alle andern Einheiten aber sind verschieden.

b) Die Kubik-Meile ist ein Würfel, von dem jede Kante die Länge einer Meile hat.

c) Körpermaaß für Holz.

Die Klafter ist die Haupteinheit. Sie ist bei 3½ Fuß Scheiterlänge, 6 Fuß hoch und 6 Fuß lang. Die Scheiter werden sorgfältig ins Maaß gelegt und der volle Inhalt der Klafter ist 126 Kub.-Fuße. Die Höhe der Klafter, zu 6 Fuß, wird in 60 Dezimal-Zolle eingetheilt und man nennt jede von 60 Holzlagen, zu 1 Dez.-Zoll Höhe, einen Klafter-Zoll.

Digitized by Google

Auch wird die Klafter eingetheilt in 2 halbe oder in 4 Viertel- oder in 8 Achtel-Klafter.

d) Körpermaaße für Flüßigkeiten (Hohlmaaße).

Die Maaßkanne ist die Haupteinheit. Sie hält 43 bayer. zehntheilige Kubikzoll. 64 Maaß heißen ein Visir-Eimer (wie ihn die Wirthe erhalten) und 60 Maaß ein Schenk-Eimer (der im gewöhnlichen Verkehre vorkömmt).

Die Maaß wird abgetheilt in 2 Halbe (oder Seidel), die Halbe in 2 Quart (oder Schoppen), und das Quart in 2 Achterl (oder $\frac{1}{2}$ Schoppen).

2 Eimer heißen eine Ohm u. 6 Ohm 1 Fuder (beim Wein).

e) Körpermaaße für alle Sorten Getreide und Mehl.

Der altbayerische Metzen ist die Haupteinheit. Dieser Metzen hält 34$\frac{1}{2}$ bayerische Maaßkannen.

Sechs Metzen zusammen genommen, heißen ein Schäffel (= 208 Maaß).

Die Unterabtheilung des Metzens geschieht regelmäßig mit 2; nämlich 1 Metzen in 2 halbe Metzen (Viertel genannt), der halbe Metzen in 2 Viertelmetzen (halbe Viertel genannt), der Viertelmetzen in 2 Achtelmetzen, der Achtelmetzen in 2 Sechszehntelmetzen und der Sechszehntelmetzen in 2 Dreißiger.

Dieses ist die gesetzliche Eintheilung (von 1809); da sie aber viele Abtheilungen hat, so besteht im Verkehre folgende einfachere Eintheilung, welche jedoch dem Wesen nach mit der gesetzlichen übereinstimmt.

1 **Metz.** = 2 **Viert.** (eigentl. $\frac{1}{2}$ Mtz.) = 16 Mäßlein = 32 Dreißig.
1 **Viert.** (eigentl. $\frac{1}{2}$ Mtz.) = 8 **Mäßlein** = 16 Dreißig.
1 **Mäßlein** = 2 **Dreißig.**

Demnach ist auch:
1 Schäffel = 6 Metzen = 12 Viertel = 96 Mäßlein = 192 Drßg.

f) Körpermaaß für Kalk.

Der obige Metzen ist auch hier die Haupteinheit, nur daß er die Form eines abgekürzten Kegels hat, und beim Messen gehäuft wird. Sechs Metzen geben ein Schäffel, und 24 Metzen eine Muth.

§. 53. Apotheker- und Münz-Gewicht.

Das Apotheker-Pfund ist die Haupteinheit des Apotheker-Gewichtes (14 Apotheker-Pfund geben genau 9 bayerische Pfund Handels-Gewicht). Die Eintheilung des Apotheker-Pfundes ist:

Digitized by Google

1 **Pfund** = 12 **Unzen** (℥);
1 **Unze** = 8 **Drachmen** (ʒ);
1 **Drachme** = 3 **Scrupel** (℈);
1 **Scrupel** = 20 **Gran** (gr̃).

Die Münzmark (§. 188) ist die Haupteinheit des Münzgewichtes. Die Eintheilung ist:
für Gold: 1 **Mark** in 24 **Karat** = 288 Grän;
1 **Karat** in 12 **Grän**, dann noch ½, ¼ Grän;
oder: 1 **Mark** in 16 **Loth** = 288 Grän;
1 **Loth** in 18 **Grän**;
für Silber: 1 **Mark** in 16 **Loth**;
1 **Loth** in 16 **Pfenninggewicht** (dl.), u. noch: 1 Pfenninggewicht in 17 Aß od. in 256 **Richtpfenninge**.

§. 54. Papier-Maaß.

Man geht von dem **Bogen** als Einheit aus.
24 **Bogen** heißen 1 **Buch** (Beim Druckpapier 25 Bogen)
20 **Buch** = 1 **Rieß**;
10 **Rieß** = 1 **Ballen**.

§. 55. Maaße nach Stücken.

2 Stücke heißen ein **Paar**.		4 Mandel heißen 1 **Schock**.	
12 „ „ ein **Dutzend**.		60 Bund (Stroh ꝛc.) h. 1 **Schober**	
15 „ „ eine **Mandel**.		25 Federn heißen 1 **Bund**.	

§. 56. Zeit-Eintheilung.

Aus der Natur sind 2 Haupteinheiten entnommen:
1) der Tag; 2) das Jahr.

1) Der Tag ist die Zeit, welche die Erde zu einer vollständigen Umdrehung um ihre Achse braucht, binnen welcher also Nacht und Tag miteinander abgewechselt haben. Diese Haupteinheit wird in 24 gleiche Theile getheilt, welche Stunden heißen. Die Stunde wird ferner in 60 gleiche Minuten und die Minute wieder in 60 gleiche Secunden eingetheilt. Die Stunden werden von Mitternacht an (welche im gewöhnlichen Leben als Tagesanfang genommen ist) bis Mittag gezählt, und von da an aufs Neue bis wieder Mitternacht, jedesmal von 0 bis 12.

2) Das Jahr ist die Dauer eines Umlaufs der Erde um die Sonne, und hiezu braucht die Erde nahe an

Digitized by Google

365 Tage und 6 Stunden. Die 6 Stunden werden 3 Jahre hintereinander ausgelassen, und dafür dem folgenden vierten Jahre ein ganzer Tag (da 4×6 Stunden $= 1$ Tag ist) zugezählt oder eingeschaltet. Die Jahre zu 365 Tage heißen gemeine Jahre, und das vierte zu 366 Tage wird Schaltjahr genannt. Letztere sind erkennbar an ihren durch 4 ohne Rest theilbaren Jahreszahlen, wie z. B. 1840, 1844, 1848, 1852 u. s. f.

Das Jahr wird in 12 Theile getheilt, die nicht alle gleiche Länge haben, und Monate heißen. Die Längen und Namen derselben sind:

der 1te heißt Januar,
„ 3te „ März,
„ 5te „ Mai,
„ 7te „ July,
„ 8te „ Auguſt
„ 10te „ October,
und 12te „ Dezember,
} und zählen jeder 31 Tage.

Der 4te heißt April,
„ 6te „ Juni,
„ 9te „ September,
„ 11te „ November,
} zählen jeder 30 Tage.

Der 2te Monat (Februar genannt) zählt im gemeinen Jahre 28 Tage, in jedem Schaltjahre aber 29 Tage.

Ferner heißen noch:
100 Jahre ein Jahrhundert (**Säculum**);
7 Tage eine Woche; 3 Monate ein Quartal, und
2 Quartal zusammen ein Semester.

Das Kalenderjahr fängt den 1ten Januar an, das Etatsjahr (Rechnungsjahr) im Königreiche Bayern aber den 1ten October; daher hat im Etatsjahr

das Ite Quartal 92 Tage (October, November, Dezember);
das IIte Quartal 90 [im Schaltjahre 91] Tage (Januar, Februar, März);
das IIIte Quartal 91 Tage (April, Mai, Juni);
das IVte Quartal 92 Tage (Juli, Auguſt, September).

In manchen Fällen (z. B. bei Zinszahlungen) ist es gewöhnlich, jeden Monat gleichmäßig zu 30 Tagen, also das Jahr zu 360 Tage anzunehmen, was der leichtern Rechnung wegen geschieht.

Anmerkung. Durch Beobachtungen (schon vor Christi Geburt) war die Dauer eines Jahres zu 365 Tagen und 6 Stunden gefunden worden. Julius Cäsar verordnete daher (45 Jahre vor Chr. Geb.),

Digitized by Google

daß diese 6 Stunden in jedem vierten Jahre zu einem ganzen Tag gezählt und eingeschaltet werden sollten.

Da aber genauere Beobachtungen das Jahr nur zu 365 Tagen, 5 Stunden, 48 Minuten und 48 Secunden (also 12 Minuten, 12 Secunden kürzer) kennen lehrten, so war durch die Julianische Zeitrechnung zuviel eingeschaltet worden, und der Fehler im Verlauf von Jahrhunderten zu Tagen angewachsen.

Papst Gregor XIII. verbesserte diesen Fehler im Jahre 1582, indem er die bis dahin zuviel eingeschalteten 10 Tage aus dem Kalender warf (5ten mit 14ten October 1582), und zugleich veranlaßte, von nun an alle 400 Jahre um 3 Schaltjahre weniger zu rechnen. Seit dieser Verbesserung sind nur jene Säcularjahre, deren erste zwei Ziffern durch 4 ohne Rest theilbar sind, z. B. 1600, 2000, 2400 ꝛc. Schaltjahre; die übrigen aber wie z. B. 1700, 1800, 1900, 2100 ꝛc. sind gemeine Jahre.

Die griechische Kirche nahm jedoch dieses verbesserte Gregorianische Jahr, oder den sogenannten neuen Styl nicht an, sondern behielt den Julianischen Kalender, oder den alten Styl bei. Der Unterschied beträgt daher jetzt 12 Tage, um welche alle Zeitangaben der Griechen und Russen gegen die unsrigen zurück, oder wir voraus sind. Zu jedem Datum nach altem Style, müssen daher 12 Tage hinzu gezählt werden, um dasselbe nach unsrem Kalender oder in neuerm Style anzugeben; so wie man umgekehrt 12 Tage von unsern Daten abziehen muß, um sie in Daten alten Styls zu verwandeln.

§. 57. Anschreibeart mehrfach benannter Zahlen.

Hat man nun mehrfach benannte Zahlen anzuschreiben, so fängt man mit der höchsten Gattung an, und schreibt die übrigen der Ordnung nach rechts daneben, indem man jeder Gattung das statt ihrem Namen eingeführte Zeichen beisetzt. So z. B. bedeutet:

a) 25 fl. 36 kr. 7 hl. die Summe von 25 Gulden, mehr 36 Kreuzer, mehr 7 Heller.

b) $17^{\circ}\ 8'\ 3''\ 9'''\ 11^{IV}$ Dz. die Länge von 17 Ruthen + 8 Fuß + 3 Zoll + 9 Linien + 11 Scrupel im 12thl. Maaß.

c) 29 Ctr. 7 ℔. 8 Lth. 3 Qt. bedeutet die Schwere von 29 Centner + 7 Pfund + 8 Loth + 3 Quint u. s. w.

Anmerkung. Jede unserer mehrziffrigen Zahlen ist eine mehrfach benannte Zahl; so ist schon (§. 11. Anmerkung) gezeigt, daß 842 die Bedeutung hat von 8 Hundertern 4 Zehnern u. 2 Einern; die Eintheilungszahl dabei aber ist regelmäßig 10 und durch das einfache Gesetz des Nebeneinanderschreibens der Ziffern (§. 2.) ist man des Anschreibens der Rangnamen, Einer, Zehner, Hunderter u. s. w. überhoben.

Digitized by Google

Wäre diese regelmäßige Eintheilung mit 10 auch bei Geld, Maaß und Gewicht eingehalten worden, so könnten wir jede mehrfach benannte Zahl, sey es nun in Geld, in Maaß oder in Gewicht, eben so einfach schreiben und damit gerade so wie mit einfach benannten Zahlen rechnen. Wäre z. B. das Pfund in 10 Loth, das Loth in 10 Quint getheilt, und etwa 10 Pfund ein Zentner genannt, so könnte man 29 Zentner, 7 Pfund, 8 Loth und 3 Quint einfach so schreiben: 29 783 Quint.

Da wir aber dieses Vortheils beim Rechnen entbehren, und dennoch mehrfach benannte Zahlen häufig vorkommen, so muß man die 4 Rechnungsarten (species) der zweiten Abtheilung auch auf mehrfach benannte Zahlen der verschiedenen eingeführten Eintheilungen anwenden lernen, und die Anweisung hiezu wird die gegenwärtige dritte Abtheilung enthalten.

So wünschenswerth es nun auch für das Rechnen wäre, alles Geld, Maaß und Gewicht nach unserer zehntheiligen Zählungsart eingetheilt zu haben, so muß man doch nicht glauben, daß die jetzt üblichen Eintheilungen, die meistens mit den Zahlen 2, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32 und 60 geschehen, nicht auch Vorzüge haben. So z. B. passen sich diese Zahlen wegen ihrer theils geringern theils bedeutendern Größe als 10, häufig den Bedürfnissen des Verkehres besser an; ferner sind sie mehrerer Theilungen ohne Rest fähig als die Zahlen 10 od. 100 u. s. f. So z. B. ist 60 ohne Rest theilbar durch 2; 3; 4; 5; 6; 10; 12; 15; 20 und 30, während das beinahe nochmal so große 100 sich nur durch 2; 4; 5; 10; 20; 25 u. 50 ohne Rest theilen läßt; 10 nur durch 2 u. 5; 12 durch 2, 3, 4 u. 6.

Die mit einemmalige Aenderung aller Eintheilungen in zehntheilige würde schon aus diesem Grunde lange brauchen, bis sie im gewöhnlichen Verkehre vollkommen Eingang fände; mehr aber noch, weil sich einem Jeden an diese von Kindheit auf gewöhnten Eintheilungen manche Erfahrungen knüpfen, die durch eine Aenderung verloren gingen. Dieses zeigt sich deutlich in Frankreich, wo schon vor etwa 40 Jahren mit einemmale alle frühern Eintheilungen abgeschafft und dafür zehntheilige eingeführt wurden, ohne daß sie dortselbst bis jetzt, nach 40 Jahren, allgemeine Anwendung gefunden hätten.

Zweiter Abschnitt.

Namensveränderungen oder einfache Verwandlungen benannter Zahlen, auch einfache Reductionen genannt.

§. 58. Erklärung.

Wenn man eine benannte Zahl von einem höhern Namen auf einen niedern (z. B. Gulden auf Kreuzer) bringen,

Digitized by Google

oder umgekehrt (Kreuzer in Gulden) verwandeln soll, so nennt man die Rechnung hiezu eine einfache Namenveränderung oder einfache Reduction.

Anmerkung. Zusammengesetzte Namenveränderungen, Verwandlungen oder Reductionen, nennt man jene, durch welche Münz, od. Maaß od. Gewicht eines Landes in das eines andern verwandelt wird, also z. B. nicht Gulden in Kreuzer, sondern Gulden in preußisches oder französisch. Geld ꝛc. Hievon aber kann erst in einer spätern Abtheilung die Rede seyn.

§. 59. Verwandlung benannter Zahlen von höherm Namen in niedern Namen.

Die gegebene Zahl kann entweder mehrfach benannt seyn, oder auch einfach. So kann man z. B. entweder 1) 24 fl. 13 kr. 5 hl. oder 2) 143 fl. in Heller zu verwandeln haben.

Allgemeine Regel. Die Zahl von höherm Namen wird mit der Eintheilungszahl multiplicirt, und zum Producte die Zahl des etwa vorhandenen nächst niedern Namens addirt.

1) 24 fl. 13 kr. 5 hl.
× 60
1453 kr. 5 hl.
× 8
11629 hl.

Es wurde 24 mit 60 kr. (d. i. mit der Eintheilungszahl vom Gulden auf Kreuzer) in gewöhnlicher Art multiplicirt, nur daß zum Producte, gleich im Kopfe, die vorhandenen 13 kr. addirt wurden. Man sagte nämlich 0 und 3 ist 3; dann 6 mal 4 ist 24 und 1 (nämlich 1 Zehner von den 13 kr.) gibt 25, schreibe 5 und behalte 2, dann 6 mal 2 ist 12 u. 2 im Sinn gibt 14. Die erhaltenen 1453 kr. wurden nun noch mit 8 (d. i. mit der Eintheilungszahl von kr. auf hl.) multiplicirt und zum Producte die oberhalb stehenden 5 hl. gleich im Kopfe zugezählt. Nämlich 8 mal 3 ist 24 und 5 dazu geben 29, schreibe 9 und behalte 2; dann 8 mal 5 ist 40 und 2 im Sinne gibt 42, schreibe 2 und behalte 4 und fährt dann in gewöhnlicher Art fort. **Antwort.** Man findet 24 fl. 13 kr. 5 hl. = 11629 Heller.

2) 143 fl.
× 60
8580 kr.
× 8
68640 hl.

Es wurde 143 mit 60 (der Eintheilungszahl von Gulden auf Kreuzer) multiplicirt. Man erhielt 8580 kr. Diese wurden noch mit 8 (d. i. mit der Eintheilungszahl von kr. auf hl.) multiplicirt, wodurch man die Zahl 68640 hl. bekömmt, welche einerlei Werth mit 143 fl. hat.

Digitized by Google

Der Grund der obigen Regel ist einfach wie folgt: Jeder einzelne Gulden hält 60 kr., demnach enthalten 24 Gulden 24 mal so viel. Man muß also 60 kr. 24 mal nehmen (nach §. 23). Hiebei ist aber 60 kr. das Einfache und 24 der unbenannte Anzeiger; daher hat das Product den Namen kr. (§. 25. 1.), so daß man zu ihm die gleichartigen 13 kr. gleich addiren kann u. dadurch 1440 kr. + 13 kr. = 1453 kr. erhält. Derselbe Schluß wiederholt sich bei der Verwandlung dieser 1453 kr. 5 hl. in Heller, und eben so bei jedem andern Namen als z. B. Ztr. oder Fuß u. s. f., so daß man sich bei jedem Beispiele von der Richtigkeit der Verwandlung in gleicher Art überzeugen kann.

Zur deutlichen Einsicht der Ausrechnung folgen hier noch einige Verwandlungen.

a) 13 Zentr., wie viel sind es Pfund? Wie viel Loth? Quint?
b) 8 Ztr. 59 ℔. 23 Lth., w. v. „ ? „ „ „ ? „ ?
c) 9° 11′ 0″ 8‴ Dz., w. v. sind's Fuß? Zoll? Lin.? Scrupel?
d) 81° 9′ 6″ Dz., wie viel Zoll sind es?

a) 13 Zentner.

× 100

1300 Pfund.

× 32

26
39

41600 Loth.

× 4

166400 Quint.

b) 8 Ztr. 59 ℔. 23 Loth.

× 100

859 ℔. 23 Loth.

× 32

1718
2577

27511 Lth.

× 4

110044 Quint.

c) 9° 11′ 0″ 8‴ Dz.

× 12

119′ 0″ 8‴

× 12

1428″ 8‴

× 12

17144‴

× 12

205728 IV Dz.

d) 81° 9′ 6″ Dz.

8196″ Dz.

a) und b) bedürfen keiner Erklärung. Bei c) ist mit 12 nach der Vt. Abkürzung §. 43. multiplicirt.

Bei d) sind um 81° 9′ 6″ Dz. auf Zoll zu bringen, die Ziffern gleich nebeneinander geschrieben, denn im zehntheiligen Maaße sind die (9) Fuß die

Zehner von den Zollen, und die (81) Ruthen sind die Hunderter von den Zollen. (§. 50.)

Uebungsbeispiele.

239) 283 fl., wie viel sind es Heller?
240) 309 fl. 3 pf., wie viel sind es Pfenninge?
241) 75 fl. 49 kr. 6 hl., wie viel sind es Heller?
242) Wie viel Loth geben 21 Ztr. 83 Pfund 29 Lth.?
243) 39° 8′ 10″Ddz., wie viel sind es Duodez. Linien?
244) Wie viele Zoll (zwölfth.) hält die bayerische Elle?
245) Eine bayer. Poststunde, wie viel sind es Ddz. Zoll?
246) 5 Ohm 1 Eimer 39 Maaß, wie viel sind es Halbe?
247) 2 Ballen 7 Rieß 16 Buch, wie viel sind es Bögen?

§. 60. Verwandlung benannter Zahlen von niederm Namen auf höhern.

Regel. Wenn ein niederer Name in einen höhern verwandelt werden soll, so muß die Zahl vom niedern Namen durch die Eintheilungszahl dividirt werden. Der so gefundene Quotient ist vom höhern, der Rest aber, wenn einer bleibt, vom niedern Namen.

Diese Namenveränderung ist gerade das Gegentheil von der des vorigen §., daher sich auch beide zur Probe dienen können.

Beispiel. 5816 Heller, wie viel sind es Kreuzer und wie viel sind es Gulden?

Rechnung.

5816 hl.	= 72	7 kr.	= 12 fl. 7 kr.
(8) hl.	: (6	0) kr.	
	Rest	7 kr.	

Erklärung. Man dividirt 5816 hl., durch 8 hl., indem 8 die Eintheilungszahl von hl. auf kr. ist, und erhält den Quotienten 727 kr. Dieser ist, der weitern Verwandlung wegen, rechts neben den Dividenden geschrieben, und wird nun durch 60 kr. dividirt, da 60 die Eintheilungszahl von kr. auf fl. ist. Man erhält 12 fl. als Quotient und 7 kr. als Rest.

Antwort. 5816 Heller geben daher 12 fl. 7 kr.

Beweis der Regel. Jede 8 Heller nennt man einen Kreuzer. Theilt man nun 5816 hl. in lauter gleiche Theile zu 8 hl. jeden, d. i. dividirt man 5816 hl. durch 8 hl. (§. 33. b.), so sind die gefundenen 727 Theile augenfällig nichts

Digitized by Google

anderes als Acht-Hellerstücke, nämlich sogenannte Kreuzer. Eben so schließt man bei der Verwandlung der 727 kr. in Gulden, nämlich jedes Sechzigkreuzerstück heißt 1 Gulden; theilt man nun 727 kr. in Sechzigkreuzerstücke, so findet man, daß es deren 12 gibt, und einen Rest von 7 kr. läßt, daß also 727 kr. = 12 Gulden und 7 Kreuzer sind.

Zur größern Verdeutlichung folgen hier noch einige Beispiele mit vollständiger Ausrechnung.

a) 387 685 Quint, wie viel sind es Loth, Pfund u. Ztr.?

387685 Qt. = 96921 Lth. = 30|28 Pfund = 30 Zt.
:(4) :(32) :(1 |00)
Rest..1 Qt. 96 Rest 28 Pfund.
092
64
281
256
Rest 25 Loth.

Antwort. 387 685 Quint = 30 Zentner 28 Pfund 25 Loth 1 Quint.

b) Wie viel Ruth., Fuß, Zoll u. s. w. geben 221187‴Ddz.? Man dividirt mit 12 nach der Abkürzung IV. §. 44.

221187‴ = 18432″ = 1536′ = 128°
:(12) — :(12) — :(12)—
3‴ 0″ 0′

Antwort. 221 187‴ Ddz. = 128° 3‴Ddz.

c) 28 856‴Dz., wie viel sind es Ruth., Zoll ꝛc. i. zehnt. M.?

28 956‴Dz. = 28° 9′ 5″ 6‴Dz. Denn die (5) Zehner der Linien sind (5) Zolle, die (9) Hunderter der Linien sind (9) Fuß u. die (28) Tausender der Linien sind (28) Ruthen. Es fällt daher bei jeder regelmäßigen Eintheilung mit 10 die Verwandlung ganz weg, indem man nur den nebeneinander stehenden Ziffern von rechts herein, die Zeichen Linien, Zoll, Fuß, Ruthen zu geben braucht.

Uebungsbeispiele.

248) 7563 Heller, wie viel sind es Gulden, Krz., Hell.?
249) 825 Pfenninge, wie viel sind es Gulden, kr. u. pf.?
250) 105120 Heller, „ „ „ „ „ „ u. hl.?
251) 19524 Pfenninge, „ „ „ „ „ „ u. pf.?
252) 2761‴Ddz., wie viel sind es Ruthen, Fuß und Zoll?
253) 80469 Loth, wie viel sind es Ztnr. Pfund und Loth?

Digitized by Google

Gemischte Uebungsbeispiele über §. 59. u. 60.

254) 17 Pfund 13 Stück Lichter, wie viel sind es Stück zu 16 auf's Pfund?

255) 739 Stück Lichter, wie viel sind es Pfund zu 16 Stück auf's Pfund?

256) 215 Achtelsklafter Brennholz, } wie viel ganze und Ach-
257) 1807 " " } tels-Klafter sind es?

258) 38 Klaft. 5 Achtlkl. Brennhlz., wie viel sind's 8lsKl.?

259) 2570 kr., wie viel sind es Gulden und Kreuzer?

260) 6 Ztr. 28 Pfund 19 Loth, wie viel sind es Quint?

261) 112 fl. 51 kr., wie viel sind es Pfenninge?

262) 47869 Loth, wie viel sind es Ztr., Pfund und Loth?

263) An 1872 Mann soll jedem eine Maaß Bier abgegeben werden, wie viel Visireimer u. Mß. braucht man?

264) In einem Magazine liegen 3 Schenkeimer u. 17 Mß. Branntwein, wie viel gibts Portionen zu 1 Ort. jede?

265) 5 Ztr. 59 ℔. Tabak, sollen vertheilt werden, so daß den Mann ¼ ℔. trifft, wie viel Mann erhalten davon?

266) Wenn bei 35872 Mann ein jeder 32 Heller beiträgt, wie viel macht dieß Gulden, kr. u. hl.?

267) 59 Schäffel, 4 Metzen u. 7 Mäßlein Erbsen, wie viel gibt es Portionen zu 1 Mäßlein jede?

268) Wie viele Quartblätter geben 2 Ballen, 7 Rieß Schreibpapier?

269) Wenn zu den Schreibgeschäften einer Kompagnie täglich 5 Bogen Papier nöthig sind, was ist dann ihr jährlicher Bedarf?

270) Wenn in eine Menage 23 Mann auf 11 Tage jeder täglich 5 kr. einlegt, was ist dann die ganze Einlage in fl. und kr.?

271) 78426‴Ddz., wie viel sind es Schritte zu 28‴?

272) Wie viel Tage geben 3 Jahre, 7 Mon. u. 25 Tag?

273) $78^0\ 5'\ 3''\ 9'''\ 6^{IV}$Dz. Maaß, wie viel sind es zehnth. Scrupel?

274) 142891^{IV}Dz., wie viel sind es Ruthen, Fuß ꝛc.?

275) Wenn bei einer Armee von 38400 Mann jeder täglich 1 pf. Zulage erhält, was macht dieß im Jahr?

§. 61. Erklärung der bequemen Guldentheile.

Jede Anzahl von Kreuzern, die kleiner ist als 60, heißt ein Guldentheil. Jene, deren Eintheilungszahl zum Gulden

Digitized by Google

eine ganze Zahl ist, heißen bequeme, die andern aber unbequeme Guldentheile. So z. B. ist der Zwölfer ein bequemer Guldentheil, indem er genau der fünfte Theil vom Gulden ist; hingegen sind 7 kr., 11 kr. ꝛc. unbequeme Guldentheile.

Da die Rechnung mit den bequemen Guldentheilen, sowohl schriftlich als mündlich, vortheilhafte und leichte Anwendung findet, so prägt man dieselbe dem Gedächtniße ein. Zu diesem Zwecke folgen sie hier übersichtlich zusammengestellt.

Bequeme Guldentheile sind:	Ihr Werth ist:	Ihre Eintheilungszahl ist:
Der Dreißiger oder Halbe-Gulden	30 kr.	2
„ Zwanziger „ Drittels-Gulden	20 kr.	3
„ Fünfzehner „ Viertels-Gulden	15 kr.	4
„ Zwölfer „ Fünftels-Gulden	12 kr.	5
„ Zehner „ Sechstels-Gulden	10 kr.	6
„ Schilling „ Achtels-Gulden	$7\frac{1}{2}$ kr.	8
„ Sechser „ Zehntels-Gulden	6 kr.	10
„ Fünfer „ Zwölftels-Guld.	5 kr.	12
„ Batzen „ Fünfzehntels-G.	4 kr.	15
„ Groschen „ Zwanzigstels-G.	3 kr.	20
„ Halbbatzen „ Dreißigstels-G.	2 kr.	30
„ Kreuzer „ Sechzigstels-G.	1 kr.	60
„ hlb. Schilling „ Sechzehntels-G.	$3\frac{3}{4}$ kr.	16
„ Landmünz „ 24tels-Gulden	$2\frac{1}{2}$ kr.	24
„ hlb. Groschen „ Vierzigstels-G.	$1\frac{1}{2}$ kr.	40
„ hlb. Landmünz „ 48tels-Gulden	$1\frac{1}{4}$ kr.	48

§. 62. Namenveränderung bequemer Guldentheile in Gulden und Kreuzer.

Regel. Man dividire die gegebene Anzahl von Guldentheilen durch ihre Eintheilungszahl (nach §. 60.), der Quotient gibt ganze Gulden an, der Rest aber Guldentheile, die durch Multiplication mit ihrer Eintheilungszahl (nach §. 59.) auf Kreuzer gebracht werden. (Der Grund ist in den §§. 59 und 60 nachgewiesen).

Beispiel a) 238 Fünfzehner, wie viel sind es fl. u. kr.?

Ausrechnung. Die Eintheilungszahl vom Fünfzehner ist 4,

238 Fünfzehner = 59 fl. 30 kr. indem vier Fünfzehner einen Gulden ausmachen.
4
Rest 2 Fünfzehner.

Man dividirte daher 238 mit 4, wodurch man die verwandelte Zahl 59 fl. 2 Fünfzehner, d. i. 59 fl. 30 kr. erhält.

b) Was ist die Löhnung für 955 Tage, die tägliche zu $7\frac{1}{2}$ Kreuzer?

Ausrechnung. $7\frac{1}{2}$ Kreuz. ist ein Achtels-Gulden. Man

955 Achtl. fl. = 119 fl. 22 kr. 4 hl; dividirt daher 955
8 durch 8. Der erhaltene Quotient
Rest 3 Achtl. fl. ist 119 fl., der

Rest ist 3 Achtels fl. d. i. $22\frac{1}{2}$ kr. od. 22 kr. 4 hl, die rechts an den Quotienten 119 fl. geschrieben sind.

Anmerkung 1) Um den Rest jedesmal schnell in Kreuzern angeben zu können, wird man sich auch den Werth von 1, 2, 3 ꝛc. bequemen Guldentheilen merken, wozu nur wenig Uebung gehört.

2) Man kann die Beispiele a), b) und dergleichen auch auf längerem Wege ausrechnen, indem man z. B. bei a) die 238 Fünfzehner mit 15 kr. multiplicirt und das Product durch 60 kr. dividirt.

Folgende Beispiele bedürfen nun keiner Erklärung mehr.

c) Was ist die zweite Wachtmeister-Löhnung der Kavalerie, für 22 Präsenttage? da die tägliche Löhnung 20 kr. ist.

Ausrechnung. 22 Zwanziger = 7 fl. 1 Zwanz. d. i.
3 7 fl. 20 kr.

d) Was ist die Geldgebühr für 1243 Brodportionen, zu 3 kr. jede?

Ausrechnung. 124|3 = 62 fl. 9 kr.
:(2 |0)

e) Was ist die Geldgebühr für 332 Brodportion. à $3\frac{5}{4}$ kr.?

Ausrechnung. 332 = 20 fl. 45 kr.
16

f) 8457 Zehner oder Sechstels-Gulden, wie viele Gulden sind es?

Ausrechnung. Man dividirt die Zehner der Kreuz. mit 6; der

8457 Zehner = 1409 fl. 30 kr. Quotient 1409 gibt ganze Gulden, der Rest (3)
:(6) aber 3 Zehner, d.
Rest 3 Zehner i. 30 Krz.

Digitized by Google

g) 5274 Sechser oder Zehntelsgulden, wie viel sind es Gulden?

Ausrechnung. 527|4 Sechser = 527 fl. 24 kr.
:(1 |0)

Diese Verwandlung ist die einfachste, indem man nur die Einerziffer (4) abschneiden, diese als Sechser, und die andern Ziffern als Gulden lesen darf, nämlich: 5274 Sechser ist 527 fl. 4 Sechser, das ist 527 fl. 24 kr.

Uebungsbeispiele.

276) 1 Elle Leinwand kostete 30 kr.; was 355 Ellen?
277) 1 Pfund Oel kostete 20 kr.; was 7 Zt. 50 Pfund?
278) 1 Pfund Kerzen kostete 15 kr.; was 75 Pfund?
279) 1 Dreiß. Mehl kostete 12 kr.; was 1 Schäffel?
280) Was kosten 784 Halsbinden à 10 kr. das Stück?
281) „ „ 25 ℔. Fleisch? das ℔. zu 7 kr. 2 pf.
282) „ „ 18 Zt. 90 ℔. Brod? d. ℔. zu 3 kr. 6 hl.
283) „ „ 43 Maaß Bier? die Maaß zu 5 kr.
284) „ „ 2 Sch.-Eim. 16 Mß. Bier? d. M. z. 4 kr.
285) 8451 kr.; 970 kr.; 19507 kr.; wie viel sind es fl.?
286) Wer täglich 6 kr. für Tabak ausgibt; wie viel im Jahr?
287) Was kosten 1588 Ell. Schnüre, die Elle zu 5 Pfen.?

§. 63. Namenveränderung unbequemer Guldentheile in Gulden und Kreuzer.

Hiebei können 2 Fälle unterschieden werden: A) Wenn die unbequemen Guldentheile genaue Vielfache eines bequemen Guldentheils sind; B) wenn dieses nicht Statt findet.

Regel zu A)

Man multiplicire die gegebene Anzahl unbequemer Guldentheile mit jener Zahl, welche angibt, das wie vielfache eines bequemen Guldentheils der gegebene unbequeme ist, und bringe das so erhaltene Product (nach §. 62.) auf Gulden, Kreuzer ꝛc.

Beispiel 1) 627 Stücke zu 45 kr. jedes, wie viel sind es Gulden und Kreuzer?

Ausrechnung. Da 45 kr. = 3 Fünfzehner sind, so wird 627 mit drei multiplicirt. Man erhält das Product 1881 Fünfzehner, welches (nach §. 62.) 470 fl. 15 kr. gibt.

$\frac{627}{1881 \text{ Fünfzehner}} \times 3$ = 470 fl. 15 kr.
:(4)

Der Grund hievon ist leicht einzusehen. Es sind nämlich 627 Stücke, jedes zu 45 Kreuzer = 627 × 45 Kreuzer = 627 × 3 Fünfzehnern, und dieß gibt 1881 Fünfzehner (nach §. 25.), welche (nach §. 62.) 470 fl. 15 kr. ausmachen.

2) Was kosten 5683 Ellen Leinwand? die Elle zu 36 kr.

Ausrechnung. Sie kosten 5683 × 36 Kreuz. das ist 5683 × 6 Sechser, also

5683 ×6

3409 | 8 Sechser = 3409 fl. 8 Sechs. = 3409 fl. 48 kr.
:(1 | 0)

Uebungsbeispiele.

288) Was kosten 19 paar Sohlen? das Paar zu 36 kr.
289) Was ist die Löhnung für 77 Tage? die tägl. zu 18 kr.
290) " " " " 342 " ? " " 14 kr.
291) Was kosten 4 Dutzend? das Stück zu 42 Kr.
292) Was kosten 586 Pfund Zucker? das ℔. zu 22½ Kr.

Regel zu B.

Man zerstücke den unbequemen Guldentheil in zwei möglichst bequeme, wie z. B. hierunten von a) bis l. (wobei jedoch manche Abänderung zuläßig ist), rechne dann mit jedem der bequemen Stücke einzeln, nach §. 62. und addire zuletzt die herausgebrachten Fl. Kr. ꝛc.

Als Beispiele der Zerstückung dienen:

a) 8½ kr. in 7½ kr. + 1 kr. d. i. in 1 Achtlsfl. + 1 60tlsfl.;
b) 9½ kr. in 7½ kr. + 2 kr. d. i. in 1 Achtsfl. + 1 Hlbbatz.;
c) 10½ kr. in 7½ kr. + 3 kr. oder in 10 kr. + ½ kr.;
d) 11 kr. in 10 kr. + 1 kr. = 1 Sechstelsfl. + 1 60tlsfl.;
e) 13 kr. in 12 kr. + 1 kr. = 1 Fünftelsfl. + 1 60tlsfl.;
f) 17 kr. in 15 kr. + 2 kr. oder in 12 kr. + 5 kr.
g) 19 kr. in 18 kr. + 1 kr. oder in 20 kr. — 1 kr.
h) 24½ kr. in 24 kr. + ½ kr. = 4 Sechser + ½ kr.
i) 26½ kr. in 24 kr. + 2½ kr. = 4 Sechser + 1 24tlsfl.;
k) 32 kr. in 30 kr. + 2 kr. = 1 Halberfl. + 1 Halbbatz.;
l) 80 kr. in 60 kr. + 20 kr. = 1 fl. + 1 Zwanziger ꝛc.

Beispiel. Wenn ein ℔. Fleisch 8½ kr. kost. w. kost. 25 ℔.?

Ausrechnung. Man zerstückt 8½ kr. in: 7½ kr. + 1 kr.

Nimmt man nun dieses	25 Achtelsfl. d. i. 3 fl.	7½ kr.
25mal, so erhält man: und	25 Kreuzer	25 kr.
Daher zusammen	3 fl.	32½ kr.

und es beruht die Richtigkeit des Verfahrens auf dem IIIten Grundſ. §. 25., nach welchem man das Einfache ($8\frac{1}{2}$ kr.) ſtückweiſe mit dem Anzeiger 25 multipliciren darf.

Uebungsbeiſpiele.

293) Was iſt die Löhnung für 88 Tage? die tägl. zu 17 kr.
294) 1 Elle Band koſtete 19 kr., was koſten 50 Ellen?
295) Täglich $26\frac{1}{2}$ kr., was macht dieſes in 76 Tagen?
296) Was koſten 85 Pfund Pulver? das Pfund zu 34 kr.

Anmerkung. Die bedeutende Anzahl bequemer Guldentheile und die erleichterte Rechnung mit denſelben, beruht darauf, daß die Eintheilungszahl von Kreuzern auf Gulden, nämlich 60, durch viele Zahlen ohne Reſt theilbar iſt. (Siehe Anmerk. §. 57.)

Dritter Abſchnitt.

Das Addiren mehrfach benannter Zahlen.

§. 64. Addition, wenn die Poſten von zehntheiliger Eintheilung ſind, verglichen mit der Addition bei andern Eintheilungen.

Mehrfach benannte Zahlen, die regelmäßig mit 10 eingetheilt ſind (§. 50. a. 2.), können völlig ſo, wie unbenannte Zahlen addirt werden (§. 14). Wäre daher unſer Geld, Maaß ꝛc. durchaus zehntheilig abgetheilt, ſo hätte man zur Addition mehrfach benannter Zahlen keine eigene Regel nöthig. Um ſich hievon zu überzeugen, zähle man folgende Längen zuſammen: $1^0\ 5'\ 6''\ 8'''$ + $3^0\ 7'\ 5''\ 9'''$ + $8'\ 2''\ 4'''$ + $4^0\ 2'\ 9''\ 9'''$ + $5^0\ 6'\ 8''\ 7'''$ + $1^0\ 0'\ 9''\ 8'''$, und betrachte die Ruthen, Fuß, Zoll und Linien, einmal a) als zehntheiliges Maaß und ein zweitesmal b) als zwölftheiliges Maaß.

a)

1^0	$5'$	$6''$	$8'''$	Dz.
3	7	5	9	
	8	2	4	
4	2	9	9	
5	6	8	7	
1	0	9	8	
17^0	$2'$	$3''$	$5'''$	Dz.

b)

1^0	$5'$	$6''$	$8'''$	Ddz.
3	7	5	9	
	8	2	4	
4	2	9	9	
5	6	8	7	
1	0	9	8	
16^0	$7'$	$6''$	$9'''$	Ddz.

Digitized by Google

Zu a) die Posten sind so untereinandergeschrieben, daß nur Gleichnamiges in jeder Reihe steht, und dann ist rechts bei den Linien zu addiren angefangen (§. 14). Man erhält 45 Linien. Da aber jede 10 Linien einen Zoll ausmachen, so geben die 45 Linien 4 Zoll und 5 Linien: es müßen also, wie bei unbenannten Zahlen, die 5 Einer hingeschrieben, die 4 Zehner aber im Sinn behalten, und zu der nächsten Reihe, welche die Zolle enthält, gezählt werden. Durch ähnliche Betrachtungen bei den folgenden Reihen, deren Richtigkeit völlig so wie im §. 14. erhellt, findet man die Summe 17° 2′ 3″ 5‴ zehnth. Längenmaaß.

Bei b) ändert sich durch die Eintheilung mit 12 die Rechnung. Es ist zwar die Summe der letzten Reihe rechts, auch noch 45 Linien, da aber von diesen nicht 10 auf einen Zoll gehen, sondern 12, so kann man auch nicht sagen: 45 Linien sind 4 Zoll 5‴, sondern man muß erst die 45 Linien in Gedanken (durch Division mit 12 nach §. 60.) auf Zolle bringen; man erhält 3″ 9‴ (da $3 \times 12 + 9 = 45$), so daß also 9‴ hingeschrieben und 3″ im Sinne behalten werden, um sie zur Reihe der Zolle zu zählen. Das nämliche Verfahren findet nun bei jeder folgenden Reihe statt, und man erhält die Summe bei zwölftheiliger Eintheilung = 16° 7′ 6″ 9‴.

Uebungsbeispiele.

297) 7° 5′ 8″ + 18° 0′ 7″ 9‴ + 8′ 6″ + 15° 3′ 9″ 8‴ + 5° 0′ 0″ 7‴ sind zu addiren a) nach zehntheil., b) nach zwölfth. Längenmaaß.

Obgleich nun bei andern Eintheilungen das bei b. angegebene Verfahren im allgemeinen das nämliche ist, so soll doch in den folgenden §§. an Beispielen gezeigt werden, wie man bei den verschiedenen Eintheilungen unseres Geldes, Maaßes und Gewichtes, die Summe jeder Reihe am bequemsten auf den höhern Namen der nächst folgenden Reihe bringt. Zuerst soll jedoch angegeben werden:

§. 65. Die allgemeine Regel des Zusammenzählens mehrfach benannter Zahlen.

1) Man schreibe die Posten so unter einander, daß nur völlig gleichnamige Ziffern in die nämliche aufrechte Reihe kommen, also z. B. Einer der fl. unter Einer der fl., Zehner der kr. unter Zehner der kr. ꝛc. 2) Fange dann rechter Hand

bei dem niedersten Namen an, und addire alle in dieser Reihe stehenden Zahlen. 3) Ist die erhaltene Summe kleiner als die Eintheilungszahl zum nächst höhern Namen, so wird sie sogleich unter die addirte Reihe völlig angeschrieben; ist die Summe aber nicht kleiner als die Eintheilungszahl, so wird sie durch die Eintheilungszahl dividirt (nach §. 60.), dann nur der Rest hingeschrieben, der Quotient aber zur folgenden Reihe vom höhern Namen hinüber gezählt. Diese Division muß wo möglich im Kopfe und nur bei großen Zahlen in einer eigenen Nebenrechnung geschehen. 4) In völlig gleicher Art verfahre man bei jeder folgenden Reihe, bis auch links die letzte addirt ist. Die Probe geschieht nach §. 15. durch zweimaliges Zusammenzählen jeder Reihe.

§. 66. Geld-Additionen in Gulden, kr. ꝛc (§. 48. Einth.)

Beispiel. Man zähle folgende bereits richtig untereinander geschriebene Posten zusammen.

fl.	kr.	hl.
321	25	7
58	17	3
6143	39	5
8	–	6
985	52	–
34	43	2
276	35	4
6	58	3
7835	32	6

Ausrechnung. Man fängt bei der Reihe der Heller an, und findet ihre Summe: 30 Heller.

Da diese Summe größer ist als die Eintheilungszahl (8 Heller = 1 kr.), so bringt man sie auf kr. Man dividirt nämlich in Gedanken 30 Heller durch 8 Heller, und erhält 3 kr. 6 hl. (nach §. 60.)

Die 6 Heller schreibt man unter die Heller-Reihe, die 3 kr. aber zählt man zu den Kreuzern hinüber, nachdem man die Heller-Reihe nochmals addirte, und ihre Summe 30 hl. = 3 kr. 6 hl. richtig fand.

Hierauf wird die Einerreihe der Kreuzer zusammengezählt. Man findet 42 kr. Da nun der Gulden nur 6 Zehner der Kreuzer, und keine Einer hält, so werden die (2) Einer gleich hingeschrieben, die (4) Zehner aber zu der Zehnerreihe der Kreuzer hinübergezählt. Diese gibt dann 27 Zehner, das ist 4 fl. 3 Zehner (§. 62. f.), von denen die 3 Zehner gleich in die Summe geschrieben, die 4 fl. aber zu den Gulden hinüber gezählt sind, deren Summe 7835 endlich nach § 14. gefunden ist. Die Probe wird bei jeder einzelnen Reihe nach §. 15. gemacht.

Digitized by Google

Uebungsbeispiele.

298) Wie viele Gulden, Kreuzer und Heller sind: 4 fl. 12 kr. 7 hl. + 11 fl. 38 kr. 5 hl. + 7 fl. 43 kr. 3 hl. + 49 kr. 2 hl. + 27 fl. 4 hl. + 1 fl. 52 kr. 3 hl. + 36 kr. 1 hl?

299) 9 fl. 5 kr. 3 pf. + 3 fl. 19 kr. 1 pf. + 12 fl. 38 kr. 2 pf. + 29 fl. 54 kr. 2 pf. + 209 fl. 49 kr. 3 pf. + 58 fl. 26 kr. + 8 fl. 3 pf.; wie viel Gulden, kr. und pf. sind es?

300) 12 fl. 5 kr. 2 pf. 1 hl. + 6 fl. 37 kr. 3 pf. 1 hl. + 100 fl. 53 kr. 1 pf. + 527 fl. 49 kr. 1 hl. + 309 fl. + 299 fl. 18 kr. 3 pf. 1 hl. + 1080 fl. 8 kr. 3 pf. 1 hl.; wie viel fl., kr., pf. u. hl. sind es?

301) Jemand gibt an den 7 Tagen einer Woche aus: 31 kr. 2 pf. + 1 fl. 46 kr. + 19 kr. 3 pf. + 3 fl. 57 kr. + 8 kr. 3 pf. + 2 fl. 42 kr. + 28 kr.; was macht das Ganze?

302) Die monatlichen Einnahmen seyen in einem Jahre gewesen: 38 fl. 49 kr. 6 hl. + 59 fl. 37 kr. + 139 fl. 57 kr. 7 hl. + 89 fl. 32 kr. 7 hl. + 150 fl. + 83 fl. 28 kr. + 59 kr. 3 hl. + 108 fl. 43 kr. 2 hl. + 90 fl. 50 kr. 2 hl. + 76 fl. 18 kr. + 40 fl. 36 kr. + 28 fl. 7 hl.; wie viel macht dieß zusammen?

303) Die Löhnungen einer Eskadron betrugen: 5 fl. 52 kr. + 7 fl. 20 kr. + 21 fl. 49 kr. + 4 fl. 57 kr. + 3 fl. 40 kr. + 2 fl. 45 kr. + 3 fl. 7 kr. + 4 fl. 29 kr. 4 hl. + 13 fl. 56 kr. + 2 fl. 1 kr. + 1 fl. 55 kr. 4 hl. + 156 fl. 45 kr.; was ist die Summe?

304) Die Brodvergütung der nämlichen Eskadron habe betragen: 35 kr. 6 hl. + 1 fl. 11 kr. 4 hl. + 4 fl. 10 kr. 2 hl. + 1 fl. 11 kr. 4 hl. + 35 kr. 6 hl. + 35 kr. 6 hl. + 35 kr. 6 hl. + 35 kr. 6 hl. + 4 fl. 46 kr. + 35 kr. 6 hl. + 35 kr. 6 hl. + 53 fl. 37 kr. 4 hl.; was ist die Summe?

§. 67. Gewichts-Additionen. (Siehe §. 49.)

Beispiel. Es soll die Summe der hier unter einander geschriebenen Gewichte gefunden werden.

Die Reihe der Quint gibt 14 Quint, und da 4 Qt. = 1 Loth, so weiß man schon aus dem Einmaleins, daß

14 Qnt. = 3 Loth 2 Qnt. Die 2 Qnt. sind hingeschrieben, die 3 Loth zu der Reihe der Loth addirt. Diese gibt 137 Loth, die durch eine Nebendivision mit 32 zu ℔. gemacht sind (§. 60.). Man erhält 137 Lth. = 4 ℔. 9 Lth.; die 9 Loth sind angeschrieben, die 4 Pfund hinübergezählt

Ztr.	℔	Lth.	Qnt.
18	32	29	2
9	83	30	3
–	99	10	–
39	20	20	3
42	75	19	3
6	69	–	1
23	96	26	2
4	4	3	
141	78	9	2

Da bei den nun folgenden ℔. je 100 ℔ einen Ztr. geben, so zählt man von den Pfunden nur die Hunderter zu der Reihe der Ztr., die Einer- und Zehnerziffer der Pfunde aber schreibt man sogleich unten an. Es gibt nämlich die Einer-Reihe 38 ℔; man schreibe also 8 an, und zähle 3 zu den Zehnern der Pfunde. Diese geben 47 Zehner, d. i. 4 Hunderter + 7 Zehner; man schreibe daher 7 unter die Zehnerreihe der Pfunde und zähle die 4 Hunderter ℔ = 4 Ztr. zu den Ztr. hinüber. Diese endlich geben wie einfach benannte Zahlen addirt, die Summe: 141 Ztr.

Anmerkung. Wer die eins bis 9fachen von 32 im Gedächtnisse hat, kann ohne Nebendivision die (137) Loth in Pfunde verwandeln (§. 44. IV). Man zählt aber dann die Lothe in der Art zusammen, daß man zuerst ihre Zehner, und zu diesen erst die Einer addirt; nämlich: 20 und 10 ist 30, und 20 ist 50, und 10 ist 60, und 30 ist 90, und 20 ist 110 und 9 ist 119, und 9 ist 128 und 6 ist 134 nnd 3 ist 137. Sodann 32 in 137 geht 4mal, 4 × 32 ist 128, bis 137 bleiben 9 Loth.

§. 68. **Additionen im Flüßigkeitsmaaße.** (Siehe §. 52. d.)

Beisp.

a) Fuder.	Ohm.	Eimer.	b) Schenkeimer.	Maaß.	Achterl.
1	5	1	–	47	6
23	3	–	–	52	7
17	4	1	3	13	–
–	2	1	7	39	–
35	1	1	2	25	3
29	4	1	–	43	7
3	2		3	2	
108	3	1	15	41	7

Bei a) wird so einfach addirt, daß keine Erklärung nöthig ist. Bei b) ist nach §. 66 addirt; wären jedoch Vis. Eim. gegeben, so fände man die Sum.: 15 Vis. Eim. 29 Mß. u. 7 Acht.

Digitized by Google

Uebungsbeispiele zu §. 67 und 68.

305) 4 Ztr. 57 ℔ 30 Loth + 12 Ztr. 81 ℔ 26 Lth. + 93 ℔ 29 Lth. + 78 Ztr. 93 ℔ + 82 ℔ 31 Lth. 2 Qt. + 79 ℔ 3 Qt. + 3 Ztr. 25 Loth.; wie viel sind es Ztr., Pfund, Lth. u. Qt.?

306) 38 Ztr 71 ℔ + 29 Ztr. 18 ℔ + 127 Ztr. + 89 Ztr. 8 ℔ + 74 ℔ + 80 Ztr. 29 ℔; wie viel sind es Ztr. und ℔?

307) 27 Lth. 1 Qt. + 13 Lth. 3 Qt. + 19 Lth. + 8 Lth. 3 Qt. + 3 Qt. + 29 Lth. 2 Qt. + 31 Lth. 1 Qt.; wie viel Pfund, Lth. u. Qt. sind es?

308) 3 Eimer 52 Maaß 3 Quart + 1 Eimer 56 Maaß 2 Ort. + 49 M. 1 Ort. + 1 E. 42 Mß. + 28 Mß. 3 Ort. + 15 M. 1 Ort.; wie viele E. M. u. Ort. sind's?

309) Den 6 Kompagnien eines Bataillons wurden abgegeben: 42 Maaß 5 Achterl + 39 M. 6 Achterl + 48 M. 3 Achterl + 27 M. 7 A. + 18 M. 1 A. + 26 M. Branntwein; was ist die Summe?

310) In einem Keller liegen: 3 Fuder 4 Ohm 1 Eimer + 5 Fuder 5 Ohm + 2 Ohm 1 Eimer + 17 Fuder + 8 F. 1 E. Wein; was ist die Summe?

§. 69. Additionen im Getreidmaaße. (§. 52. e. Eintheilung des Metzens in 2 Viertel, 1 Viertel = 8 Mäßlein, 1 Mäßlein = 2 Dreiß.

Beispiel. Man addire folgende Posten:

Schäf.	Metz.	Viert.	Mäßl.	Dreiß.	½Dreiß.
8	4	1	7	1	1
12	5	–	6	1	1
7	3	1	3	–	1
–	4	1	4	1	–
28	–	–	5	1	–
5	3	1	7	1	1
3	4	4	3	2	
63	5	–	3	1	–

Auch hier ist die Addition so einfach, daß man nur die Eintheilungszahlen zu kennen braucht. Additionen wie die hier nebenstehende, wo sowohl Schäffel als auch ½ Dreißiger im Ansatze stehen, werden im Praktischen nicht leicht vorkommen. Dieser Fall ist hier nur gewählt, um mit einem einzigen Beispiele die Addition aller Einheiten zu zeigen.

Uebungsbeispiele.

311) In einem Magazine wurde an Hafer angekauft: 20 Schf. 5 Metz. 1 Viertel + 35 Schf. 3 Metz. + 76 Schf.

4 Metz. 1 Vrtl. + 73 Schf. 1 Metz. + 61 Schf. 2 Metz.; was ist der ganze Ankauf?

312) Sechs Kompagnien empfingen an Reis: I) 3 Metz. 1 Viert. 7 Mäßl. 1 Dreiß. II.) 4 Metz. 6 Mßl. 1 Dr. III.) 3 Metz. 6 Mßl. 1 Dr. IV.) 5 Mtz. 1 Vrtl. 7 Mßl. 1 Drß. V.) 3 Metz. 6 Mäßl. VI.) 2 Metz. 1 Viert; was ist die ganze Abgabe?

§. 70. Additions-Beispiele bei Eintheilungen nach Stücken.

(§. 55.)

	℔	Stück leicht. 16 auf 1 ℔.
a)	7	–
	12	15
	23	14
	4	8
	8	13
	19	9
	5	12
	4	
Sa.	82 ℔	7 St.

	Klaft.	½ Klft.
b)	1	2
	–	7
	2	6
	1	6
	3	5
	4	4
	1	7
	4	
	16 Klf.	5 Achtr.

Zu a). Man fängt bei den Stücken an, und findet als Summe 71 Stück. Diese werden durch eine Nebendivision mit 16 in 4 Pfund 7 Stücke verwandelt (n. §. 60). Die 7 Stück sind hingeschrieben, die 4 ℔ zu der Reihe der Pfunde gezählt, deren Summe 82 ℔ gibt. Wer jedoch die 1 bis 9 fachen von 16 auswendig weiß, verfährt kürzer nach der Anmerk. des §. 67.

Wäre zufällig die Anzahl der Stücke in allen Posten durchgängig 8, also ½ ℔, so zählt man nur die Anzahl der ½ ℔ zusammen, und bringt diese durch Division mit 2 auf Pfunde.

Das Beispiel b) wird keiner Erklärung bedürfen.

§. 71. Zusammenzählen mehrfach benannter Zahlen im Kopfe.

Regel. Man fange bei dem höchsten Namen das Zusammenzählen an, und merke sich lebhaft dessen (nach §. 16) gefundene Summe. Zähle hierauf die Zahlen des nächst folgenden niedern Namens zusammen, ziehe aus ihrer Summe die höhern Einheiten, und zähle sie zu der bereits im Kopfe behaltenen Anzahl dieses Namens. Bei jedem noch etwa folgenden Namen aber verfahre man in völlig gleicher Art.

Da man die Kopfrechnungen mit mehrfach benannten

Zahlen gewöhnlich nur im landesüblichen Gelde braucht, so soll hier die obige allgemeine Regel auch nur auf Beispiele unserer Geldrechnung angewendet werden.

Beispiel. Man zähle zusammen 21 fl. 46 kr. 3 hl. und 52 fl. 39 kr. 6 hl.

Rechnung. Vorerst merke man sich die zu addirenden Zahlen. Sage dann: 21 fl. und 50 fl. gibt 71 fl., und 2 fl. gibt 73 fl.; hierauf 46 kr. und 30 kr. gibt 76 kr., und 9 kr. gibt 85 kr., d. i. 1 fl. 25 kr.; vorhin hatte man 73 fl., jetzt also 74 fl. 25 kr.; ferner 3 hl. und 6 hl. geben 9 hl. d. i. 1 kr. und 1 hl.; vorhin hatte man 74 fl. 25 kr., jetzt also 74 fl. 26 kr. und 1 hl.

Uebungsbeispiele.

Man zähle im Kopfe zusammen:

313) 29 kr. 7 hl. u. 46 kr. 5 hl. | 314) 3 fl. 42 kr. + 4 fl. 53 kr.
315) 13 kr. + 51 kr. + 49 kr. | 316) 1 Krthl. + 1 Bayerthl. + 1 Vereins-Thaler.

Vierter Abschnitt.

Das Abziehen mehrfach benannter Zahlen.

§. 72. Bei zehntheiliger Eintheilung. (§. 50. a.)

Wenn die mehrfach benannten Zahlen regelmäßig mit 10 abgetheilt sind (wie z. B. im geometrischen Längenmaaße §. 50. a. 2), dann geschieht das Abziehen völlig so, wie bei einfach benannten Zahlen (§. 20). Dieses zeigt das nebenstehende Beispiel, in welchem von 924° 3′ 7″Dz. abgezogen sind 517° 8′ 6″Dz. Im Reste schreibt man zu jedem Namen wieder das zugehörige Zeichen (Ruthen, Fuß ꝛc.).

Das Ganze	924°	3′ 7″Dz.
Der Abzug	517·	8 6 "
Der Rest	406°	5′ 1″Dz.

Anmerkung. Auch das Abziehen bei andern Eintheilungen unterscheidet sich nur darin, daß im Falle man borgen muß (§. 20. b.), die geborgte Eins nicht zehn gilt, sondern so viel als die jedesmalige Eintheilungszahl zum nächst höhern Namen angibt. Nämlich ein geborgter fl. gilt 60 kr., ein geborgter Kr. gilt 8 hl. oder 4 pf., ein geborgter Dz. Zoll gilt 12 Linien u. s. m.

Digitized by Google

§. 73. Die allgemeine Regel des Abziehens mehrfach benannter Zahlen.

Um die folgende Regel anschaulich zu machen, ist zugleich das Beispiel des vorigen §., jedoch nach zwölftheiligem Längenmaaße, gerechnet.

Regel. 1) Man schreibe das Ganze und darunter den Abzug so, daß nur Zahlen von völlig gleicher Gattung untereinander stehen, wie bei der Addition §. 64; 2) fange sodann auch rechter Hand an, und ziehe die untere Zahl jeder Gattung von der ihr gleichnamigen obern ab. Im Falle nun bei einer Gattung (wie hier oben bei den Zollen) die obere Zahl (7″) nicht kleiner ist als die untere (6), so subtrahire man sie wie in unbenannten Zahlen (§. 20). Im Falle aber bei einer Gattung (wie hier bei den Fußen) die obere Gattung (3′) kleiner ist als die untere (8′), so borge man dem Abzug und dem Ganzen eine Einheit der nächst höhern Gattung (also hier eine Ruthe), wechsle sie oben in niedrere Einheiten um (1° in 12′), addire diese zu den schon vorhandenen (3′), u. ziehe nun von der so vergrößert gedachten Zahl (15′) die untere gleichnamige (8′) ab. Der Rest (7′) wird hingeschrieben und der folgende Abzug (517·) um die ihm geborgte Einheit größer (also 518·) gelesen. 3) In dieser Art verfahre man der Reihe nach bei jeder links folgenden Gattung, und nur bei der höchsten (hier Ruthen) ziehe man jedesmal wie in einfach benannten Zahlen ab. 4) Endlich wird die Probe völlig nach §. 21. gerechnet.

Das Ganze	924° 3′ 7″ Ddz.
Der Abzug	517· 8 6″ Ddz.
Der Rest	406° 7′ 1″ Ddz.

Das obige Beispiel lautet demnach: bei den Zollen, 6 von 7 bleibt 1″; bei den Fußen, 8 von 3 kann man nicht abziehen, man borgt daher 1° = 12′, erhält dadurch 15′ u. sagt dann 8 von 15 bleiben 7′; endlich bei den Ruthen, 8 (nämlich 7·) von 4 geht nicht, daher 8 von 14 bleibt 6, ferner 2 von 2 bleibt 0 und 5 von 9 bleibt 4.

Der Beweis dieses Verfahrens beruht auf §. 18. Grundsf. IV. und den Eintheilungen §. 47 bis 56. Indem man nämlich 12′ den 3′ des Ganzen borgte, wurde dieses um eine Ruthe größer, da im zwölftheiligen Maaße 12′ = 1° sind, und man kann nun die 8′ abziehen; indem man aber zugleich auch

Digitized by Google

den Abzug um 1° vergrößerte, so wird durch dieses Borgen der gesuchte Rest (406° 7′ 1″) weder größer noch kleiner (§. 18. Grundsatz. IV.)

Anmerkung. Man kann auch in der Art borgen, daß man von einer höhern Gattung des Ganzen eine Eins wegnimmt, sie in die niedrere umwechselt, hiezu dann die oben stehende gleichnamige Zahl addirt, und hievon die unter ihr stehende abzieht. Bei dieser Art müßte man sich im obigen Beispiele das Ganze verändert denken in 923° 15′ 7″ und hievon dann abziehen 517° 8′ 6″. Diese Art des Borgens gewährt bei mehrfach benannten Zahlen auch viel Anschaulichkeit, und beruht darauf, daß eine Zahl einerlei Größe behält, obgleich sie auf verschiedene Art zerstückt wird, wie z. B. 4° 3′ in 3° + 1° + 3′ = 3° + 12′ + 3′ = 3° 15′.

§. 74. Geld-Subtractionen nach Gulden, Kreuzern ꝛc.

	fl.	kr.	hl.
a)	5469	48	7
—	4176	31	2
	1293	17	5

Dieses Beispiel bedarf keiner Erklärung, indem der Fall des Borgens bei keiner niedern Gattung vorkömmt. Es wird daher von rechts nach links hinein jede Gattung einzeln von der über ihr stehenden, wie in unbenannten Zahlen, abgezogen.

	fl.	kr.	hl.
b)	875	23	2
—	391	45	7
	483	37	3

Im Beispiele b) sagt man: 7 hl. von 2 hl. kann man nicht abziehen. Man borge also 1 kr. das ist 8 hl., zähle sie zu den 2 hl. und hat hiedurch 10 hl. Von diesen lassen sich nunmehr die 7 hl. abziehen; es bleiben 3 hl., die unter den Strich geschrieben sind. Im Abzuge aber wurde der hinzu geborgte Kreuzer durch einen Punkt (45·) angemerkt, und nun gesagt: 46 kr. von 23 kr. geht nicht. Man borgt also einen fl. d. i. 60 kr. oder 6 Zehner, zählt diese nur zu den (2) Zehnern u. hat nunmehr 83 kr. Von diesen werden die 46 kr. wie unbenannte Zahlen abgezogen, indem man sagt: 6 von 13 bleibt 7, und 5 von 8 bleibt 3. Endlich werden die 392 fl. von 875 fl. wie in unbenannten Zahlen abgezogen.

	fl.	kr.	pf.
c)	9783	–	–
—	254·	28·	1
	9528	31	3

Im Beispiele c) sagt man: 1 pf. von geborgten 4 pf. bleiben 3 pf. Hierauf 29 kr. von geborgten 60 kr. bleiben 31 kr.

Digitized by Google

	fl.	kr.	pf.
d)	69	–	2
—	54	–	3
	14	59	3

Im Beispiele d): 3 pf. von 6 pf. bleiben 3 pf.; sodann 1 kr. von geborgten 60 kr. bleiben 59 kr. Die fl. aber sind wieder in den beiden Beispielen wie bei unbenannten Zahlen abgezogen.

Uebungsbeispiele.

317) 12fl. 48kr. — 5fl. 36kr.? ‖ **318)** 96fl. 28kr. — 9fl. 47kr.?

319) 519 fl. 34 kr. 5 hl. — 439 fl. 21 kr. 7 hl.?

320) 2185 fl. 19 kr. 1 pf. — 822 fl. 46 kr. 3 pf.?

321) 700fl. 23kr. — 356fl. 14kr. 4hl.? ‖ **322)** 9fl. — 8fl. 2 hl.?

323) 3000 fl. — 2995 fl. 52 kr. 6 hl.?

324) 73 fl. 3 pf. — 56 fl. 13 kr.?

325) Die Gebühren einer Comp. waren 582 fl. 13 kr. 4 hl.
Sie hat daran empfangen . . 575 fl. 46 kr. 6 hl.
Was ist ihr Guthaben?

326) Eine Eskadron hat empfangen . 621 fl. 28 kr. 3 hl.
Sie sollte nur empfangen . . 608 fl. 52 kr. 6 hl.
Wie viel hat sie Schuld?

327) *Eine Comp. hat quittirt u. empfang. 266 fl. 58 kr. – hl.
Dagegen ist die wahre Gebühr . 274 fl. 58 kr. 7 hl.
Sohin { zu viel empfangen . .
zu wenig empfangen .

328) Eine Eskadron hat empfangen . 269 fl. 35 kr. – hl.
Dagegen ist die wahre Gebühr . 266 fl. 17 kr. 4 hl.
Sohin { zu viel empfangen . .
zu wenig empfangen .

329) Die Monturschuld eines Mannes ist 35 fl. 52 kr. 5 hl.
Derselbe hat gut gemacht . . . 4 fl. 55 kr. 6 hl.
Bleibt Restschuld

§. 75 Gewichts-Subtractionen und Rechnungs-Vortheil hiebei.

Man kann sich die Gewichts-Subtractionen, und im

*) Im Beispiele Nr. 327 steht der Abzug oben. In diesem Falle, der öfter vorkömmt, wird jede Gattung der obern Zahl von der ihr gleichnamigen untern, übrigens aber völlig nach der Regel abgezogen.

Digitized by Google

allgemeinen das Abziehen, etwas erleichtern, nämlich: anstatt das Geborgte zur kleinern Zahl zu zählen, von der man abziehen soll, ziehe man sogleich vom Geborgten ab, und zähle dann erst zum Ueberreste die kleinere Zahl hinzu, von der eigentlich abzuziehen war. Dieses Verfahren ist kürzer, ausgenommen wenn die Eintheilungszahl der geborgten Eins nur Zehner zählt, wie z. B. bei 1 fl. = 60 kr., 1 Ctr. = 100 ℔. ꝛc., daher man bei diesen nach §. 73 abziehe.

Das hier folgende Beispiel wird die Anwendung deutlich machen.

	Ctr.	℔.	Lth.	Qt.
		149		
Das Ganze	325	49	16	1
Der Abzug	217	63	28	3
Der Rest	107	85	19	2

Bei den Quint ist angefangen. Man sagt: 3 Qt. von 1 Qt. kann man nicht abziehen, borgt also (dem Ganzen u. dem Abzug) 1 Lth. oder 4 Qt. Von diesen ziehe ich die 3 Qt. ab, es bleibt 1 Qt., und hiezu noch das 1 Qt. gezählt, von dem abgezogen werden sollte, gibt 2 Qt., welche unter den Strich geschrieben sind. Eben so sagt man bei den Loth.: 29 Lth. von 16 Lth. geht nicht. Daher 29 Lth. von 32 Lth. (d. i. von einem geborgten ℔.) bleiben 3 Lth. Hiezu die 16 Lth. gezählt, von denen abgezogen werden sollte, gibt zusammen 19 Lth. Hingegen sagt man bei den Pfunden: 64 ℔. von 49 ℔. geht nicht, also borge ich 1 Ctr. oder 100 ℔., habe daher 149 ℔. und ziehe hievon 64 ℔. wie in unbenannten Zahlen ab; nämlich: 4 von 9 bleibt 5 und 6 von 14 bleibt 8. Endlich werden noch die Centner wie einfach benannte Zahlen abgezogen.

Zusatz. Das Geborgte hat jedesmal die Größe der Eintheilungszahl zum nächst höhern Namen. Man zieht daher beim Borgen sogleich von dieser Eintheilungszahl ab, und zählt den Ueberrest zur obern Zahl.

Die Richtigkeit des obigen Vortheils kann man sich etwa in folgender Art versinnlichen: Jemand hat zwei Pulverhörner; in dem einen 1 Qt., in dem andern 1 Lth. oder 4 Qt., und er soll 3 Qt. abgeben. Nun ist es klar, daß er deswegen nicht nöthig hat, die 4 Qt. erst mit dem 1 Qt. zusammen zu schütten, und dann zu sagen: jetzt habe ich 5 Qt., und wenn ich hievon 3 Qt. wegnehme, so bleiben mir 2 Qt.; sondern er kann (und zwar kürzer) gleich die

Digitized by Google

3 Qt. aus dem vollern Horne nehmen, so daß in diesem 1 Qt., und auch im andern 1 Qt., also zusammen 2 Qt. bleiben, wie vorhin. Dieselbe Betrachtung läßt sich bei den Lothen, und ähnliche bei Pfenningen ꝛc. anstellen.

Uebungsbeispiele.

330) 32 Ctr. 8 ℔. 3 Lth. — 19 Ctr. 27 Lth.?
331) 83 ℔. 9 Lth. 1 Qt. — 36 ℔. 19 Lth. 3 Qt.?
332) 60 Ctr. 54 ℔. 14 Lth. — 29 Ctr. 68 ℔. 17 Lth.?
333) Von 73 Ctr. abzuziehen 13 Ctr. 46 ℔. 25 Lth. 2 Qt.
334) Die Gebühr einer Comp. sei 2 Ctr. 41 ℔. 24 Lth. Zwieback
Der Vorrath war nur noch 1 „ 92 „ 30 „ „
Folglich hat sie gut:

§. 76. Subtraction im Getreid- und Flüssigkeits-Maaße.

	Schäf.	Metz.	Vrtl.	Mäß.	Dr.		Schenk-Eim.	Mß.	Ort.
a)	317	5	–	1	–	b)	38	16	1
	— 69·	5·	1·	6·	1		— 25·	48·	3
	247	5	0	2	1		12	27	2

Die Eintheilung bei dem Getreidemaaß (§. 52. e.) ist so einfach, daß obiges Beispiel a. keiner Erklärung bedarf.
Bei b. ist abgezogen wie in fl., kr. und pf.

§. 77. Abziehen bei Eintheilungen nach Stücken.

	Klft.	⅛ Klft.		℔.	Stück 16 per ℔.		Dutzend.	Stück.
a)	16	5	b)	29	12	c)	378	3
	— 4·	7		— 23·	14		— 149·	8
	11	6		5	14		228	7

Zu a). 7 Achtel von 5 Achtel geht nicht, daher 7 von 8 (d. i. von 1 geborgten Klafter) bleibt 1 Achtel, und hiezu die obenstehenden 5 Achtel geben 6 Achtel, die unter den Strich geschrieben sind. Sodann 5 Klft. von 16 Klft. bleiben 11 Klft.

Zu b). 14 Stück von 12 Stück kann man nicht wegnehmen, man borgt 1 ℔., d. i. 16 Stück, und sagt 14 von 16 bleibt 2, hiezu die 12 Stück, gibt 14 Stück in Rest. Dann bei den ℔., 24 von 29 bleiben 5 ℔.

Zu c). Dieses Beispiel bedarf keiner Erklärung.

Digitized by Google

§. 78. Uebungsbeispiele.

335) Einer Eskad. Gebühr an Brennholz war . . 12 Klf. 6 Achtl.
Empfangen hat sie in diesem Quartale . . 9 Klf. 8 Achtl.
Bleibt somit (Guthaben oder Schuld?)

336) Die Empfangssumme an Lichter war . . 16 ℔. 8 St.
Die Gebühr in diesem Quartale war . . 18 ℔. 7 St.
Bleibt somit (Guthaben oder Schuld?)

337) Jemand braucht Tuch zur Uniformirung . . 7 Ell. 5 Achtel
Er kauft einen Rest zu . . . . . 9 Ell. 3 Achtel
Wie viel bleibt ihm übrig?

338) Von ein. Faße wurden abgelassen 3 Eim. 51 Mß. 5 Achtel
Vor diesem Abzapfen enthielt es . . 7 Eim. 20 Mß. – Achtel
Wie viel muß noch im Fasse seyn?

339) In ein. Hafertruhe waren 3 Schäf. 2 Metz. – Vrtl. 3 Mßl.
Hievon wurden abgegeben 1 Schäf. 5 Metz. 1 Vrtl. 6 Mßl.
Wie viel bleibt noch?

340) 7 Ballen 3 Rieß 12 Buch — 3 Bll. 9 Rieß 17 Buch?
341) 3 Metz. 1 Vrtl. 4 Mß. 1 Drß. — 1 Vrtl. 7 Mß. 1 Dr. ½ Dr.?
342) 3154 Schäffel 2 Metz. — 2968 Schäffel 5 Metzen?
343) 13 Vis. Eimer 28 Maaß -- 8 Vis. Eimer 43 Mß.?
344) 4 Fud. 3 Ohm 17 Mß. — 5 Ohm 1 Eimer 50 Mß.?
345) 17 Tage 13 Stund. 47 Minut. — 12 T. 21 St. 53 M.?

§. 79. Subtraction und Addition im Zeitmaaße.

Unsere Zeitangaben (Daten) in Jahren, Monaten u. Tagen nach Chr. Geb. sind durch Ordnungszahlen (als 1tes, 2tes ꝛc. 1840tes Jahr ꝛc), nicht aber durch Hauptzahlen (1, 2, ꝛc. 1840 Jahre) angegeben; so z. B. bedeutet das Datum: den 16ten April 1840, daß der angegebene Tag im 1840ten Jahre, im 4ten Monate der 16te Tag n. Chr. Geb. sey, nicht aber daß an diesem Tage schon 1840 Jahre, 4 Monate und 16 Tage seit Chr. Geb. verflossen sind.

Da aber Rechnungen mit Ordnungszahlen nicht die nöthige Einsicht gewähren, so werden sie vorher in Hauptzahlen verwandelt, indem man jede Ordnungszahl um eins kleiner schreibt. Bei unsern Daten muß man sich überdieß die Ordnungszahlen der Monate, aus ihren Namen, merken (§. 56).

Digitized by Google

Demgemäß wird obiges Datum zur Rechnung verwandelt in: 1839 Jahre, 3 Monate und 15 Tage nach Chr. G.

Die Richtigkeit dieser Verwandlung aber leuchtet ein, wenn man bedenkt, daß so lange im Jahre 1840 gezählt wird, erst 1839 volle Jahre verflossen sind; daß ferner, so lange man im 4ten Monate (April) zählt, erst 3 volle Monate dieses Jahres vorüber, und endlich am 16ten dieses Monats erst volle 15 Tage desselben abgelaufen sind; daß also den 16ten April 1840 wirklich erst 1839 Jahre, 3 Monate, 15 Tage seit Chr. Geb. (als dem Anfange unserer Zeitrechnung) verflossen sind.

Wenn bei einer Zeitangabe auch Stunden, Minuten u. s. w. vorkommen, so bleiben ihre Zahlen unverändert, indem sie die Uhr schon nach Hauptzahlen zählt. So z. B. bedeutet die Angabe 9 Uhr 20 Minuten Morgens, daß seit Mitternacht (als dem Anfange des laufenden Tages) 9 Stunden, 20 Minuten völlig verflossen sind. Dabei ist nur zu bemerken, daß bei Nachmittags- oder Abend-Zeit die Stundenzahl um 12 vermehrt werden muß, indem wir Mittags 12 Uhr die Stunden wieder von vorn zu zählen anfangen; 9 Uhr 20 Minuten Abends wird daher in Rechnungen geschrieben: 21 Stunden, 20 Minuten.

Soll ferner umgekehrt eine mit Hauptzahlen geschriebene Zeitangabe in die gewöhnliche Datums-Angabe verwandelt werden, so darf man auch nur umgekehrt Jahres-, Monats- und Tages-Zahlen um Eins vergrößern; Stunden-, Minuten- ꝛc. Zahlen aber unverändert lesen.

Nach dieser Vorbereitung, welche verstanden seyn muß, um in unsern Daten (Zeitangaben) mit Einsicht rechnen zu können, sollen nun die Arten von Beispielen erklärt werden, welche am gewöhnlichsten im praktischen Leben vorkommen.

A) Es ist der Zeitunterschied zwischen zwei Daten zu finden; z. B. N. N. wurde geboren im Jahre 1789 den 20ten Juli Abends 9 Uhr, und starb 1840 den 9ten Januar Früh 5 Uhr. Welches Alter erreichte er?

Regel hiezu. 1) Man verwandle zuerst die Ordnungszahlen der Jahre, Monate und Tage nach Obigem in Hauptzahlen.

2) Schreibe zugleich die größere Zeitangabe (d. i. das

neuere Datum) obenan, und darunter die kleinere Zeitangabe (d. i. das ältere Datum).

3) Ziehe dann wie bei mehrfach benannten Zahlen das Untere vom Obern ab, und zähle dabei einen etwa geborgten Monat durchgängig zu 30 Tage. Die Probe endlich geschieht wie gewöhnlich bei der Subtraction.

Beispiel. Man rechne das oben bei **A** verlangte Alter aus.

Seit Chr. G. waren verflossen:	Jahre,	Monate,	Tage,	Stund.
bei dem Tode des **N.** . .	1839	0	8	5
bei der Geburt des **N.** .	1788·	6·	19·	21.
Daher ist das erreichte Alter des **N.**	50	5	18	8

d. i. der Zeitunterschied zwischen seiner Sterbe- und Geburts-Stunde.

Erklärung. Man sagte, 21 Stunden von 5 St. können nicht abgezogen werden; borgt daher einen Tag, d. i. 24 St. und zieht hievon die 21 Stund. ab; es bleiben 3 Stund. übrig, und hiezu die oben stehenden 5 Stund. gezählt, geben 8 St. zum Rest. Sodann: 20 Tage von 8 Tage geht nicht, borgt daher 1 Monat, d. i. 30 Tage, und zieht 20 davon ab; dieß gibt 10 und hiezu 8, bleiben 18 Tage als Rest. Ferner: 7 von 0 Monat geht nicht, es wird daher 1 Jahr, d. i. 12 Monate geborgt, und hievon 7 abgezogen, gibt 5 Monate als Rest. Die Jahre endlich sind wie einfach benannte Zahlen abgezogen.

Uebungsbeispiele.

346) Seine Majestät, unser allergnädigster König **Ludwig I.** ist den 25ten August 1786 geboren. Welches Alter hatte Allerhöchst Derselbe als Commandant der ersten Armee-Division in den Gefechten des 19ten April 1809?

347) Der höchstselige König **Maximilian I.** bestieg am 16ten Februar 1799 den Thron von Bayern, und starb den 13ten October 1825. Wie lange regierte er?

348) Der Sergeant **N. N.** wurde am 25ten November 1837 beim Infanterie-Regiment Wrede verpflichtet, und am 13ten Januar 1841 zum Infanterie-Regiment König versetzt. Wie lange diente derselbe beim Regiment Wrede?

349) Der Unteroffizier **N.** will für die noch übrige Dienstzeit eines desertirten Einstehers **M.** einstehen. Wie viel

Digitized by Google

beträgt diese, da **M.** den 24ten März 1841 desertirte und 1838 den 13ten Dezember eingestanden war?

350) Der zweite Wachtmeister **N.** war den 27ten November 1798 freiwillig zugegangen; er wurde den 1ten Januar 1800 zum Korporal, dann den 20ten Mai 1804 zum zweiten Wachtmeister befördert, und blieb, sich durch Tapferkeit auszeichnend, bei Breslau den 23ten Dezember 1806. Wie lange diente er 1) als Gemeiner? 2) als Korporal? und 3) als zweiter Wachtmeister?

351) **A** war den 30ten October 1731 Abends 7 Uhr 30 M. geboren, und starb 1841 den 25ten Juni Vormittags 10 Uhr 15 Minut. Welches Alter erreichte **A**?

352) Gustav Adolph, geboren den 9ten Dezember 1594, blieb in der Schlacht bei Lützen am 6ten November 1632. Friedrich der Große geboren den 24ten Jän. 1712, starb den 17ten August 1786. Was ist der Unterschied ihres erreichten Alters?

Die Gründe der obigen Regel sind die der Subtraction mit mehrfach benannten Zahlen. Daß man aber hiebei jeden Monat zu 30 Tage rechnen müsse, nachdem sie doch von verschiedener Länge sind, erklärt sich daraus, weil sonst die unter einander stehenden Monate keine völlig gleichartigen Einheiten wären, also auch nicht abgezogen werden könnten.

Anmerkung. Will man bei diesen Zeitrechnungen Resultate finden, die auf einen Tag völlig genau sind, so darf man gar nicht nach Monaten rechnen, sondern muß diese mit Rücksicht auf ihre verschiedene Länge in Tage verwandeln, und bei den Jahren auch die Schalttage berücksichtigen. Rechnet man in dieser Art das Beispiel bei **A**, so zählt man vorerst von dem 1789ten bis an das 1840te Jahr, die durch 4 theilbaren Jahreszahlen. Diese sind: 1792, 96, 1800, 1804, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32 und 1836, und geben 11 Schalttage, da 1800 kein Schaltjahr ist (§. 56). Ferner verwandelt man die Monate in Tage: im obigen Beispiele hat nur der Abzug Monate; diese zählen 31 + 28 + 31 + 30 + 31 + 30 Tage, wozu die 19 Tage des Juli addirt, zusammen 200 Tage geben. Das Ganze aber hat die 11 Schalttage und 8 Tage des Januars, d. i. zusammen 19 Tage und es steht demnach die Rechnung:

	Jahre,	Tage,	Stunden.
		584	
Bei dem Tode des N. N. waren verflossen ..	1839	19	5
Bei der Geburt „ „ „	1788	200	21
Es ist daher das Alter des N. N. . .	50	183	8

wobei das geborgte Jahr zu 365 Tage gezählt ist,

8

indem alle Schalttage zwischen 1788 und 1839 bereits eingerechnet waren.

B) Unter **A** wurde erklärt, wie man den Zeitunterschied zwischen zwei Daten finde. Zuweilen soll man aber auch das Datum angeben, welches nach oder vor Verlauf einer bestimmten Zeit geschrieben wird oder wurde. Z. B.:

1) Sergeant **N.** ist am 27ten August 1840 für den Gemeinen **M.** eingestanden, der noch 4 Jahre 8 Monate und 15 Tage zu dienen hatte. An welchem Datum hat Sergeant **N.** diese übernommene Dienstzeit vollendet?

2) Korporal **A.** hat am 4ten März 1841 eine übernommene Dienstzeit von 3 Jahren 7 Monaten 25 Tagen ausgedient; an welchem Datum hatte er dieselbe angetreten?

Regel. 1) Man verwandle das gegebene Datum in Hauptzahlen, wie bei **A.** und schreibe darunter die in Jahren, Monaten u. s. w. gegebene Zeit. 2) Hierauf addire man Beides, wenn (wie im ersten Beispiele) ein künftiges Datum gesucht wird; subtrahire hingegen das untere vom obern, wenn (wie im zweiten Beispiele) ein vergangenes Datum gesucht wird. 3) Das, was herauskommt, verwandle man dann in die gewöhnliche Zeitangabe dadurch, daß man die gefundene Jahres-, Monats- und Tages-Zahl, jede um 1 vergrößert, und den Monat mit seinem Namen liest (nach §. 56).

Ausrechnung des ersten Beispiels:

Nach Chr. Geb. waren	Jahre,	Monate,	Tage,
beim Einstehen verflossen:	1839	7	26;
die übernommene Dienstzeit ist:	4	8	15.
Dieß addirt gibt die Zeit d. Abschieds:	1844	4	11 n. C. G.

Mithin Datum des Abschieds: 1845te J. 5te M. 12te Tag, d. i. der 12te Mai 1845.

Ausrechnung des zweiten Beispiels:

Nach Chr. Geb. waren	Jahre,	Mon.,	Tage,
bei der Ausdienung verflossen:	1840	2	3;
die übernommene Dienstzeit ist:	3	7	25.
Dieß subtr. gibt d. Anfang d. Dienstzeit:	1836	6	8 n. C. G.

Daher ist das Datum des Anfangs: 1837te J. 7te M. 9te Tag, d. i. der 9te Juli 1837.

Anmerkung. Werden auch hier Resultate verlangt, die auf einen Tag völlig genau sind, so muß man so wie bei der vorigen Anmerkung verfahren.

Digitized by Google

Uebungsbeispiele.

353) An welchem Tage war A. geboren, da er den 16ten Januar 1832 Morgens 11 Uhr 30 Minuten in einem Alter von 94 Jahren, 7 Monaten, 28 Tagen, 19 Stunden, 42 Minuten starb?

354) Max Joseph III., Churfürst von Bayern, starb den 30ten Dezember 1777 nach einer Regierung von 32 Jahren, 11 Monaten und 10 Tagen. Man finde das Datum seines Regierungsantrittes.

§. 80. Abziehen mehrfach benannter Zahlen im Kopfe.

Am häufigsten bedarf man ihrer in Geldrechnungen. Man verfährt dabei entweder gerade so wie im schriftlichen Rechnen, oder auch so, daß man vom Abzuge zum Ganzen hinauf zählt. Z. B. Jemand soll 2 fl. 39 kr. bezahlen, und gibt einen Vereins-Thaler, d. i. 3 fl. 30 kr. hin; wie viel trifft ihn heraus?

Man sagt: von 2 fl. 39 kr. bis 3 fl. sind 1 und 20 kr., hiezu noch die 30 kr., treffen 51 kr. heraus.

Uebungsbeispiele.

Jemand ist schuldig:

355) 5 fl. 23 kr., und gibt 6 fl.;
356) 8 fl. 52 kr., und gibt 4 Krthl., d. i. 10 fl. 48 kr.;
357) 6 fl. 31 kr., und gibt 3 Krthl., d. i. 8 fl. 6 kr.;
358) 1 fl. 13 kr. 5 hl., und gibt 2 fl. 42 kr.;
359) 4 fl. 26 kr., und gibt 1 Krthl. u. 1 bayer. Thl.;
360) 3 fl 51 kr., und gibt 1 preuß. Thl. (1 fl. 45 kr.) u. 3 fl.;

} was trifft heraus?

Anmerkung. Anfänger werden sich hier Fragen aus den §§. 47 bis 81 aufstellen, und dieselben zur Wiederholung des Erlernten beantworten. Dasselbe ist am Schlusse jedes folgenden Abschnittes anzurathen. Die Fragen am Schlusse der Abschnitte der beiden ersten Abtheilungen können hiebei als Muster dienen.

Fünfter Abschnitt.

Vom Multipliciren mehrfach benannter Zahlen.

§. 81. Erklärung.

Alle Sätze der Multiplication von §. 23 bis §. 32 haben auch hier, als allgemeine Sätze der gleichmäßigen Vermeh-

Digitized by Google

rung, ihre volle Gültigkeit. Man weiß daher sowohl von Producte, daß es stets einerlei Namen mit dem Einfachen (oder Multiplicanden) hat, als auch, daß der Anzeiger jederzeit eine unbenannte oder doch nur scheinbar benannte Zahl ist. Es braucht daher nur gezeigt zu werden, 1tens wie eine mehrfach benannte Zahl mit einem unbenannten Anzeiger multiplicirt wird, und dann 2tens noch wie die Multiplication mit einem mehrfach benannten Anzeiger zu verstehen sey.

Die Multiplication mehrfach benannter Zahlen mit einem unbenannten Anzeiger aber, kann auf zwei verschiedene Art geschehen, nämlich:

§. 82. Erste Art, mehrfach benannte Zahlen zu multipliciren.

Allgemeine Regel. 1) Man bringe das mehrfach benannte Einfache (Multiplicand) auf seinen niedersten Namen (nach §. 59); 2) multiplicire es dann mit dem Anzeiger in gewöhnlicher Art (§. 26 u. f.), und 3) führe das erhaltene Product wieder auf die höhern Gattungen zurück (nach §. 60).

Beispiele. Was geben 3° 2′ 6″ 8‴ multiplicirt mit 63. b) im zwölftheiligen Maaße; a) im zehntheiligen Maaße?

3° 5′ 6″ 8‴ Ddz. — ×12 — 41′ — ×12 — 498″ — ×12 — 5984‴ Ddz. — × 63 — 17952 — 35904 — 376992‴ Ddz. :(12) Rest ∅ — :(12) Rest ∅ — :(12) Rest 2′

3° 5′ 6″ 8‴ Dz. d. i. 3568‴ Dz. — × 63 — 10704 — 21408 — 224784‴ Dz. = 224° 7′ 8″ 4‴ Dz.

Erklärung zu a). Zuerst sind 3° 5′ 6″ 8‴ zehntheil. Maaß auf den niedersten Namen 3568 Linien gebracht (nach §. 59. d.), und diese Zahl sodann mit 63 multiplicirt (nach §. 28). Man erhält das Product 224784‴ Dz

(§. 25. I), welches (nach §. 60. c.) in 224° 7′ 8″ 4‴ Dz. verwandelt ist.

Erklärung zu b). Zuerst ist 3° 5′ 6″ 8‴ Ddz. auf Linien gebracht (nach §. 59. c.). Man erhält 5984 zwölftheilige Linien. Diese sind sodann mit 63 multiplicirt (nach §. 28) und das gefundene Product 376 992‴ Ddz. Maaß zuerst auf Zoll, dann auf Fuß und endlich auf Ddz. Ruthen, jedesmal durch Division mit 12, gebracht (nach §. 60. b), wodurch man 218° 2′ Ddz. Maaß als gesuchtes Product erhält.

c) Man multiplicire 19 fl. 47 kr. 5 hl. mit 8003.

Der Multiplicand 19 fl. 47 kr. 5 hl. ist in bekannter Art auf 9501 Heller gebracht (nach §. 59) Diese sind dann in gewöhnlicher Art (§ 28) mit 8003 multiplicirt, und das, was herauskömmt, wieder auf höhere Namen gebracht (§. 60).

× 60
1 187 kr. × 8
9 501 Heller
× 8 003
28 503
76 008

76 036 503 hl. = 9 504 56 | 2 kr. = 158 409 fl.
:(8) | :(6 | 0)
Reste: 7 hl. 22 kr.

Antwort: Das Product ist 158 409 fl. 22 kr. 7 hl.

d) Was geben 418 fl. 51 kr. 3 pf., multiplicirt mit 7?

418 fl. 51 kr. 3 pf. sind (nach §. 59) auf Pfenning gebracht, und dann überhaupt wie beim vorigen Beispiele (c) verfahren.

× 60
25 131 kr. × 4.
100 527 pf.
× 7

703 689 pf. = 175 92 | 2 kr. = 2 932 fl. 2 kr. 1 pf.
:(4) | :(6 | 0)
Reste: 1 pf. 2 kr.

Antw. 418 fl. 51 kr. 3 pf × 7 = 2 932 fl. 2 kr. 1 pf.

e) Was ist das 45fache von 3 Ztr. 74 ℔ 12 Lth.?

Digitized by Google

Die 3 Ztr. 74 ℔ 12 Loth sind (nach §. 59. b)
— × 100 auf 11 980 Lth. gebracht;
374 ℔. diese sodann mit dem Anzeiger 45 multiplicirt (n.
× 32 §. 28) und die herauskommenden 539 100 Lth.
760 wieder auf Pfunde und
1122 Zentner gebracht (nach
11 980 Loth. §. 60. a).
× 45
59 900
47920
539 100 Loth = 168 | 46 ℔ = 168 Ztr. 46 ℔ 28 Lth.
: (32) : (1 | 00)
219

u. s. w. Rest 28 Loth.

Anmerkung. Aus den vorstehenden Beispielen erkennt man bald, daß die Multiplication mit Zahlen von zehntheiliger Eintheilung (Beisp. a.) am leichtesten ist; ferner auch, daß bei Zahlen von andern Eintheilungen die Arbeit mühsamer wird, weil zuerst alles auf unbequemere Art auf die niederste Gattung gebracht, und dann später wieder auf höhere zurückgeführt werden muß. Um diese zeitraubenden Verwandlungen größtentheils zu umgehen, ist die hier folgende zweite Multiplicationsregel aufgestellt, mit der man kürzer, aber nicht so mechanisch, ein Beisp. wie das andere rechnen kann.

§. 83. Zweite Art der Multiplication.

Allgemeine Regel. 1) Man multiplicire mit dem Anzeiger zuerst die Zahl vom niedersten Namen des Einfachen, ziehe aus dem Producte die Einheiten des nächsthöhern Namens (wie im §. 65), merke sich diese, und schreibe nur den Rest unten hin; 2) Verfahre hierauf in gleicher Art bei jedem folgenden höhern Namen, nur daß man dem jedesmaligen Producte die ihm gleichnamige gemerkte Zahl hinzuzählt.

Anmerkung. Um hiebei die höhern Einheiten im Kopfe ausziehen zu können, was Kürze halber jedesmal geschehen soll, ist erforderlich: a) daß man die eins bis 9fachen unserer Eintheilungszahlen (§. 44. IV.) auswendig wisse, und b) daß der Anzeiger (Multiplicator) nicht größer sey als 10. Da Letzterer überhaupt bedeutenden Einfluß auf die Anwendung der zweiten Multiplicationsart hat, so müßen in Bezug auf ihn 3 Fälle unterschieden werden, u. diese sind in den 3 folgenden §§. 84, 85 u. 86 erklärt.

§. 84. Multiplicat., wenn der Anzeiger nicht größer ist als 10.

Man rechne das Beispiel d) des §. 82. Der Anzeiger 7

fl.	kr.	pf.	
418	51	3	× 7
2932	2	1	

ist rechts angeschrieben und bei den pf. die Multiplication angefangen, indem man sagt: 7 × 3 ist 21 pf., d. i. 5 kr. 1 pf. Die 5 kr. merkt man sich, der 1 pf. ist unten hingeschrieben. Hierauf multiplicirt man die (1) Einer der kr., nämlich: 7 × 1 kr. gibt 7 kr. und hiezu die gemerkten 5 kr. gibt 12 kr. Die (2) Einer der kr. schreibt man gleich unten hin, ihre (1) Zehner aber merkt man sich, gerade so und aus dem nämlichen Grunde, wie bei der Addition (siehe §. 66). Sodann multiplicirt man die (5) Zehner der kr. mit dem Anzeiger 7, nämlich 7 × 5 Zehner sind 35 Zehner und 1 Zehner im Sinne gibt 36 Zehner, das sind 6 fl. gerade aus. Man schreibt daher nichts unter die Zehner der kr. und behält die 6 fl. im Sinne. Die Gulden werden nun mit 7, wie bei unbenannten Zahlen multiplicirt, nur daß gleich bei der Multiplication ihrer Einerziffer (8) die im Sinne behaltenen (6) Gulden hinzu gezählt werden.

Es bedarf kaum der Erwähnung, daß diese Art zu multipliciren viel kürzer ist als die im §. 82 erklärte. Die Richtigkeit des Verfahrens aber wird jedem einleuchten, der weiß, daß die Multiplication stückweise geschehen darf, und daß die Producte jederzeit einerlei Namen mit dem Einfachen haben, (§. 25); daß man also die Pfenninge, dann die Kreuzer u. s. f. einzeln multipliciren dürfe, wobei das, was herauskommt, den Namen des multiplicirten Stücks hat, und nach §. 60. auf höhern Namen geführt werden kann. Es folgen hier noch einige vollständige Ausrechnungen.

1) Besonders leicht und oft anwendbar ist in unserm Gelde die Multiplication mit 10, weil 6 Zehn. von den kr. 1 fl. geben. Man rechnet so: 10 × 5 hl. sind 50 hl. d. i. 6 kr. 2 hl. Die 6 kr. schreibt man sogleich unter die (3) Einer der kr., indem das folgende Product 43 kr. × 10 voraussichtlich keine Einer der kr. gibt; die 2 hl. setzt man unter die (5) hl. Sodann sagt man bei den Kreuzern: 43 kr. × 10 kr. gibt 43 Zehner d. i. 7 fl. 1 Zehner (§. 62. f), schreibt die 7 fl. unverzüglich unter die Einerziffer (9) der fl., die (1) Zehner der kr. zu den kr., und

fl.	kr.	hl.	
3589	43	5	× 10
35897	16	2	

setzt ferner ohne weiters die 3589 fl. gleich ins Product, links von den (7) Einern, herunter, indem 3589 fl. × 10 nur Zehner der fl., nämlich 35 890 fl. geben kann.

2) ℔ Lth. Qt.
94 29 3 × 9
6
8 Ztr. 54 11 3

267 Lth. = 8 ℔.
:(32)
256

Man rechnet: 9 mal 3 Qt. geben 27 Qt. d. i. 6 Loth 3 Qt. Man schreibt also 3 Qt. unter die Qt. und zählt 6 Lth. hinüber, nämlich 9 × 9 = 81 und 6 ist 87, schreibe 7 (in eine Nebenrechnung) behalte 8; dann 9 × 2 ist 18 u. 8 ist 26; diese 267 Loth werden nebenan auf Pfunde gebracht (§. 60). Man erhält 8 ℔. 11 Loth. Schreibt alsdann 11 unter die Loth und merkt sich 8. Ferner 9 × 4 ist 36 und 8 im Sinn ist 44, schreibt 4, behält 4; 9 mal 9 ist 81 und 4 im Sinne geben 85, schreibt nur 5 an, u. setzt 8 als Zentner links daneben, da 8 Hunderter Pfund = 8 Ztr. sind.

3) Schenkeim. Mß. Qt.
27 39 3 × 8
221 18 –

5) Fuß. Zoll. Lin. Scrup. Ddz.
11 9 0 8 × 5
4^0 10′ 9″ 3‴ 4^{IV} Ddz.

4) Schäffel. Metz. Vrt. Mäßl.
182 5 1 7 × 11
10 10 9
2012 5 – 5

6) Klaft. Achtl-Klft.
31 6 × 12
9
381 –

Die vorstehenden Rechnungen (3 bis 6) werden jedem deutlich seyn, welcher die vorhergegangenen Beispiele verstanden hat. Mit 11 und 12 ist hier wie mit einziffrigen Zahlen multiplicirt, unter der Voraussetzung der bekannten Vielfachen von 12 und 11.

Uebungsbeispiele.

361) 82 fl. 37 kr. 5 hl. × 4?
362) 53 kr. 7 hl. × 9?
363) 56 fl. 43 kr. 2 hl. × 10?
364) 17 kr. 2 pf. × 12?
365) 126 fl. 25 kr. 3 pf. × 7?
366) 278 fl. 3 pf. × 3?
367) 207 fl. 7 kr. 1 pf. × 11?
368) 47 kr. 7 hl. × 10?
369) 39 fl. 57 kr. 3 hl. × 6?
370) 8 fl. 39 kr. × 5?
371) 29 ℔. 18 Lth. 3 Qt. × 8?
372) 292 Ztr. 72 ℔. × 2?
373) 28° 5′ 7″″ Ddz. × 9?
374) 11′ 10″ 8‴ 9^{IV} Ddz. × 8?
375) 13 Vis. Eim. 49 M. × 3?
376) 3 S. Eim. 32 M. × 7?
377) 28 Schf. 4 M. 1 V. × 9?
378) 7 Mßl. 1 Dr. × 16?
379) 9 Klft. 5 Acht.-Klft. × 6?
380) 13 Buch 21 Bog. × 15?

381) 35 ℔. 14 Stück Lichter (zu 16 auf's ℔.) × 12?
382) Das Pfund einer Waare kostete 1 fl. 46 kr., was 9 ℔.?
383) Was kosten 10 Ellen von einem Tuche, von dem jede Elle zu 5 fl. 37 kr. bezahlt wird?

Zusatz. Wenn die einzelnen Namen des Multiplicanden einziffrige Zahlen sind (z. B. 9 fl. 5 kr. 3 hl.), so kann man auch mit einem großen Anzeiger (z. B. 647) nach §. 83. multipliciren. Dieses geschieht, indem man sich bei jedem einzelnen Namen die Factoren verwechselt denkt (§. 25. II), die so gefundenen Producte unten anschreibt, und diese zuletzt schriftlich auf höhere Namen bringt (§. 60).

z. B.

9 fl.	5 kr.	3 hl.	× 647
5823 fl.	3235 kr.	1941 hl.	
+ 57 fl.	+ 242 kr.	:(8)	
5880 fl.	3477 kr.	Rest 5 hl.	
	:(60		
	Rest 57 kr.		

Antwort. 9 fl. 5 kr. 3 hl. × 647 gibt 5880 fl. 57 kr. 5 hl.

Erklärung. Wegen der 3 Benennungen fl. kr. hl. des Multiplicanden werden hier 3 Multiplicationen gerechnet. In der ersten sind, anstatt 3 hl. mit 647 zu multipliciren, umgekehrt 647 hl. mit 3 multiplicirt, und das Produkt 1941 hl. ist unten angeschrieben. Eben so ist bei den kr. u. fl. verfahren, was 3235 kr. und 5823 fl. gibt.

Hierauf werden die 1941 hl. durch Division mit 8 (§. 60) auf 242 kr. 5 hl. gebracht, die 242 kr. gleich unter die 3235 kr. geschrieben und zu diesen addirt, der Rest 5 hl. aber unterhalb hingesetzt. Dann sind auch die 3477 kr. durch Division mit 60 auf 57 fl. 57 kr. gebracht, die 57 fl. gleich zu den (5823) fl. hinzugeschrieben und addirt, der Rest 57 kr. aber unten angesetzt. Die unten stehenden fl. und die Reste der kr. und hl. sind das verlangte Product.

Anmerkung. In dieser Art multiplicirt man auch, wenn die einzelnen Namen des Multiplicanden solche zweiziffrige Zahlen (11, 12 ꝛc.) sind, deren Vielfache man im Gedächtnisse hat.

* §. 85. **Multiplication mit einem Anzeiger, der zwar größer als 10, aber aus kleinern Factoren zusammengesetzt ist.**

Man rechne das Beispiel e) des §. 82, in welchem

der Anzeiger 45 aus den Factoren 9×5 zusammengesetzt ist.

Ausrechnung. Zuerst multiplicire man mit dem einen Factor z. B. mit 9 (nach §. 84. Beisp. 2), und hierauf das so erhaltene Product (33 Zntr. 69 ℔. 12 Lth.) mit dem andern Factor (5). Das letzte Product (168 Ztr. 46 ℔. 28 Lth.) ist das gesuchte. Das nämliche wurde im §. 82. e. durch eine längere Rechnung gefunden.

a)

Ztr.	℔.	Lth.	
3	74	12	
			$\times 9$
33	69	12	
			$\times 5$
168	46	28	

Der Grund dieses Verfahrens ist im §. 43. I. nachgewiesen. Dabei hätte man auch zuerst mit 5 und das Herauskommende mit 9 multipliciren können. Denn gleichviel ob man von einer Zahl das 9 fache 5 mal, oder ihr 5 faches 9 mal nimmt, so kömmt jedesmal ihr 45 faches heraus, gerade so, als ob man sie auf einmal mit 45 multiplicirt hätte.

Dieses Verfahren ist auch anwendbar, wenn der Anzeiger mehr als 2 Factoren hat.

Man multiplicire z. B. 87 fl. 29 kr. 3 hl. mit 350.

b)

fl.	kr.	hl.	
87	29	3	
			$\times 10$
874	53	6	
			$\times 7$
6124	16	2	
			$\times 5$
30621	21	2	

Da der Anzeiger 350 aus $10 \times 7 \times 5$ zusammengesetzt ist, so wurde hierneben das Einfache 87 fl. 29 kr. 3 hl. zuerst mit 10 multiplicirt (n. §. 84). Man erhält 874 fl. 53 kr. 6 hl. Dieses Product ist sodann mit 7 und das so erhaltene Product 6124 fl. 16 kr. 2 hl. noch mit 5 multiplicirt, jedesmal nach §. 84. Man erhält: 30621 fl. 21 kr. 2 hl. als das 350 fache der Zahl 87 fl. 29 kr. 3 hl.

Was geben 28 fl. 57 kr. 6 hl. mit 400 multiplicirt?

c)

fl.	kr.	hl.	
28	57	6	
			$\times 10$
289	37	4	
			$\times 10$
2896	15	–	
			$\times 4$
11585	–	–	das 400fache.

Der Anzeiger läßt sich zerlegen in $10 \times 10 \times 4$. Im Uebrigen ist die Arbeit wie beim vorigen Beispiele.

Uebungsbeispiele.

384) 53 fl. 46 kr. $\times$ 18? || **385)** 89 fl. 32 kr. 5 hl. $\times$ 360?

Digitized by Google

386) 27 fl. 21 kr. × 50? | 387) 106 fl. 13 kr. 3 pf. × 96?
388) 3 Ball. 8 Rß. 5 B. × 12? | 389) 2°11′10″7‴ Dz. × 32?
390) 2 Eim. 51 M. 3 Q. × 700? | 391) 3 Zt. 92 ℔. 18 ℓ. × 135?

*§. 86. **Multiplication mit einem Anzeiger, der weder kleiner ist als 10, noch sich in kleinere Factoren zerlegen läßt.**

Regel. 1) In diesem Falle zerstücke man den Anzeiger, und zwar am gewöhnlichsten in seine Einer, Zehner, Hunderter u. s. w.; 2) multiplicire sodann den Multiplicanden mit jedem einzelnen Stücke des Anzeigers (nach §. 84 oder 85), und 3) zähle die so gefundenen Stückproducte zusammen. Diese Summe ist sodann das gesuchte Product, gerade so als ob man den Multiplicanden auf einmal mit dem unzerstückten Anzeiger multiplicirt hätte (§. 25. III).

Ein **Beispiel** wird dieses Verfahren deutlich machen.

	fl.	kr.	pf.		
1)	65	26	3	× 372 d. i. mit 300 + 70 + 2.	
	654	27	2	× 10	Man zerstückt den Anzeiger 372 in seine 3 Stücke von verschiedenem Range, d. i. in 300 + 70 + 2; multiplicirt sodann mit dem erst. Stücke 300 nach dem vorigen §. 85, und findet 19633 fl. 45 kr. als 300faches.
	6544	35	–	× 10	
				× 3	
	19633	45	–	das 300fache	
	4581	12	2	„ 70 „	
	130	53	2	„ 2 „	
	24345	51	–	„ 372 „	

Hierauf wird der Multiplicand (65 fl. 26 kr. 3 pf.) mit 70 d. i. mit dem zweiten Stücke des Anzeigers (372) multiplicirt. Dieß geschieht, indem man das in der zweiten Zeile stehende zehnfache (nämlich 654 fl. 27 kr. 2 pf.) noch mit 7 multiplicirt, und das, was herauskömmt, gleich unter das schon gefundene 300fache schreibt also 4581 fl. 12 kr. 2 pf. unter 19633 fl. 45 kr. setzt.

Dann ist der in der ersten Zeile stehende Multiplicand noch mit dem dritten Stücke des Anzeigers (372) d. i. mit seiner Einerziffer 2 multiplicirt (nach §. 84.), und sogleich das Herauskommende (130 fl. 53 kr. 2 pf.) unter das zweite schon gefundene Stückproduct (4581 fl. 12 kr. 2 pf.) geschrieben.

Hat man in dieser Art alle Stück- oder Partial-Pro-

Digitized by Google

ducte gebildet, (deren man so viele erhält, als der Anzeiger bedeutende Zifferstellen hat), und dieselben gehörig zum Addiren unter einander geschrieben, so zählt man sie zusammen. Die herauskommende Summe (hier 24 345 fl. 51 kr.) ist das gesuchte Product; denn wer von einer Sache das 300fache u. das 70fache u. noch das 2fache nimmt, der hat sicher das 372fache. Bei dem Multipliciren mit der höchsten Ziffer (3 Hunderter) muß man immer zuerst mit seinen Factoren 10, 10 u. s. f. multipliciren, weil man die 10fachen, 100fachen ꝛc. ꝛc. des Multiplicanden auch zu den folgenden Stückproducten brauchen kann, und die Multiplication mit 10 leicht ist.

Man rechne in dieser Art auch das Beispiel c) des §. 82.

	fl.	kr.	hl.	
2)	19	47	5	× 8003 d. i. mit 8000 + 3.
	197	56	2	× 10
	1 979	22	4	× 10
	19 793	45	–	× 10
	158 350	0	–	× 8
	59	22	7	das 8000fache.
	158 409	22	7	„ 3 „
				„ 8003 „

Man findet das nämliche Product wie im §. 82. c.

Uebungsbeispiele.

392) 83 fl. 56 kr. 5 hl. × 523?
393) 34738 fl. 37 kr. 1 hl. × 2071?
394) 9406 fl. 41 kr. 2 pf. × 1406?
395) 73 Pfund 19 Lth. 3 Qt. × 53?

Anmerkung. Wenn der Multiplicand groß ist, so geschieht die Multiplication immer leichter nach der zweiten Art (§. 84, 85 und 86); zählt er aber nur einige Einheiten vom höchsten Namen, und ist er nur zweinamig, so geschieht die Rechnung eben so leicht nach §. 82.

§. 87. Multiplication mit zwei mehrfach benannten Zahlen.

Wenn zwei mehrfach benannte Zahlen miteinander zu multipliciren sind, so muß man zuerst aus dem Sinne der Aufgabe zu erkennen suchen, welche von den beiden Zahlen der Multiplicand und welche der Anzeiger sey (§. 25. Anm).

Digitized by Google

Letzterer wird dann auf einen einzigen Namen gebracht, und mit ihm, wie mit einer unbenannten Zahl, die andere mehrfach benannte multiplicirt. Auf welchen Namen aber der Anzeiger zu bringen sey, ist ebenfalls nur aus dem Sinne der Aufgabe erkennbar. Ein **Beispiel** wird dieses deutlich machen: Von einer Waare wurde das Pfund zu 3 fl. 37 kr. gekauft; was werden 2 Ztr. 10 Pfund derselben kosten?

Ausrechnung. Der Sinn der Aufgabe sagt hier, daß man den Preis von einem Pfunde (3 fl. 37 kr.) so oftmal nehmen müsse, als die andere Zahl (2 Zt. 10 ℔.) Pfunde enthält. Es ist also 3 fl. 37 kr. die mehrmals zu nehmende Zahl, d. i. der Multiplicand (§. 23). Die andere Zahl (2 Ztr. 10 ℔.) aber, auf Pfunde gebracht, gibt an, wie oftmal 3 fl. 37 kr. zu nehmen sind, und ist also der Anzeiger. Da nun 2 Zntr. 10 ℔. = 210 ℔. (§. 59), so wird mit 210 (nach §. 86) multiplicirt, und man findet, daß die 210 ℔. 759 fl. 30 kr. kosten.

fl.	kr.		
3	37	× 210 d. i. 10×7×3	
36	10	×	10
253	10	×	7
		×	3
759 fl.	30 kr.		

Uebungsbeispiele. Was kosten:

396) 87 ℔. 11 Stück (16 aufs Pfund) Lichter? das Stück zu 1 kr. 3 hl.

397) 8 Schffl. 4 Metz. Hafer? der Metzen zu 1 fl. 25 kr.

398) 3 Fud. 2 Ohm 1 Eim. Wein? der Eim. zu 35 fl. 52 kr.

399) 13 Tagw. 69 Dez. Wiesen? die Dez. zu 2 fl. 13 kr.

400) 27 Klft. 6 Achtlklft. Brennholz? Das Achtl zu 1 fl. 17 kr.

401) Wenn man für einen fl. 5 Mäßl 1 Dreiß. Erbsen bekömmt, wie viel dann für 263 fl.?

402) Ein Arbeiter, der sich täglich 1 fl. 7 kr. verdient, wie viel erhält er für 35 Wochen u. 4 Tage (d. Woche zu 6 Tg.)?

403) Wenn ein Mann täglich 1 Klft. 5 Achtlklft. Holz schneiden kann, wie viel dann in 3 Wochen u. 5 Tagen (eine Woche = 6 Tage.)?

§. 88. Probe der Multiplication.

Zur Probe rechne man das Beispiel ein zweitesmal, am besten auf andere Art, aus. Wer z. B. 19 fl. 34 kr. 5 hl. mit 28 (nach §. 85) zuerst mit 7 dann mit 4 vermehrte, mul-

Digitized by Google

tiplicire es dann zur Probe zuerst mit 4 und hierauf mit 7, oder rechne die Probe nach §. 86 oder §. 82.

§. 89. Multiplication im Kopfe.

Keiner Kopfrechnungsart bedarf man im gewöhnlichen Leben so häufig, als jener der Multiplication benannter Zahlen unserer Geldeintheilung.

Man kann hiebei bezüglich der mehrmals zu nehmenden Zahl (Multiplicand) vier Fälle unterscheiden, nämlich:

1) wenn diese ein bequemer Guldentheil ist, zum Beispiel 20 kr. × 365;
2) wenn sie ein unbequemer Guldentheil ist, zum Beispiel 22 kr. × 89;
3) wenn der Multiplicand (z. B. 17 kr.) zwar ein unbequemer Guldentheil ist, der Anzeiger aber z. B. (30) ein bequemer Guldentheil wäre, wofern er den Namen kr. hätte;
4) endlich, wenn der Multiplicand eine mehrfach benannte Zahl ist.

Im ersten und zweiten Falle rechne man im Kopfe ganz in der nämlichen Ordnung wie es in den §§. 62 und 63 für schriftliche Rechnungen gelehrt wurde, und rechne daher alle dort stehenden Beispiele nun auch hier im Kopfe aus.

Im dritten Falle verwechsle man die Zahlen der beiden Factoren, also 17 kr. × 30 in 30 kr. × 17 (n. §. 25.); hiedurch wird das neue Einfache (30 kr.) ein bequemer Guldentheil, mit welchem man daher wieder nach §. 62 rechnet.

Man sagt nämlich: 17 kr. × 30 ist einerlei mit 30 kr. × 17. Letzteres aber sind 17 Halbegulden oder 8 fl. 30 kr.

Uebungsbeispiele zum dritten Falle.

404) Was ist die 30tägige Löhnung, die tägliche zu $26\frac{1}{2}$ kr.?
405) Was kosten 20 Pfund Metall, das Pfund zu 51 kr.?
406) Was kostet 1 Dutzend Sacktücher, das Stück zu 43 kr.?
407) Was kosten $7\frac{1}{2}$ Ellen Zeug, die Elle zu 39 kr.?

Im vierten Falle, wo also die mehrmals zu nehmende Zahl Gulden, Krz. ꝛc. enthält, multiplicire man zuerst die Gulden (nach §. 31), sodann die Kreuzer u. s. w. (nach erstem, zweitem oder drittem Falle), und zähle zu den zuerst gefundenen Gulden die zuletzt erhaltenen Gulden, Kreuzer u. s. w. (nach §. 71) hinzu.

Digitized by Google

Beispiel. Was kostet ein Stück Tuch von 37 Ellen, wenn jede Elle zu 4 fl. 15 kr. bezahlt wird?

Ausrechnung. Man sagt: 37 Ellen kosten 37 mal 4 fl. und 37 Fünfzehner oder 37 Viertelsgulden. Dann bei den Gulden (nach §. 31), 4mal 30 ist 120 und 4mal 7 ist 28, also zusammen 148 fl. Hierauf bei den Kreuzern: 37 Viertelsgulden sind 9 fl. 1 Fünfzehner. Endlich sagt man: vorher waren es 148 fl., hiezu 9 fl. 15 kr., geben 157 fl. 15 kr. Die 37 Ellen kosten demnach 157 fl. 15 kr.

Anderes Beispiel. Wenn eine tuchene Pantalon 3 fl. 56 kr. 5 hl. kostet, was dann 21 Stück?

Ausrechnung. 3 fl. 56 kr. 5 hl. sind 4 fl. weniger 1 Groschen und 3 hl.; 21mal 4 fl. geben 84 fl; 21 Groschen sind 1 fl. 3 kr. Dieß von 84 fl. abgezogen, bleiben noch 82 fl. 57 kr.; 21 mal 3 hl. geben 63 hl. d. i. 7 kr. 7 hl. Dieses von 82 fl. 57 kr. abgezogen, bleiben 82 fl. 49 kr. 1 hl., und so viel kosten die 21 tuchene Pantalon.

Anmerkung. Solche Kopfrechnungen lassen viele Abänderungen zu, so z. B. hätte man auch sagen können: 3 fl. 56 kr. 5 hl. sind 4 fl. 5 hl. weniger einen Batzen, u. dal. m.

Uebungsbeispiele.

408) Was kosten 5 Ellen Tuch, die Elle zu 3 fl. 20 kr.?
409) Was kosten 14 Klft. Holz, die Klft. zu 9 fl. 26 kr.?
410) Was kostet das Schfl. Hafer, der Metz. zu 1 fl. 38 kr.?

Jemand nimmt täglich ein:

411) 2 fl. 43 kr.; was in 30 Tagen? was in 365 Tag.?
412) 13 kr. 5 hl.; was in 92 Tagen? was in 11 Tagen?
413) Wenn 1 Loth Silber 1 fl. 35 kr. kostet, was 16 Lth.?
414) Wenn 1 Pfd. Fleisch 9 kr. 3 pf. kostet, was der Ztr?
415) Wenn 1 Mß. Bier 5 kr. 1 pf. kostet, w. d. Sch.Eim.?
416) Wenn 1 Franc (französisches Geld) 28 kr. 2 hl. gilt, was dann 5 Francs.?

Zusatz. Wer in einer oder der andern Münzsorte, oder in einem bestimmten Maaße oder Gewichte ꝛc. öfters Kopfrechnungen zu machen hat, wird sich überdieß noch kleine Regeln aufstellen, (nach Art der hier unter A., B., C. ꝛc. folgenden), und diese dann dem Gedächtnisse einprägen, z. B.

A.) **Verwandlung von Kronenthalern ꝛc. in fl. und kr.**

Ein Krthl. ist 2 fl. 42 kr. d. i. 27 Sechser (od. Zehntelsgulden) Hat man daher Kronenthaler in Gulden anzu-

Digitized by Google

geben, so multiplicire man ihre Anzahl mit 9 und dann mit 3 (nach §. 31.) und schneide rechts eine Ziffer ab. Die abgeschnittene Ziffer sind Sechser, die übrige Zahl ganze Gulden.

Beispiel. Wie viele Gulden sind 584 Kronenthaler?

584 × 9
5256 × 3
1576|8

d. i. 1576 fl. 48 kr.

Die 584 Kronenthaler werden nämlich durch die Multiplication mit 9 × 3 = 27 in 15768 Sechser verwandelt, und diese nach §. 62. g. in fl. und kr.

Anmerkung 1) Da 10 Kronenthaler = 27 fl., so findet man auch den Werth von 20, 30, 40 Krth. ꝛc. durch Multiplication von 27 fl. mit 2, 3, 4 ꝛc. leicht im Kopfe. Merkt man sich dann noch die Werthe von 2, 3, 4, 5 bis 9 Krthl., so rechnet man auch in folgender Art: z. B. was geben 36 Krthl.? Man sagt: 30 Krthl. geben 3 × 27 fl. d. i. 81 fl., die 6 Krthl. sind 16 fl. 12 kr., daher zusammen 97 fl. 12 kr.

Anmerkung 2) Da 10 bayer. Thl. = 24 fl. (oder = 24½ fl., da sie jetzt die k. Münze nur zu 2 fl. 27 kr. abgibt), 4 preuß. Thl. = 7 fl. = 2 Vereinsthl., 3 Halbe Krthl. = 4 fl., 1 Dukaten = 5½ fl., ꝛc., so kann man sich hiefür ähnliche Regeln wie oben für Krthl. aufstellen, und damit im Kopfe rechnen.

Uebungsbeispiele.

417) Wie viele fl., kr. geben 16 Krthl.? 87 Krthl.? 125 Krthl.?
418) Wie v. fl., kr. geben 8 b. Thl.? 27 b. Thl.? 143 b. Thl.?
419) Wie v. fl., kr. geben 17 preuß. Thl.? 56 Vereinsthl.?

B.) **Bei Einnahme und Ausgabe.**

So viele Kreuz. den Tag, } so viele Halbegulden in 30 Tagen. so vielmal 6 fl. und 5 kr. das Jahr.

So viele Hell. d. Tag, so vielm. 3 Fünfzehn. u. 5 Hl. d Jahr, denn 365 kr. = 6 fl. 5 kr. u 365 Heller = 45 kr. 5 hl.

Wer also z. B. täglich 19 kr. einnimmt, erhält im Jahre 19 × 6 fl. und 19 Fünfer; 19 × 6 fl. geben 114 fl. (§. 31), und 19 Fünfer geben 1 fl. 7 Fünfer, dieses zusammen: 115 fl. 35 kr.

C.) **Im Flüßigkeitsmaaße.** (1 Eimer = 60 Maaß.)

1) So viele pf. das Quart, so viele kr. kostet die Maaß.
2) So viele kr. die Maaß, so viele fl. kostet der Eimer.

Kostet z. B. eine Maaß 4 kr. 3 pf. d. i. 4¾ kr., so kostet der Eimer 4¾ fl. d. i. 4 fl. 45 kr.

D.) **Im Holzmaaße.** (1 Klft. = 60 Klft. Zoll.)

So viele kr. der Klafter-Zoll, so viele Gulden die Klafter.

Digitized by Google

E.) Im Getreidmaaße.

1) So viele hl. der Dreiß. } so viele Vierundzwanziger das
2) So viele pf. das Mäßl. } Schäffel, u. so viele Batzen d. Metz.
3) So viele kr. das Viertl, so viele Zwölfer kostet das Schffl., und so viel ½ Batzen der Metzen.

F.) Im Gewichte.

1) So viele Pfenninge das Quint, so viele kr. das Loth.
2) So viele Heller das Loth, so viele Batzen das Pfund.
3) So viele Kreuz. das Pfund, so vielm. 5 Drittelsguld. d. Ztr.

Uebungsbeispiele.

419) Was kostet der Eim. Wein? wenn d. Ort. 7 kr. 3 pf. kost.
420) „ „ der Eim. Bier? die Maaß zu 5 kr. 5 hl.
421) „ „ die Klft. Holz? der Klftzoll zu 6 kr. 2 pf.
422) „ „ d. Schfl. Hafer? wenn 1 Mäßl. 2 kr. 3 pf. kost.
423) „ „ das Pfund Dochtgarn? das Loth 1 kr. 2 pf.
424) „ „ der Rieß Papier? der Bogen zu 5 Heller.
425) „ „ der Zentner Pulver? das ℔. zu 37 kr. 3 pf.

Sechster Abschnitt.

Vom Theilen (Dividiren) mehrfach benannter Zahlen.

§. 90. Erklärung.

Bei der Theilung kommen zwei verschiedene Fälle vor, (siehe §. 33., der hier zu wiederholen ist); es sind nämlich entweder 1) Dividend und Divisor benannte Zahlen der nämlichen Haupteinheit, wie z. B. in der Aufgabe: In wie viele Theile, jeder zu 39 kr. 2 pf., können 37 fl. 32 kr. getheilt werden? oder es ist 2) nur der Dividend eine benannte Zahl, der Divisor (Anzeiger) aber ist unbenannt oder doch nur scheinbar benannt, wie im Beispiele: 73 fl. 49 kr. 2 hl. sollen unter 46 Mann gleichheitlich vertheilt werden, was trifft Jeden?

§. 91. Erster Fall. Division einer mehrfach benannten Zahl durch eine Zahl derselben Art.

Regel. Man bringe den Dividenden (Theilungs-

Digitized by Google

zahl) und den Divisor (Theil) auf den kleinsten Namen, der in ihnen vorkömmt (nach §. 59.), und dividire mit den so verwandelten Zahlen, als wenn sie unbenannt wären (nach §. 36).

Beispiel. Man rechne das erste Beisp. des §. 90.

Ausrechnung. Der Dividend ist 37 fl. 32 kr., der Divisor (hier der Theil) ist 39 kr. 2 pf. Ihr kleinster Name ist pf.; auf diesen gebracht, gibt der Dividend 9 008 pf., der Divisor 158 pf. u. durch ihre Division erhält man den Quot. $57\frac{2}{158}$. Dieser zeigt an, daß sich die Zahl 37 fl. 32 kr. in 57 Theile, jeden zu 39 kr. 2 pf., theilen läßt, wobei noch 2 pf. übrig bleiben; oder auch mit andern Worten, daß 39 kr. 2 pf. in 37 fl. 32 kr. $57\frac{2}{158}$ stel mal enthalten sind.

fl.	kr.		kr.	pf.
37	32	:	39	2
× 60			—×4	
2252 kr.			158 pf.	
—×4				
9008 pf.		=	$57\frac{2}{158}$	
:(158)			"	
790				
1108				
1106				
2 Rest.				

Die Gründe der Regel beruhen lediglich auf dem IIten Grundsatze der Division §. 33. Nach diesem müssen Dividend und Divisor gleichbenannt seyn, der Quotient aber ist dann eine unbenannte Zahl. Es müßen daher vor der Theilung Dividend und Divisor auf einerlei Namen gebracht werden; hiezu aber ist ihr kleinster Name gewählt, um die Rechnung mit Brüchen zu vermeiden, welche erst in der folgenden Abtheilung angewiesen wird.

Uebungsbeispiele.

426) Was geben 21 fl. 17 kr. : 1 fl. 9 kr.?
427) Man dividire 312 fl. 7 hl. durch 28 kr. 5 hl.
428) In wie viele Theile zu 3 fl. 14 kr. kann man 20 fl. theilen?
429) Wie oft sind 5 Mäßl 1 Dreiß. enthalten in 14 Schäffel?
430) Man theile 3 Zt. 78 ℔. in Theile zu 1 ℔. 23 Lth.
431) Wie viele Kugeln kann man aus 14 Ztr. 88 ℔. Blei gießen, wenn jede Kugel 1 Loth 2 Quint wiegt?
432) Wie viele Patronen zu 2 Quint geben 3 Ztr. 27 ℔. 30 Loth Pulver?

Digitized by Google

§. 92. Zweiter Fall. Division einer mehrfach benannten Zahl durch eine unbenannte.

Diese Division läßt zwei verschiedene Verfahrungsarten zu, ähnlich jenen bei der Multiplication §. 82 und 83.

A.) Erstes Verfahren und allgemeine Regel hiezu.

1) Man bringe den mehrfach benannten Dividenden auf seinen niedersten Namen; 2) dividire ihn dann in gewöhnlicher Art, und führe 3) den Quotienten wieder auf höhere Namen zurück.

Beispiel. 73 fl. 49 kr. 2 hl. sollen unter 46 Mann gleichheitlich vertheilt werden; was bekömmt Jeder?

Ausrechnung. Jeder bekömmt den 46ten Theil. Man bringt daher 73 fl. 49 kr. 2 hl. auf hl. (nach §. 59), und dividirt die erhaltene Hellerzahl 35434 hl. durch 46 (nach §. 41). Der Quotient ist $770\frac{14}{46}$ hl. d. i. (nach §. 60) 1 fl. 36 kr. $2\frac{14}{46}$ hl.

73 fl. 49 kr. 2 hl.
——× 60
4429 kr.
——× 8
35434 hl. = $770\frac{14}{46}$ hl. = 96 kr. $2\frac{14}{46}$ hl. = 1 fl. 36 kr. $2\frac{14}{46}$ hl.
: (46) : (8)
322 Rest $2\frac{14}{46}$
323
322 **Antwort.** Jeder bekömmt 1 fl. 36 kr. $2\frac{14}{46}$ hl.
14

Uebungsbeispiele.

433) Man theile 314 fl. 28 kr. 3 hl. durch 8.
434) 8 Zentner 54 Pfund 11 Loth 3 Quint : 9?
435) a. 13° 8′ 9″Dz. : 23? ‖ b. 580° 6′ 11″Ddz. : 137?
436) Eine Zulage von 243 fl. 50 kr. soll unter 108 Mann gleichheitlich vertheilt werden; was erhält Jeder?
437) 158409 fl. 22 kr. 7 hl. : 8003?

B.) Zweites Verfahren und allgemeine Regel hiezu.

1) Man dividire den Dividenden stückweise, indem man bei der Zahl seines höchsten Namens

Digitized by Google

anfängt, diesen in gewöhnlicher Art theilt, und dem so erhaltenen Quotienten den Namen des dividirten Stückes gibt. 2) Bleibt hiebei ein Rest, so bringe man ihn an den nächst niedern Namen und zähle das gleichnamige Stück des Dividenden hinzu. 3) Diese zusammengezogene Zahl wird nun weiter wie der vorhergegangene Name getheilt, und in dieser Art fortgefahren, bis auch der niederste Name dividirt ist, dessen etwaiger Rest dem Quotienten als Bruch angehängt wird.

1. Beispiel. Man rechne das bei der Regel A) stehende Beispiel nun auch nach der zweiten Art aus.

= 1 fl. 36 kr. $2\frac{14}{46}$
73 fl. 49 kr. 2 hl.
:(46)
Rest 27 fl.
× 60
1669 kr.
:(46)
138
289
276
Rest 13 kr.
× 8
106 hl.
:(46)
92
14 Rest

Bei den 73 fl. ist angefangen. Diese durch 46 getheilt (nach §. 36) geben den Theil. 1 fl. und den Rest 27 fl. Der Theil 1 fl. ist über die getheilten 73 fl. geschrieben, der Rest 27 fl. (den man als fl. nicht unter die 46 Mann theilen kann) in kr. umgewechselt (nach §. 59), und zugleich die ebenfalls zu vertheilenden 49 kr. des Dividenden zugezählt. Man erhält 1669 kr. Diese durch 46 divid. (n. §. 36) geben d. Quot. (Theil) 36 kr. und den Rest 13 kr. Der Quotient 36 kr. ist oberhalb angeschrieben, der Rest 13 kr. aber in hl. verwandelt und die 2 hl. des Dividenden zugezählt. Die so erhaltenen 106 hl. sind endlich auch durch 46 dividirt (nach §. 41) u. der Theil $2\frac{14}{46}$ hl. ist über die hl. des Dividend. geschrieben.

Antwort. Der Antheil jedes Mannes ist 1 fl. 36 kr. $2\frac{14}{46}$ hl. (wie §. 92. A).

2. Beispiel. Man dividire 5347 fl. 38 kr. durch 9.

= 594 fl. 10 kr. $7\frac{1}{3}$ hl.
5347 fl. 38 kr.
:(9)

Erklärung. Ist, wie in diesem Beispiele, der Divisor einziffrig, so bringt man den Rest jedes

Namens gleich im Kopfe auf den nächstniedern Namen, rechnet jedoch im Uebrigen wie beim ersten Beispiele.

Antwort: Der 9te Theil von 5347 fl. 38 kr. ist 594 fl. 10 kr. 7⅓ hl.

Beweis. Die Richtigkeit des Verfahrens bei der ersten Divisionsart ist durch die §§. 59, 41 und 60, auf welche sich die Regel bezieht, nachgewiesen. Die zweite Art aber und ihre Gründe sind wie jene des §. 36. Wie dort wird der Dividend stückweise getheilt, und dem Theile der Namen des getheilten Stückes gegeben, nur daß hier der Dividend in seine einzelnen Namen (73 fl. + 49 kr. + 2 hl.) zerstückt ist, während er es im §. 36 in seine Ziffern von verschiedenem Range war. Wie dort ist auch hier der Rest, den etwa ein Stück läßt, auf den nächstniedern Namen gebracht, und ihm das gleichnamige Stück des Dividenden zugezählt, nur mit dem Unterschiede, daß es im §. 36 durch einfaches Herunterschreiben der folgenden Ziffer des Dividenden geschehen konnte, während es hier nach §. 59 geschehen muß. Anfänger werden daher an dem Beispiele 73 fl. 49 kr. 2 hl. : 46 den Beweis, ähnlich jenem im §. 37, ausarbeiten.

Uebungsbeispiele.

Man dividire nach der 2ten Art die Beispiele 433 bis 445.

438) 375 fl. 8 kr. 3 pf. : 6.
439) 96 fl. 7 hl. : 38.
440) 1600 fl. 43 kr. : 365.
441) 49 ℔. 56 Lth. : 112.
442) 7 Eim. 8 M. Wein : 1025.
443) 80 971 fl. : 96.
444) 209 Schäfl. 5 Metz. : 85.
445) 27° 9′ 11″ : 17.

Anmerkung, Die zweite Divisionsart ist der ersten vorzuziehen, da sie meistens eine kürzere Rechnung zuläßt, als die erste Art.

§. 93. Probe der Division benannter Zahlen.

Man kann entweder die Richtigkeit der Division durch die Multiplication prüfen, oder dadurch, daß man das Beispiel auf zwei verschiedene Arten (nach **A** und **B** des §. 92) rechnet, oder auch, indem man die Division ein zweitesmal in der nämlichen Art aufmerksam ausführt, und die beiden Divisionen nach jedem kleinen Abschnitte der Rechnung mit einander vergleicht.

§. 94. Divisionen benannter Zahlen im Kopfe.

Diese kommen am öftesten in unserer Geldrechnung vor, und es soll daher auf sie besonders Rücksicht genommen

werden. Man kann hiebei, und auch im Allgemeinen, zwei Fälle unterscheiden, nämlich:

I) wenn der Dividend eine Zahl unserer Geldeintheilung fl. kr. ꝛc., und zugleich der Divisor eine Zahl ist (wie z. B. 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10 ꝛc.), durch deren Theilung die Gulden des Dividenden bequeme Guldentheile geben (§. 62).

II) Wenn der Divisor keine solche Zahl, oder der Dividend keine benannte Zahl unserer Geldeintheilung ist.

Im Iten Falle gebe man sogleich dem Quotienten (Theil) so viele bequeme Guldentheile, als der Dividend ganze Gulden zählt, bringe sie (nach §. 62) auf Gulden und Kreuzer und merke sich diese; theile sodann auch die im Dividenden etwa vorkommenden Kreuzer, zähle die herauskommenden ganzen Kreuzer zu den bereits gemerkten Kreuzern hinzu, bringe den Rest auf Heller oder Pfenninge, und verfahre mit diesen im Kopfe in der nämlichen Ordnung und Weise, wie beim schriftlichen Rechnen.

Beispiel a) 8 Ellen Tuch kosteten 35 fl.; was 1 Elle?

Rechnung. Man sagt: 1 Elle kostet nur den 8ten Theil von 35 fl., d. i. 35 Achtelsgulden, und diese sind 4 fl. 22 kr. 4 hl. (§. 62).

Beispiel b) 24 fl. 19 kr. sollen unter 5 Abtheilungen gleichheitlich vertheilt werden; was erhält jede?

Ausrechnung. Jede Abtheilung erhält 24 Fünftelsgulden und 19 kr.:5. Die 24 Fünftelsguld. sind 4 fl. 48 kr. (§. 62), und dieß merkt man sich. Die 19 kr. : 5 geben 3 kr. für jeden der 5 Theile und 4 kr. als Rest. Vorhin hatte man 4 fl. 48 kr., hiezu 3 kr. geben nun 4 fl. 51 kr. Der Rest von 4 kr. gibt 32 hl., und diese durch 5 getheilt, trifft auf jeden Theil noch $6\frac{2}{5}$ hl.

Antw. Jede Abtheilung erhält 4 fl. 51 kr. $6\frac{2}{5}$ hl.

Uebungsbeispiele zum ersten Falle.

446) 15 El. Tuch wurden um 54 fl. geboten; wie viel 1 Elle?
447) 6 Kompagnien sollen 150 fl. theilen; was bekömmt eine?
448) Wenn die 20 tägige Zulage 37 fl. ist; was die tägliche?
449) Was kostet 1 ℔. Pulver, wenn 5 ℔. 3 fl. 15 kr. kosten.?
450) Was kostet die 8tels Klaft., die Klafter zu 11 fl. 20 kr.?
451) Was kostet 1 Stück, das Dutzend zu 14 fl. 48 kr.?
452) Was kostet 1 Viertel Hafer, das Schäffel zu 4 fl. 36 kr.?

Digitized by Google

453) Was kostet 1 Dreißiger Mehl, der Metzen zu 15 fl. 21 kr.?
454) 60 ℔. Messing kosteten 43 fl. 30 kr.; was 1 ℔.?
455) 3 Pferde wurden verkauft für 572 fl. 46 kr.; wie theuer eins?
456) Wenn 30 Ell. Leinw. 13 fl. 35 kr. 3 pf. kosteten; was 1 Ell.?

Im IIten Falle wird die Division mühsamer, indem man sodann im Kopfe in der nämlichen Ordnung und Weise theilen muß, wie im schriftlichen Rechnen (§. 92. B). Z. B.

Jemand kaufte 7 Ellen Tuch um 31 fl. 17 kr.; wie theuer also 1 Elle?

Rechnung. Man sagt: 31 fl. getheilt durch 7 gibt 4 fl. und den Rest 3 fl.; sodann 3 fl. sind 180 kr., und hiezu 17 kr. geben 197 kr.; diese getheilt durch 7 geben (nach §. 42) 28$\frac{1}{7}$ kr. Man hat daher zusammen: 4 fl. 28$\frac{1}{7}$ kr. oder 4 fl. 28 kr. 1$\frac{1}{7}$ hl. als den Preis einer Elle.

Uebungsbeispiele zum zweiten Falle.

457) 11 Mann verzehrten 13 fl. 26 kr.; was trifft einen?
458) Was kostet 1 Elle, wenn 9 Ellen 23 fl. 54 kr. kosteten?
459) 16 Klafter und 5 Achtls. Klftr. Holz sollen unter 6 Compagnien gleichheitlich vertheilt werden; was erhält jede?
460) 35 Eim. 43 Mß. in 17 gleiche Theile getheilt, was trifft auf einen Theil?

Zusatz. Aehnlich den im Zusatze des §. 89 aufgestellten Regeln, kann man sich auch zur Division im Kopfe manche Vortheile merken; z. B.

A.) Verwandlung von Gulden und Kreuzern in Kronenthaler.

Zum Beispiel. Wie viele Kronenthaler geben 228 fl. 46 kr.?

Man hänge der Guldenzahl eine Null an (im Falle jedoch auch Kreuzer gegeben sind, so setze man die Anzahl ihrer Sechser an die Stelle der Null) und dividire durch 3 und dann durch 9, d. i. durch 27. Der letzte Quotient hat den Namen Kronenthaler.

Nämlich:

228 fl. 46 kr. sind 2287 Sechser und 4 kr.

: 3) 762 Achtzehner und 1 Sechser Rest

: 9) 84 Krthlr. u. 6 Achtzehn. d. i. 18 Sechs. Rst.

Die Reste zusammen sind 4 kr. u. 19 Sechser, d. i. 1 fl. 54 kr. u. 4 kr.

Antw. Daher sind 228 fl. 46 kr. = 84 Krthlr. u. 1 fl. 58 kr.

Digitized by Google

B.) Bei Einnahme und Ausgabe.

So viele Gulden im Jahre, { so viele Zwölftelsfl. (od. 5 kr.) in 1 Monat. so viele Sechstelsfl. (od. 10 kr.) in 2 Monat.
So viele fl. in 2 Monaten (d. i. 60 Tag), so viele kr. den Tag.
So viele fl. in 1 Monat (zu 30 Tag), so viele halbe kr. den Tag.

C.) Bei Flüßigkeits- und Holz-Maaß.

So viele fl. der Schenk-Eimer, so viele kr. die Mß. u. pf. das Ort.
So viele fl. das Klafter, so viele Kreuzer der Klafterzoll.

D.) Im Allgemeinen.

So viele fl. als 2 Stücke, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 60 St. kosten, eben so viele $\frac{1}{2}$ Guld., $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$ fl., 1 kr. kost. 1 St.

Uebungsbeispiele.

461) Wie viele Krthl. braucht man zur Ausbezahl. von 100 fl.?
462) 548 fl. 30 kr. sind in Kronenthalern anzugeben.
463) 375 fl. 52 kr., wie viel sind es Kronenthaler?
464) 100 fl., wie v. sind es halbe Krthl.? w. v. bayer. Thl.?
465) 619 fl. 17 kr., wie viel sind es bayer. Thal.? wie viel preußische Thaler?
466) Ein Schenk-Eim. Wein wurde um 18 fl. 24 kr. angekauft, was kostet die Maaß? der Schoppen von diesem Weine?
467) Wenn die Klafter Holz 8 fl. 30 kr. kostet, was kostet 1' Klafter-Zoll?
468) Jemand kauft Holz, die Klafter zu 9 fl. 12 kr. Es fehlen aber 11 Klafter-Zoll im Maaße; wie viel ist zu bezahlen?
469) Jemand nimmt jährlich 288 fl. ein; was trifft den Tag (1 Jahr zu 360 Tagen.)?

§. 95. Rechnungsvortheile bei mehrfach benannten Zahlen.

Die im §. 43. für einfach benannte Zahlen erklärten Vortheile sind auch bei mehrfach benannten Zahlen anwendbar. Hiezu kommen noch:

a) Bei der Multiplication.

Wenn einzelne Stücke des Multiplicanden, (oder wenn der Anzeiger) bequeme Theile der Eintheilungszahl sind, so wird, anstatt zu multipliciren, die Anzahl der bequemen Theile

Digitized by Google

gleich auf den nächst höhern Namen durch Division gebracht (nach §. 62).

Beispiel. Man multiplicire 6 fl. 15 kr. 4 hl. mit 38.

fl.	kr.	hl.	
6	15	4	× 38
9	19		
237	49	–	

Da hier 4 hl. = ¼ kr. und 15 kr. = 1 Viertelsfl. ist, so multiplicirt man gleich mit 38 ohne es zu zerlegen. Man erhält 38 halbe kr. d. i. 19 kr. und merkt sich diese. Dann 38 Viertelsguld. d. i. 9 fl. 30 kr. (§. 62). Die 9 fl. merkt man sich, die 30 kr. zählt man zu den gemerkten 19 kr. und hat daher 49 kr. Endlich 38 × 6 fl. in gewöhnlicher Art multiplicirt und hiezu die gemerkten 9 fl. gibt 237 fl.

Anderes Beispiel. 28 Pfund 21 Lth. 3 Qt. × 32.

Ztr.	℔.	Lth.	Qt.	
–	28	21	3	× 32
21				
9	17	24	–	
28				× 8
224				× 4
896				

Da 32 Qnt. = 8 Lth. und 32 Lth. = 1 ℔. sind, so sagt man: 3 × 32 Qt. d. i. 3×8 Lth. geben 24 Lth. und schreibt diese gleich unter die Lth. Ferner sagt man: 21 × 32 Lth. geben 21 ℔.

Diese merkt man sich, multiplicirt 28 ℔. mit 32 in einer kleinen Nebenrechnung, und erhält zusammen mit den gemerkten 21 ℔., 917 ℔. d. i. 9 Ztr. 17 Pfund.

Uebungsbeispiele.

470) 7 fl. 41 kr. 3 pf. × 20?

471) 9′ 10″ 11‴ 5^{IV} Ddz. × 12?

472) Wenn der tägliche Oelbedarf 3 ℔. 14 Lth. ist, was ist der 16tägige?

473) Wenn die Elle Leinwand 22 kr. 4 hl. kostet, was kosten 30 Ellen?

474) Was ist die Jahreseinnahme, wenn die für jeden Monat 9 fl. 18 kr. 2 pf. beträgt?

b) Bei der Division.

1) Bei dieser hat man die ähnliche Abkürzung. Man theile z. B. die Länge eines Hofraums von 87° 11′ 9″Ddz. in 12 gleiche Theile, und finde die Länge eines Theils.

Digitized by Google

Ausrechnung. Man sagt: 87° divid. durch 12, gibt $7\frac{3}{12}$ Ruth., d. i. 7° 3′. Die 7° werden unter die Ruthen, die 3 Fuß alsogleich unter die Fuß geschrieben. Dann schreibt man die 11′ des Dividenden gleich als 11 Zoll in den Quotienten u. die 9″ als 9‴, indem $\frac{11}{12}' = 11''$ und $\frac{9}{12}'' = 9'''$ sind.

87° 11′ 9″Ddz. : 12
7° 3′ 11″ 9‴Ddz.

Anderes Beispiel. 56 fl. 38 kr. 5 hl. zu dividir. durch 15. Die Rechnung heißt: 15 in 56 geht 3 mal; 3 × 15 ist 45, von 56 bleiben 11 Fünfzehntel-Gulden d. i. 44 kr. Diese merkt man sich zu den Kreuzern; sagt dann 38 kr. div. durch 15 geben 2 kr., u. den Rest 8 kr.; die 2 kr. zu den gemerkten 44 kr. gezählt, geben zusammen 46 kr., und sind unten angeschrieben; der Rest 8 kr. gibt 64 hl., man hat daher 69 hl. : 15 und dieß beträgt $4\frac{9}{15}$ hl. Diese Abkürzung ist bei allen Divisoren anwendbar, welche bequeme Guldentheile geben.

fl. kr. hl. : 15
56 38 5
44
3 46 $4\frac{9}{15}$

2) Eine andere Abkürzung ist bei der Division anwendbar, wenn sich der Divisor in einziffrige oder bequeme zweiziffrige Factoren zerlegen läßt.

Beispiel. Man dividire 87° 11′ 9″Ddz. durch 36. Der Divisor 36 ist zerlegbar in 3 × 12. Die Division mit 12 gibt nach der obigen Abkürzung 7° 3′ 11″ 9‴Ddz. Dieser Quotient wird dann noch durch 3 in gewöhnlicher Art dividirt (n. §. 92. B.) und man erhält 2° 5′ 3″ 11‴ Ddz., gerade so, als ob man auf einmal mit 36 dividirt hätte.

87° 11′ 9″Ddz. : 12
7° 3′ 11″ 9‴ : 3
2° 5′ 3″ 11‴

Anmerkung. Da man bei der letzten Abkürzung häufig auf die Division eines Bruches stößt, so kann man diesen Vortheil erst nach der Lehre der Brüche allgemein anwenden.

Uebungsbeispiele.

475) Was ist der 36ste Theil von 64 fl. 25 kr. 4 hl.?
476) Was ist der 45ste Theil von 613 fl. 18 kr. 3 pf.?
477) 1 Zt. 40 ℔. 16 Lth. : 16?
478) 47 fl. 18 kr. 3 hl. : 5?
479) 31° 9′ 8″ Ddz. : 24?
480) 375 fl. 8 kr. 3 pf. : 6?

§. 96. Practische Aufgaben mit mehrfach benannten Zahlen.

Die hier folgenden Aufgaben sind eigentlich eine Fortsetzung

Digitized by Google

jener des §. 45 u. 46. Der Unterschied besteht nur darin, daß hier auch mehrfach benannte Zahlen vorkommen. Alles, was daher im §. 45 gesagt wurde, um zu erkennen, durch welche Rechnungsart eine Aufgabe auszurechnen sey, findet auch hier wieder seine volle Anwendung.

481) 24 Pferde sollen mit 12 Schäffel 1 Viertel 4 Mäßl. Hafer 5 Wochen ausreichen; wie viel bekömmt jedes Pferd in 1 Woche?

482) Wie viele Kugeln kann man aus 14 Ztrn. 88 Pfund Blei gießen, wenn jede Kugel 1 Lth. 2 Ont. wiegen soll?

483) In einem Magazine sind 3 Ztr. 54 Pfund Fleisch und 13 Schfl. 4 Metz. Mehl; wie groß wird die Portion in Fleisch und in Mehl, wenn der Vorrath 1200 Portionen geben soll?

484) Eine Festung soll vom 16ten März 1841 bis zum 6ten Juli 1841 für 1520 Mann verproviantirt werden; was muß der Vorrath seyn, wenn der Mann täglich 14 Lth. Fleisch, 1 Dreißiger Mehl und 1 Quart Branntwein erhalten soll?

485) Wie viel Pulver und Blei braucht man zur Anfertigung von 24000 Patronen, von denen jede mit 2 Ont. Pulver u. 1 Kugel zu 1 Lth. 2 Ont. Blei gefüllt wird?

486) Wenn die Entfernung der Hauptwache von der Kaserne 3140′ beträgt, welche Zeit braucht dann der Zapfenstreich um diesen Weg im Feldschritte (100 in einer Minute) zurückzulegen, da die Länge eines Schrittes 28 Zoll ist?

487) 456 fl. 39 kr. 5 hl. sollen in Kronenthal. empfangen werden; wie viel Stücke, dann noch fl. u. kr. erhält man?

488) Was ist das Gewicht eines mit scharfen Infanterie-Patronen gefüllten Verschlags? da in demselben 2016 Patronen sind, jede zu 2 Ont. Pulver, 1 Lth. 2 Ont. Blei und ein 12tels Bogen Papier; ferner der leere Verschlag 12 Pfund, und ein Buch Papier 15 Lth. wiegt.

489) Von den 6 Mann einer Sturm-Colonne, welche zuerst die Bresche erstiegen, erhielt der erste 45 Dukaten (à 5 fl. 30 kr.), der zweite 84 Kronenthaler (à 2 fl. 42 kr.), und so jeder folgende immer weniger als sein Vormann, und zwar um so viel, als der zweite weniger denn der erste erhielt; was bekömmt der dritte, vierte, fünfte und sechste in fl. und kr.?

Digitized by Google

490) Wenn jeder Mann einer Armee von 43680 Mann täglich einen Kreuz. Löhnung mehr bekommen soll, was macht dieß aus vom 12. Febr. 1840 bis 4. Juni 1840.

491) Wie viel macht es in einem gemeinen Jahre?

492) Wie lange reicht ein Regiment mit 100 Klafter Brennholz, wenn es monatl. 19 Klft. 5 Achtl-Klft. verbraucht?

493) Was beträgt die Löhnung eines präsenten Chevaulegers erster Kapitulation vom 23. August 1839 bis zum 4. März 1844? (die Löhnung für einen Tag ist $9\frac{1}{2}$ kr.)

494) Jemand will 347 preuß. Thaler zu 1 fl. 45 kr. in Kronenthaler umwechseln, wie viele bekömmt er?

495) Wie viel Schritte (zu 28″) gehen auf die bayer. Poststunde, u. wie viel solche Schritte stehen die Achtelsäulen auseinander?

496) Wie lange braucht demnach eine Abtheilung Infanterie von München nach Freising, wenn sie im Feldschritte (104 Schritt in einer Minute) geht, und nach je drei Stunden (Zeit) einen Halt von 40 Minuten macht? (Von München nach Freising sind 8 Poststunden.)

497) Von zwei Lieferanten will der eine das Stück Tuch zu 38 Ellen um 106 fl. 24 kr., der andere, bei gleicher Breite und Güte, das Stück von 33 Ellen um 93 fl. 30 kr. liefern; welches Anerbieten ist vortheilhafter, und wie viel wird erspart bei einer Lieferung von 6872 Ellen durch Annahme des vortheilhaftern?

498) Die Patrone der 24pfündigen Belagerungs-Kanone enthält 7 Pfund Pulver, jene der Zündhütchen-Muskete aber 2 Ont.; wie viele der letztern können aus der erstern gemacht werden?

499) Ein Stück Tuch kam auf 324 fl. 36 kr., u. indem es für 433 fl. 12 kr. verkauft wurde, ergab sich ein Gewinn von 3 fl. 1 kr. an der Elle; wie viel Ellen hielt es?

500) Wie viele Wägen braucht man, um das für 23000 Mann auf 4 Tage nöthige Brod zu führen, wenn der Mann täglich 48 Loth Brod erhalten soll, jeder Wagen 450 Laib Brod, zu 3 Pfund jeden, führen kann?

Anmerkung. Viele der Aufgaben des §. 46 können auch hier als Beispiele benützt werden, wenn man nur dort an die Stelle der einfach benannten Zahlen mehrfach benannte setzt.

Digitized by Google

Vierte Abtheilung.

Von den Brüchen.

Erster Abschnitt.

Von der Theilbarkeit der Zahlen.

Als Vorbereitung zu den Brüchen, muß man einige Eigenschaften der Zahlen, in Bezug auf ihre Theilbarkeit, kennen lernen, wie sie der gegenwärtige Abschnitt enthält.

§. 97. Erklärung von Grundzahlen, von zusammengesetzten und verwandten Zahlen.

Es gibt 1) Zahlen, die sich nur durch eins und durch sich selbst ohne Rest theilen lassen, 2) solche, die auch noch durch andere Zahlen theilbar sind; erstere, wie z. B. 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13 ꝛc. heißen Prim- oder Grundzahlen, letztere hingegen zusammengesetzte Zahlen, wie z. B. 4, 6, 8, 9, 10 ꝛc. Grundzahlen sind nur Vielfache der eins, während die Zusammengesetzten es auch von andern Zahlen sind.

Zahlen, welche sich durch einerlei Zahl ohne Rest theilen lassen (oder aufheben), nennt man verwandte Zahlen; der einerlei Theiler heißt ihr gemeinschaftliches Maaß, und zwar das größte gemeinschaftliche Maaß, wenn es keine größere Zahl gibt, die in ihnen genau enthalten ist. So z. B. ist 3 ein gemeinschaftliches Maaß der verwandten Zahlen 18 u. 24, hingegen 6 das größte gemeinschaftliche Maaß derselben.

Zahlen endlich, die ohne Grundzahlen zu seyn, doch kein anderes gemeinschaftliches Maaß haben als 1, wie z. B. 8 und 9, heißen Prim- oder Grundzahlen unter sich.

Digitized by Google

Anmerkung. Alle Zahlen, welche durch 2 theilbar sind, wie z. B. 2, 4, 6, 8 ꝛc. heißen gerade Zahlen; alle übrigen aber, wie z. B. 1, 3, 5, 7, ꝛc. werden ungerade Zahlen genannt.

§. 98. Von den nöthigsten Erkennungszeichen der Theilbarkeit der Zahlen.

A.) Theilbarkeit der Zahlen, die rechts Nullen haben.

1) Jede Zahl, deren Einerziffer 0 ist, läßt sich durch 10, durch 5 und durch 2 ohne Rest theilen. So z. B. ist 370 theilbar durch 10 u. gibt 37, durch 5 und gibt 74, durch 2 und gibt 185.

2) Jede Zahl, deren letzte zwei Ziffern rechter Hand Nullen sind, läßt sich durch 100, durch 25, durch 10, 5, 4 u. 2 ohne Rest theilen. So z. B. ist 3700 durch 100 theilbar und gibt 37, durch 25 und gibt 148; durch 4 und gibt 925 ꝛc.

3) Alle Zahlen, deren letzte drei Ziffern Nullen sind, lassen sich mit 1000, mit 125, mit 25, mit 5 und auch mit 8 ꝛc. ohne Rest theilen oder heben.

Beweis. Jede Zahl, deren Einerziffer eine Null ist, zählt nur volle Zehner, ist daher ein ganzes Vielfaches der 10 und folglich offenbar durch diese Zahl ohne Rest theilbar. So z. B. ist 370 = 37 Zehner = 37 × 10, und man erhält bei der wirklichen Theilung mit 1 Zehner oder 10, so viele Einer (37), als die Zahl (370) Zehner enthielt. Da ferner jeder einzelne Zehner das 5fache von 2 und auch das 2fache von 5 ist, so folgt hieraus auch, daß jeder einzelne Zehner und somit jede ganze Anzahl von Zehnern (wie z. B. 37 Zehner = 370) sowohl durch 2 als durch 5 ohne Rest theilbar seyn müße. Die bei Nr. 2) u. 3) angegebene Theilbarkeit wird in ganz ähnlicher Art nachgewiesen.

B.) Kennzeichen aller durch 2, 4 und 8 theilbaren Zahlen.

1.) Durch 2 sind alle jene Zahlen ohne Rest theilbar, deren Einerziffer mit 2 theilbar ist, wie z. B. 754 u. 93056 ꝛc. 2.) Durch 4 sind alle jene Zahlen ohne Rest theilbar, deren zwei letzte Ziffern rechter Hand (als besondere Zahl gelesen) sich mit 4 aufheben, und 3.) mit 8 läßt sich jede Zahl theilen, deren 3 letzte Ziffern rechts durch 8 theilbar sind.

So z. B. sind 5732 und 39576 durch 4 ohne Rest

Digitized by Google

theilbar, da 32 und 76 d. i. ihre zwei letzten Ziffern rechter Hand, als besondere Zahl gelesen, sich mit 4 aufheben, nämlich 32 : 4 = 8 und 76 : 4 = 19. So sind 957 176 und 17 009 024 durch 8 theilbar, was man daran erkennt, daß 176 : 8 = 22 und 024 : 8 = 3 ohne Rest ist.

Beweis. Die Zahl 754 läßt sich zerstücken in 750 + 4. Das erste Stück (750) hebt sich bei jeder Zahl mit 2 (nach A). Im Fall nun auch das zweite Stück, d. i. die Einerziffer 4, durch 2 theilbar ist, so ist die ganze Zahl (754) durch 2 ohne Rest theilbar. Es kömmt also (wie es die obige Regel angibt) ganz allein auf die Einerziffer der Zahl an, und somit ist die Richtigkeit der Regel für die Theilbarkeit mit 2 bewiesen. In ganz ähnlicher Art geht der Beweis für die Theilbarkeit mit 4 durch Zerstückung von 5732 in 5700 + 32, und mit 8 durch Zerstückung von 957 176 in 957 000 + 176.

C.) Kennzeichen der Theilbarkeit durch 5.

Alle jene Zahlen, deren Einerziffer 0 oder 5 ist, lassen sich durch 5 ohne Rest theilen. Der Grund hievon wird wie für den Theiler 2 bei B.) nachgewiesen.

D.) Kennzeichen der durch 3 und 9 theilbaren Zahlen.

1.) Eine Zahl ist nur dann durch 3 ohne Rest theilbar, wenn sich die Summe ihrer Ziffern (ohne Rücksicht auf ihren Rangwerth) mit 3 theilen läßt. So z. B. ist 582 durch 3 ohne Rest theilbar, 263 aber nicht; man erkennt es daran, daß 5 + 8 + 2 = 15 mit 3 theilbar ist, hingegen die Summe der Ziffern 2 + 6 + 3 = 11 (der Zahl 362) nicht. 2.) Eben so läßt sich eine Zahl nur dann mit 9 theilen, wenn die Summe ihrer Ziffern mit 9 theilbar ist. Da sich z. B. 7 + 2 + 5 + 4 = 18 mit 9 aufhebt, so ist auch die Zahl 7254 durch 9 ohne Rest theilbar.

Man gebe zum Beispiel an, welche von den Zahlen 39, 42, 456, 102, 108, 392, 5007, 55008, 145 281, 4 600 782 und 990 899 mit 3 oder mit 9 oder mit keiner von beiden theilbar sind.

Beweis. Um die Gründe der Theilbarkeit mit 3 und 9 einzusehen, bemerke man zuerst, daß jede Einheit höhern Ranges in unserer Zählungsart aus 1 mehr einer Zahl besteht, deren sämmtliche Ziffern Neuner sind; so z. B. ist 10 = 1 + 9; 100 = 1 + 99; 1000 = 1 + 999 u. s. f., und

Digitized by Google

daher auch 7000 d. i. $7 \times 1000 = 7 \times (1 + 999) = 7 + 7 \times 999$; 200 d. i. $2 \times 100 = 2 \times (1 + 99) = 2 + 2 \times 99$ u. dergl. m.

Zerstückt man nun eine beliebige Zahl z. B. 7254 in $7000 + 200 + 50 + 4$ (nach Anm. §. 11.), und diese Stücke nochmals nach obiger Art, nämlich:

$$\left.\begin{array}{rl} 7000 \text{ in } 7 \times & 999 + 7 \\ 200 \text{ in } 2 \times & 99 + 2 \\ 50 \text{ in } 5 \times & 9 + 5 \\ 4 \text{ in } - & - + 4 \end{array}\right\}$$

so erhält man durch Zusammenzählung linker Hand, wieder die ganze Zahl 7254, u. rechter Hand bemerkt man, daß diese Zahl aus zwei verschiedenen Arten von Stücken bestehe, nämlich: 1) aus solchen, welche wie $7 \times 999 + 2 \times 99 + 5 \times 9$, Vielfache von Neunerzahlen, also sicher durch 9 und durch 3 ohne Rest theilbar sind, 2) aus Stücken wie $7 + 2 + 5 + 4$, welche zusammen die Summe 18 aller Ziffern der Zahl 7254 (ohne Rücksicht auf ihren Rangwerth als Zehner, Hunderter ꝛc.) ausmachen. Im Falle nun diese letztere Summe (18) auch durch 3 oder 9 ohne Rest theilbar ist, so lassen sich alle Stücke, in welche die Zahl 7254 zerlegt wurde, durch 3 od. 9 theilen, somit ist dann auch die Zahl 7254 selbst durch 3 oder 9 ohne Rest theilbar. Hieraus erhellt aber die Richtigkeit der gegebenen Regel, welche mit jeder andern Zahl als der oben erwähnten (7254) auf völlig einerlei Art bewiesen werden kann.

$$7254 = (7 \times 999 + 2 \times 99 + 5 \times 9) + (7 + 2 + 5 + 4)$$
$$= 7 \times 999 + 2 \times 99 + 5 \times 9 + 18$$

E.) Kennzeichen der Theilbarkeit durch 6, 12 und 15.

1) Da $6 = 2 \times 3$ ist, so lassen sich alle jene Zahlen mit 6 theilen, welche die Kennzeichen der Theilbarkeit durch 2 u. durch 3 vereinen (A u. D). Es läßt sich demnach die Zahl 275 214 durch 6 theilen, da ihre Einerziff. (4) mit 2 u. ihre Ziffersumme (21) mit 3 ohne Rest theilbar ist; man erhält $275214 : 6 = 45869$.

2) Da ferner $12 = 3 \times 4$ und $15 = 3 \times 5$ ist, so sind hieraus die Kennzeichen der Theilbarkeit durch 12 und 15 klar.

Man gebe z. B. an, welche von den Zahlen 21 792, 96, 114, 86 415, 415, 31 195, 94 428, 136, 222 u. 504 durch 12, durch 15, u. welche durch keine von beiden theilbar sind.

Digitized by Google

Anmerkung. Ob eine Zahl durch 7 od. 11 theilbar sey, untersucht man durch wirkliche Division, indem die Theilung mit 11 leicht ist, für 7 aber das Kennzeichen unbequemer anzuwenden wäre, als die wirkliche Theilung.

§. 99. Vom Zerlegen einer Zahl in ihre Factoren.

Es ist zuweilen nöthig, sämmtliche Zahlen zu wissen, durch welche sich eine gegeb. Zahl (z. B. 210) ohne Rest theilen läßt. Man verfährt hiebei, mit Hülfe der Kennzeichen des vorigen §., nach der folgenden **Regel**, und nennt dieses Verfahren das Zerlegen einer Zahl in ihre Factoren.

1) Man schreibe die gegebene Zahl (210) links von einem aufrechten Striche, setze rechts von ihr die kleinste Grundzahl, durch welche sie ohne Rest theilbar ist, (hier 2 nach §. 98. B.), dividire sie damit, und schreibe den Quotienten (105) unter die gegebene Zahl (210).

210	2
105	3, 6
35	5, 10, 15, 30
7	7, 14, 21, 42, 35
1	70, 105, 210.

2) Rechts von diesem Quotienten (105) schreibe man wieder die kleinste Primzahl (hier 3), welche in ihm (105) enthalten ist, dividire ihn damit, u. schreibe den nun erhaltenen Quotienten (35) unter den ersten (105); multiplicire auch die bereits gefundenen Factoren (2 u. 3) miteinander, und schreibe ihr Product (6) neben hin.

3) In dieser Art fahre man fort, jeden erhaltenen Quotienten wieder durch seine kleinste Grundzahl zu dividiren ꝛc., bis man 1 zum Quotienten erhält. Die längs dem Striche herunter stehenden Factoren (2, 3, 5, und 7) sind dann alle einfachen, und die übrigen (6, 10, 14, 15, 21, 30, 35, 42, 70, 105 und 210) alle zusammengesetzten Factoren der gegebenen Zahl (210).

Man finde zur Uebung die Factoren

500) von 360; || **501**) von 60; || **502**) von 144.

Der einfache Grund dieser Regel beruht auf der Anmerkung des §. 32, und als Probe der richtigen Zerlegung muß der letzte zusammengesetzte Factor (210 im obigen Beisp.) wieder die anfängliche Zahl (210) geben.

§. 100. Das größte gemeinschaftliche Maaß (§. 97.) von zwei gegebenen Zahlen zu finden.

Im §. 98 ist angegeben, wie man erkennt, ob Zahlen

das gemeinschaftliche Maaß 2 oder 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 12 oder 15 haben. Um aber allgemein das größte gemeinschaftliche Maaß von zwei gegebenen Zahlen (z. B. von 114 und 437) zu finden, oder zu erkennen, ob sie Grundzahlen unter sich sind (§. 97), verfahre man auf die folgende Art; diese ist zugleich durch das unten stehende Beisp. erklärt.

Regel. Man dividire a) die größere Zahl (437) durch die kleinere (114). Im Fall diese Division genau sich hebt, so ist die kleinere Zahl selbst das gesuchte Maaß; bleibt aber ein Rest (95), so dividire man b) den vorigen Divisor (114) durch diesen Rest (95); bleibt hier wieder ein Rest übrig (19), so dividire man c) wieder den letzten Divisor (95) durch den letzten Rest (19), und fahre in dieser Art fort, bis bei einer Division kein Rest übrig bleibt. Der Divisor (19) dieser letzten Division (c) ist das gesuchte größte gemeinschaftliche Maaß der beiden gegebenen Zahlen (114 und 437).

= 3	= 1	= 5
a) 437	b) 114	c) 95
: (114)	: (95)	: (19)
342	95	95
Rest 95	Rest 19	Rest 0

Zweites Beispiel. Man suche das größte gemeinschaftliche Maaß der beiden Zahlen 391 und 713.

= 1	1	4	1	2	
713 :	391 :	322 :	69 :	46 :	23
391	322	276	46	46	
Rest 322	69	46	23	0	

Bei diesen aufeinander folgenden Divisionen ist es bequem, den Divisor (391) rechts neben den Dividend. (713) zu setzen (anstatt unterhalb wie im §. 36), indem sod. jeder Divisor für die folgende Division auch den Dividenden abgibt. Man sagt, 713 : 391 gibt den Quotient. 1 und 322 zum Rest; dann 391 : 322 gibt 1 als Quotient, und 69 zum Rest;
322 : 69 gibt 4 als Quotient, und 46 zum Rest;
69 : 46 gibt 1 als Quotient, und 23 zum Rest;
46 : 23 gibt 2 als Quotient, und 0 zum Rest;

Digitized by Google

folglich ist 23 das größte gemeinschaftliche Maaß von 713 und 391, und es muß daher in beiden die Zahl 23 ohne Rest enthalten seyn.

= 31	17
713 ;	391
: (23)	: (23
69	161
23	161
23	0
0	

Hievon überzeugt man sich auch durch wirkliche Division, wie hier zur Seite. Man erhält die Quotienten 31 und 17, u. weil diese Zahlen Grundzahlen sind, so können sie keinen Factor mehr gemein haben; 23 ist demnach wirklich das größte gemeinschaftliche Maaß der gegebenen Zahlen 713 u. 391.

Drittes Beispiel. Man suche das größte gemeinschaftliche Maaß von 64703 und 1657.

= 39	20	1	2	2	11	
64703 :	1657 :	80 :	57 :	23 :	11 :	1
4971	160	57	46	22	11	
14993	57	23	11	1	0	
14913						
Rest 80						

Der Divisor der letzten Division, bei welcher nämlich die Theilung sich hebt, ist 1; es haben also die beiden Zahlen 64703 und 1657 kein anderes gemeinschaftliches Maaß als 1, und dieses ist jedesmal das Zeichen, daß die gegebenen Zahlen unter sich Grundzahlen (§. 97) sind.

Uebungsbeispiele.

Man finde das größte gemeinschaftliche Maaß von den folgenden Zahlen, und sodann die Quotienten, welche herauskommen, wenn man sie durch dieses Maaß dividirt.

503)	Von	1547	u.	5681.
504)	„	585	„	936.
505)	„	1381	„	348.
506)	„	1771	„	161.
507)	„	15096	„	6253.
508)	„	1600	„	875.
509)	1037	und	799.
510)	6237	„	10773.
511)	1003	„	413.
512)	546	„	13940.
513)	1247	„	3016.
514)	1638	„	1008.

Der Beweis der obigen Regel gründet sich hauptsächlich auf den folgenden Satz: Wenn bei einer Division der Dividend u. der Divisor ein gemeinschaftliches Maaß haben, so hat der etwa bleibende Di-

visionsrest das nämliche Maaß. So z. B. haben in nebenstehender Division der Dividend 90 und der Divisor 35 das gemeinschaftliche Maaß 5 (§. 98. C.); sie lassen zuletzt den Rest 20, und dieser hat offenbar den nämlichen Factor 5.

= 2
90 Dividend
: (35) Divisor
70
20 Rest.

Man überzeugt sich aber von der Nothwendigkeit dieser Eigenschaft des Divisionsrestes auf folgende Art:

Die beiden gegebenen Zahlen 90 u. 35 sind beide vielfache ihres gemeinschaftlichen Maaßes 5 (§. 97), und zwar ist 90 das 18fache von 5 d. i. 90 = 18 Fünfer,
35 das 7fache von 5 d. i. 35 = 7 Fünfer.

Dividirt man nun 18 Fünfer durch 7 Fünfer, so erhält man den Quotienten 2 und den Rest 4 Fünfer, denn es ist der Rest ein Stück des Dividenden und daher diesem jedesmal gleichbenannt. Hieraus erkennt man aber, daß im Falle der Dividend und der Divisor einen Factor (z. B. Fünf) gemein haben, der Rest jedesmal den nämlichen Factor hat, ob nun dieser ein Fünfer (wie im oben gewählten Beispiele) oder ein Vierer, Sechser oder was immer für eine Zahl wäre. (Um sich die Richtigkeit dieses Satzes recht deutlich zu machen, erkläre man sich dessen Gründe noch an einigen Beispielen: a) 30 : 12 d. i. 10 Dreier : 4 Dreier; b) 52 : 8; c) 795 : 75; d) 91 : 35.

Mit Hülfe des eben bewiesenen Satzes kann nun die Richtigkeit der am Anfange des §. 100 stehenden Regel bewiesen werden, und es soll dieses an dem dort gerechneten ersten Beispiele geschehen.

= 3	= 1	= 5
a) 437	b) 114	c) 95
: (114)	: (95)	: (19)
342	Rest 19	95
Rest 95		Rest 0

Bei der Division a) ist der Rest 95. Im Falle nun der Dividend 437 und der Divisor 114 ein gemeinschaftliches Maaß haben, so hat der Divisionsrest 95 sicher das nämliche Maaß; also haben die 3 Zahlen 95, 114 u. 437 einerlei Maaß, wenn auch die Größe desselben im Augenblicke noch nicht bekannt ist.

Digitized by Google

Ferner erkennt man eben so aus der Division b), daß der Divisionsrest 19 mit den Zahlen 95 und 114 einerlei Maaß habe, daß also die Zahlen 19, 95 und 114, und wegen der beiden letztern auch 437, sämmtlich einerlei Maaß haben werden.

Nun zeigt aber endlich die Division bei c), in der 95 = 5 mal 19 gefunden wird, daß 19 das gemeinschaftliche Maaß der Zahlen 19 und 95 ist, und aus der Division b) wurde erkannt, daß 19, 95, 114 und 437 sämmtlich einerlei Maaß haben; folglich ist 19 zugleich das gemeinschaftliche Maaß von 114, 437, 95 und 19, u. zwar das größte, weil in 19 keine größere Zahl als 19 selbst enthalten seyn kann.

§. 101. Von der Haupt- od. Generalzahl gegebener Zahlen.

Eine Zahl, welche durch zwei oder mehrere Zahlen ohne Rest theilbar ist, heißt deren Haupt- oder Generalzahl.

Um eine Hauptzahl zu gegebenen Zahlen (z. B. zu 7, 14, 4, 40, 12 und 35) zu erhalten, braucht man nur ihr Product ($7 \times 14 \times 4 \times 40 \times 12 \times 35 = 6585600$) zu bilden, indem in diesem, als dem Vielfachen von jeder der gegebenen Zahlen, sicher auch jede ohne Rest enthalten ist. Um aber ihre kleinste Hauptzahl zu finden, die man der kürzern Rechnung wegen viel öfter braucht, verfahre man auf folgende Art:

Regel. 1) Man schreibe die gegebenen Zahlen in eine Zeile nebeneinander; 2) durchstreiche diejenigen, welche in einer der andern ganz enthalten sind, (hier 7 in 14, dann 4, in 40) und ziehe unter den übrigen einen Strich; 3) suche hierauf eine Zahl, welche sich in 2 oder mehreren der gegebenen Zahlen hebt (nach §. 98.), und wähle hiezu immer die kleinste, (hier lassen sich 14, 40 und 12 durch 2 dividiren), schreibe diesen Divisor (: 2) rechts an den Strich, dividire wirklich, u. setze den Quotienten so wie

~~7~~; 14; ~~4~~; 40; 12; 35. : 2

7 20 6 35 : 2

7 10 3 35 : 5

~~5~~ 2 3 7 : 7

1 2 3 1

$2 \times 3 \times 7 \times 5 \times 2 \times 2$

840

die Zahlen, die sich nicht dividiren lassen, unterhalb an; (demnach stehen unterm Striche oder in der zweiten Zeile die Zahlen 7; 20; 6 und 35).

4) Mit diesen verfahre man dann gerade so wie mit den Zahlen der ersten Zeile, und wiederhole dieses Dividiren, bis man eine Zeile erhält, in der sich auch nicht 2 Zahlen finden, die noch einen Divisor gemein hätten (hier 1, 2, 3, 1).

5) Hat man eine solche Zeile angeschrieben, so multiplicire man alle Zahlen derselben, nebst allen rechts angeschriebenen Divisoren in beliebiger, daher bequemster Ordnung u. so viel als möglich im Kopfe; ihr Product $2 \times 3 \times 7 \times 5 \times 2 \times 2 = 42 \times 20 = 840$ ist dann die gesuchte kleinste Hauptzahl, nämlich die kleinste Zahl, in welcher jede der gegebenen Zahlen 7, 14, 4, 40, 12 und 35 ohne Rest enthalten ist.

Anmerkung. Die Einser der untersten Zeile 1, 2, 3, 1 wurden beim Multipliciren gleich weggelassen, indem diese das Product nicht verändern.

Uebungsbeispiele.

Man suche die kleinste Hauptzahl von den Zahlen:

515) 32, 4, 8 und 16.
516) 16, 39 und 12.
517) 27, 4 und 25.
518) 15, 12, 4 und 9.
519) 3, 60, 20, 11 und 44.
520) 169, 63, 14 und 18.

Zusatz. Man übe sich auch, die kleinste Hauptzahl von 2 u. mehreren nicht zu großen Zahlen im Kopfe zu finden. Sind hiebei: a) die gegebenen Zahlen unter sich Primzahlen (z. B. 5, 6 und 7), so ist ihr Product (210) die gesuchte kleinste Hauptzahl, was auch bei jeder schriftlichen Rechnung der Fall ist; b) haben zwei Zahlen aber ein gemeinschaftliches Maaß (wie z. B. 4 und 6), so dividire man hiemit nur die eine, und mit dem, was herauskömmt, multiplicire man die andere; dieses Product ist dann ihre Hauptzahl. So haben 4 und 6 den Factor 2 gemein; man sagt daher: 2 in 6 geht 3 mal, u. 3×4 ist 12; 12 ist also die kleinste Hauptzahl von 4 und 6. c) Im Falle sich in der größern gegebenen (60) die kleinere (15) hebt, so ist die größere (60) selbst die gesuchte Hauptzahl. d) Ist endlich zu mehr als 2 Zahlen die kleinste Hauptzahl zu finden, so suche man sie vorerst zu 2 derselben, dann zu dieser und zur dritten gegebenen Zahl

Digitized by Google

)ieder die Hauptzahl u. s. f., jedesmal nach a) oder b) od.
). Man finde z. B. die kleinste Hauptzahl von 4, 18 u. 27.
Ausrechnung. Man sagt: 27 und 18 haben 9 gemein; 9 in 18 geht 2 mal, und 2 mal 27 ist 54; hierauf: 54 und 4 haben 2 gemein; 2 in 4 geht 2 mal u. 2 mal 54 ist 108. Letztere Zahl (108) ist die gesuchte kleinste Hauptzahl von 4, 18 und 27.

Zur Uebung finde man im Kopfe die kleinste Hauptzahl

von 6 und 9? (18).	zu 15 u. 25? (75).	zu 2, 3 u. 4? (24).
von 8 und 12? (24).	zu 12 u. 15? (60).	zu 2, 6 u. 8? (24).
von 4 und 8? (8).	zu 14 u. 28? (28).	zu 8, 9 u. 12? (72).
von 12, 8, 15 und 9? (360).	zu 10, 12 und 15? (60).	

Beweis. Um den Grund der obigen Regel einzusehen faße man in's Auge, was mit jeder der gegebenen Zahlen eigentlich geschehen ist. Zuerst wurden alle jene Zahlen, die, in einer der andern enthalten waren (wie z. B. 7 in 14), weggestrichen, u. hiedurch die Hauptzahl $?\times14\times4\times40\times12\times35$ verkleinert; der Grund dieser Verkleinerung aber leuchtet ein, sobald man überlegt, daß wenn einer Zahl ein Vielfaches der 7 (hier $7\times2=14$) als Factor bleibt, dieselbe umsomehr den einfachen Factor 7 behält, und also durch diesen ohne Rest theilbar ist. Dann wurde jede der noch übrigen Zahlen in zwei oder mehr Factoren zerfällt, und diese sämmtlich theils rechts hinaus als Divisoren, theils herunter als Quotienten geschrieben (wie im §. 99). So z. B. wurde die Zahl 40 in der zweiten Zeile mit 2, in der dritten nochmals mit 2, in der vierten Zeile mit 5 dividirt, und der noch bleibende Quotient 2 in die fünfte Zeile heruntergeschrieben; diese Zahl 40 ist hiedurch zerfällt in $2\times2\times5\times2$, von denen die 3 ersten bei den Divisoren, der vierte Factor 2 aber in der untersten Zeile bei den Quotienten steht. In derselben Art wurde auch jede der andern gegebenen Zahlen in Factoren zerfällt (nach §. 99). Bildet man nun ein Product aus sämmtlichen Divisoren und Quotienten ($2\times2\times5\times7\times2\times3$), so ist klar, daß in demselben jede der gegebenen Zahlen ihre Stellvertreter findet, in welchen sie ohne Rest enthalten ist, daß folglich dieses Product eine Hauptzahl zu den gegebenen Zahlen ist, und zwar die kleinste, weil kein Factor unnöthigerweise mehrmals vorkömmt, sondern alles Entbehrliche ausgelassen wurde.

Im obigen Producte $2\times2\times5\times7\times2\times3$ findet man als Stellvertreter von 14 die Factoren 2 und 7,

von 40 die Factoren $2 \times 2 \times 5 \times 2$, für 12 die Factoren $2 \times 2 \times 3$ und 5×7 für 35, woraus erhellt, daß kein Factor öfter vorkömmt, als durchaus nöthig ist.

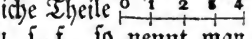
Zweiter Abschnitt.

Erklärungen und Vorübungen zu den Rechnungen mit Brüchen.

§. 102. Erklärung des Bruches. (Siehe auch §. 40.)

a) Wenn eine Einheit (z. B. 1 Zoll oder 1 Gulden ꝛc. ꝛc.) in gleiche Theile getheilt wird, sey es wirklich oder nur in Gedanken, so nennt man jeden dieser Theile, u. auch mehrere derselben zusammen genommen, einen Bruch.

Ein Bruch ist daher ein bestimmter Theil (oder mehrere gleiche Theile) einer ganzen Einheit.

Jeden der gleichen Theile benennt man nach der Anzahl aller Theile, in welche die Einheit getheilt wurde, in der Art, daß man dem Theiler die Sylbe tel oder stel (anstatt Theil) anhängt. Wird z. B. ein Zoll in 4 gleiche Theile 

getheilt, von 0 bis 1, von 1 bis 2 u. s. f., so nennt man jeden dieser 4 gleichen Theile, oder auch mehrere derselben zusammen genommen, einen Bruch, u. zwar von 0 bis 1, oder von 1 bis 2, u. s. f. ein 4tel, dann von 0 bis 2 zwei Viertel, von 0 bis 3 drei Viertel u. dgl. m.

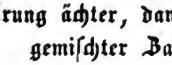
b) Angeschrieben, d. i. mit Ziffern bezeichnet, wird aber jeder Bruch in der Art, daß man den Theiler unter einen Divisionsstrich, und über diesen die Anzahl der Theile schreibt; demnach wird ein Viertel bezeichnet mit $\frac{1}{4}$, fünf Siebentel mit $\frac{5}{7}$; und letzterer Bruch bedeutet, daß die Einheit in 7 gleiche Theile getheilt ist, und 5 von diesen Theilen genommen wurden.

c) Von den beiden Zahlen, welche einen Bruch ($\frac{5}{7}$) bestimmen, heißt die unterm Divisionsstriche stehende (4) der Nenner und die oberhalb stehende (3) der Zähler.

Der Nenner (4) gibt also an, in wie viel gleiche Theile die Einheit getheilt ist; der Zähler (3) aber sagt, wie viele von diesen Theilen der Bruch ($\frac{3}{4}$) hat.

Anmerkung. Bei der Entstehung der Brüche muß man sich zuerst den Nenner und dann erst den Zähler vorstellen, indem zuerst die Einheit abzutheilen ist, ehe man Theile davon nehmen kann. Bei dem Aussprechen der Brüche aber hört man zuerst den Zähler, und dann erst den Nenner, da dieser gleichsam der Name des Zählers ist, und z. B. $\frac{3}{8}$ Klafter einerlei Bedeutung hat mit 3 Achtelklafter, oder $\frac{3}{12}$ fl. mit 3 Zwölftelgulden u. s. f. Wegen dieser Verschiedenheit im Aussprechen und im Entstehen der Brüche verwechseln Anfänger leicht Nenner und Zähler; sie müssen sich daher die folgenden Fragen über das Entstehen, Anschreiben und Aussprechen der Brüche, an vielen Beispielen beantworten: 1) Wenn eine Elle (oder 1 Bogen Papier; 1 Pfund; 1 Loth; 1 Fuß u. s. w.) in 5 (oder 6; 7; 8; 16; 128 u. s. w.) gleiche Theile getheilt wird, wie heißt ein solcher Theil? Wie wird er geschrieben? Wie heißen 2, 3 ꝛc. solcher Theile? Wie werden sie geschrieben? 2) Wie wird der Bruch $\frac{4}{5}$ Pfund (oder $\frac{3}{8}$ Fuß; $\frac{7}{60}$ Stund; $\frac{10}{100}$ Loth; $\frac{111}{128}$ u. s. w.) gelesen? Wie entsteht er? Welche Bedeutung hat er?

§. 103. Erklärung ächter, dann unächter Brüche und gemischter Zahlen.

Wenn der Zähler eines Bruches kleiner als sein Nenner ist, so nennt man den Bruch ächt (d. i. einen eigentlichen Bruch); ist aber der Zähler nicht kleiner als der Nenner, so heißt der Bruch unächt (d. i. uneigentlich). Demnach sind $\frac{3}{4}$ Zoll, $\frac{5}{8}$ Klafter, $\frac{118}{119}$ Ztr., $\frac{1}{3}$ fl. ꝛc. ächte Brüche. Hingegen $\frac{4}{4}$ Zoll, $\frac{5}{4}$ Zoll, $\frac{83}{60}$ fl. u. s. f. sind unächte Brüche. Die Entstehung ächter Brüche ist im vorigen §. erklärt. Unächte Brüche aber entstehen durch Eintheilung von mehr als einer Einheit; theilt man z. B. zwei Zolle  , jeden in 4 gleiche Theile, so ist das Stück von 0 bis 5 $= \frac{5}{4}$ Zoll, also ein unächter Bruch. Demnach sind ächte Brüche kleiner als Eins, unächte Brüche aber nicht.

Gemischte Zahlen nennt man jene, die aus einer ganzen Zahl nebst einem angehängten Bruche bestehen, wie z. B. $1\frac{1}{4}$ Zoll, $12\frac{5}{17}$ fl. u. s. w.

Digitized by Google

Zusatz. Jeder Bruch von einerlei Zähler und Nenner ist gleich eins. So z. B. ist $\frac{4}{4} = 1$; denn nimmt man alle (4) Theile, in welche die Einheit getheilt wurde (§. 102), zusammen, so erhält man wieder die ganze Einheit. Eben so ist $\frac{5}{5} = \frac{2}{2} = \frac{1}{1} = \frac{15}{15} = 1$.

§. 104. Verwandlung a) ganzer Zahlen, b) gemischter Zahlen in unächte Brüche.

Regel zu a). Soll eine ganze Zahl (z. B. 9) in einen unächten Bruch mit bestimmtem Nenner (z. B. 4) verwandelt werden, so multiplicire man die ganze Zahl mit dem vorgeschriebenen Nenner, und schreibe diesen als Nenner unter das herauskommende Product.

Beispiel. Man verwandle die Zahl 9 in einen Bruch, dessen Nenner 4 ist, d. i. man finde, wie viele 4tel 9 Ganze geben. **Ausrechnung.** Die 9 Ganze sind mit dem gegebenen Nenner 4 multiplicirt; man erhält 36, und schreibt unter dieses Product den verlangten Nenner 4.

$9 = \frac{36}{4}$.

Der einfache Grund dieses Verfahrens ist: Jedes Ganze hat 4 Viertel, 9 Ganze haben daher 9 mal 4 Viertel, d. i. 36 Viertel, was als Bruch geschrieben $\frac{36}{4}$ gibt.

Anmerkung. Wenn der Nenner nicht vorgeschrieben ist, so gibt es unzählig viele Brüche, in die man eine gegebene ganze Zahl verwandeln kann. So z. B. ist $9 = \frac{18}{2} = \frac{27}{3} = \frac{36}{4} = \frac{45}{5}$ ꝛc.

Uebungsbeispiele zu a.

521) 5 fl., wie viele 24tlsfl. sind's? | 524) 2, wie viele 47stel?
522) Wie viele 8tls Klft. sind 7 Klft.? | 525) 9, „ „ 83stel?
523) „ „ 60tls fl. sind 132 fl.? | 526) 19, „ „ 532stel?

Regel zu b). Soll eine gemischte Zahl (z. B. $9\frac{3}{4}$ Zoll) in einen unächten Bruch verwandelt werden (was man auch die gemischte Zahl einrichten nennt), so multiplicire man die Ganzen mit dem Nenner (wie bei a), addire zum herauskommenden Producte den Zähler des gegebenen Bruches, und schreibe unter diese Summe dessen Nenner. Demnach ist:

$9\frac{3}{4}$ Zoll $= \frac{39}{4}$ Zoll.

Man sagte nämlich wie bei a): 1 Ganzes (Zoll, Pfund od. was immer) hat 4 Viertel, 9 Ganze haben daher 9×4 Viertel, d. i.

Digitized by Google

36 Viertel, und hiezu die vorhandenen 3 Viertel ($\frac{3}{4}$) gezählt, gibt 39 Viertel (§. 11. Grundſ. II), d. i. $\frac{39}{4}$.

Beim Einrichten einer größern gemiſchten Zahl multiplicirt man in einer Nebenrechnung.

Uebungsbeiſpiele zu b. (die drei erſten im Kopfe).

Man richte folgende gemiſchte Zahlen ein:

527) $5\frac{3}{7}$ fl.? **528)** $4\frac{5}{8}$ Klft.? **529)** $3\frac{1}{4}$ Lth.?
530) $18\frac{7}{13}$ fl.? **531)** $54\frac{51}{100}$ Ctr.? **532)** $365\frac{19}{21}$ ℔.?
533) $28\frac{7}{12}$ Fuß? **534)** $13\frac{125}{144}$ □'? **535)** $98\frac{14}{37}$ Eimer?

Anmerkung. Die Regeln bei a) und b) ſind eigentlich einerlei mit jener des §. 59, ſo wie es auch die folgende mit jener des §. 60 iſt; indem der Nenner eines Bruches nichts anderes iſt, als die Eintheilungszahl von einem höhern zu einem niedern Namen.

§. 105. Verwandlung unächter Brüche in gemiſchte oder ganze Zahlen.

Regel. Sollen aus einem unächten Bruche (z. B. $\frac{39}{4}$) die Ganzen ausgezogen werden, ſo dividire man mit ſeinem Nenner (4) in ſeinen Zähler (39) nach §. 41; der herausgebrachte Quotient iſt dann dem gegebenen unächten Bruche gleich.

Beiſpiele. 1) $\frac{39}{4} = 9\frac{3}{4}$. 2) $\frac{506}{18}$ ℔. $= 17$ ℔.

126
126
0

Der Beweis iſt wie im §. 60 zu führen. Jede 4 Viertel geben ein Ganzes (§. 103. Zuſ.). Theilt man daher 39 Viertel ($\frac{39}{4}$) in lauter gleiche Theile zu 4 Viertel ($\frac{4}{4}$) jeden, d. i. dividirt man 39 Viertel durch 4 (Viertel) nach §. 33. b., ſo ſind die gefundenen 9 Theile offenbar nichts anderes als Ganze, nämlich Theile zu 4 Viertel ($\frac{4}{4}$) jeder; der Reſt 3 aber hat den Namen des Dividenden und iſt alſo 3 Viertel, ſo daß $\frac{39}{4} = 9$ Ganze und 3 Viertel, d. i. $9\frac{3}{4}$ gefunden und hiedurch die Richtigkeit der obigen Regel erkannt wird.

Uebungsbeiſpiele (die erſten vier im Kopfe).

536) $\frac{17}{5}$ Zoll; wie viel ganze und 5tel Zoll ſind es?
537) $\frac{26}{8}$ Klftr.? **538)** $\frac{142}{10}$ fl.? **539)** $\frac{64}{16}$ Maaß?
540) $\frac{317}{15}$ fl.? **541)** $\frac{92}{16}$ fl.? **542)** $\frac{87}{20}$ fl.?
543) $\frac{8476}{100}$ Ctr.? **544)** $\frac{45007}{82}$ ℔. **545)** $\frac{81072}{24}$ fl.?

Digitized by Google

§. 106. Grundsätze zu den Rechnungen mit Brüchen.

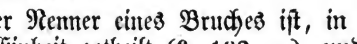
A.) Da der Zähler eines Bruches die Anzahl der genommenen Theile angibt (§. 102. c), so wird mit jeder Vergrößerung des Zählers offenbar der Bruch selbst größer, und es ist daher der

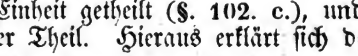
Ite Grundsatz der Bruchrechnung: wird in einem Bruche nur der **Zähler multiplicirt** (d. i. gleichmäßig vermehrt), so wird dadurch der ganze **Bruch** so vielmal **größer**, als die Zahl (mit der man multiplicirte) Einheiten hat.

Werden z. B. $\frac{4}{5}$ nur im Zähler mit 3 multiplicirt, so erhält man $\frac{12}{5}$; dieses aber ist offenbar 3mal mehr als $\frac{4}{5}$, indem die Theile (Fünftel) ungeändert blieben, ihre Anzahl (4) aber dreimal größer wurde.

B.) Je größer der Nenner eines Bruches ist, in desto mehr Theile wird die Einheit getheilt (§. 102. c.), und um so kleiner ist daher jeder Theil. Hieraus erklärt sich der

IIte Grundsatz: Wird in einem Bruche nur der **Nenner multiplicirt** (d. i. gleichmäßig vermehrt), so wird dadurch der ganze **Bruch** so vielmal **kleiner**, als die Zahl (mit der man multiplicirte) Einheiten hat.

Multiplicirt man z. B. $\frac{4}{5}$ Zoll im Nenner mit 3, so erhält man $\frac{4}{15}$ Zoll; nun ist bei $\frac{1}{5}$ der Zoll A 

B in 5 gleiche Theile, bei $\frac{1}{15}$ aber ist der Zoll C 

D in 15 gleiche Theile, d. i. jedes der obenstehenden Fünftel nochmals in 3 gleiche Theile getheilt. Es ist daher offenbar jedes Fünfzehntel (wie von C nach 1) nur der 3te Theil eines Fünftels (wie von A nach 1), daher auch jede andere Anzahl von Fünfzehnteln (z. B. $\frac{4}{15}$) nur der 3te Theil der nämlichen Anzahl von Fünfteln, also $\frac{4}{15}$ 3mal kleiner als $\frac{4}{5}$.

Erster Zusatz. Ein Bruch wird daher mit einer ganzen Zahl multiplicirt, wenn man nur seinen Zähler damit multiplicirt (I. Grundsatz), und durch eine ganze Zahl dividirt, wenn man nur seinen Nenner mit der ganzen Zahl multiplicirt (II. Grundsatz).

Damit die Anwendung dieser wichtigen Grundsätze geläufig werde, sind viele Beispiele von folgender Art, sowohl im Kopfe als auch die größern schriftlich, zu rechnen.

Digitized by Google

Was kommt heraus,

a) wenn man $\frac{5}{41}$ fl. 6mal nimmt? (Antw. $\frac{30}{41}$ fl.);
b) wenn $\frac{3}{8}$ Klft. 5mal vergrößert werden? ($1\frac{7}{8}$ Klft. $= 1\frac{7}{8}$ Klft.);
c) wenn man $\frac{9}{11}$ Schäffel mit 8 multiplicirt? ($7\frac{2}{11} = 6\frac{13}{11}$ Schfl.)

Ferner was kommt heraus,

d) wenn man den 4ten Theil von $\frac{5}{9}$ nimmt? (Antw. $\frac{5}{36}$);
e) wenn man $\frac{2}{3}$ fl. 3mal verkleinert? (Antw. $\frac{2}{21}$ fl.);
f) bei der Division (Theilung) von $\frac{11}{12}$ Eim. durch 5? ($\frac{11}{60}$ Eim.).

Uebungsbeispiele.

546) Was ist 6mal größer als $\frac{5}{5}$ fl.? was 6mal kleiner?
547) " " 7 " " " $\frac{3}{8}$ Klft.? " 7 " "?
548) " geben $\frac{5}{16}$ fl. 3mal vergrößert? 5mal verkleinert?
549) " " $\frac{9}{10}$ Ell. mit 6 vervielfacht? mit 7 " ?
550) " gibt $\frac{5}{62}$ mit 5 multiplicirt? mit 19 dividirt?
551) " ist das 13fache von $\frac{27}{31}$? was der 13te Theil?

552) $\frac{23}{51}\frac{7}{15} \times 121$? || **554)** $61 \times \frac{23}{51}\frac{7}{15}$? || **556)** $\frac{6}{79} : 43$?
553) $\frac{15}{107}\frac{2}{2} \times 85$? || **555)** $89 \times \frac{7}{200}$? || **557)** $\frac{34}{23}\frac{0}{78} : 365$?

C.) Durch Verkleinerung des Zählers wird auch der Werth des Bruches kleiner; durch Verkleinerung des Nenners hingegen wird die Einheit in weniger Theile getheilt, folglich jeder Theil größer, und daher auch der ganze Bruch größer. Demnach ist der

IIIte Grundsatz der Bruchrechnung: Wird bei einem Bruche nur der **Zähler dividirt**, so wird dadurch der **Bruch** selbst so vielmal **kleiner**, als die Zahl, mit der getheilt wurde, Einheiten hat.

IVter Grundsatz. Wird aber ein Bruch nur im **Nenner dividirt**, so wird hiedurch der **Bruch** selbst so vielmal **vergrößert**, als die Zahl, mit der getheilt wurde, Einheiten hat.

Werden z. B. $\frac{4}{15}$ im Zähler mit 2 dividirt, so erhält man $\frac{2}{15}$; nun haben in diesen beiden Brüchen die Theile (Fünfzehntel) einerlei Größe behalten; der veränderte Bruch $\frac{2}{15}$ aber hat nur noch die halbe Anzahl dieser Theile, und ist also augenfällig zweimal kleiner als der anfängliche Bruch $\frac{4}{15}$.

Werden hingegen $\frac{4}{15}$ im Nenner mit 3 dividirt, so erhält man $\frac{4}{5}$; nun ist bei $\frac{4}{5}$ die Einheit in 5, bei $\frac{4}{15}$ aber in 15, d. i. jedes Fünftel nochmals in 3 gleiche Theile getheilt, mithin offenbar jedes Fünftel 3mal größer als jedes Fünfzehntel (was man sich an der Eintheilung des Zolls, wie oben

Digitized by Google

beim II. Grundſ., handgreiflich machen kann), und daher auch jede andere Anzahl von Fünfteln ($\frac{a}{5}$) 3mal größer, als die nämliche unveränderte Anzahl von Fünfzehnteln, d. i. hier $\frac{a}{15}$.

Zweiter Zuſatz. Der IIIte und IV. Grundſatz geben eine andere Art an, einen Bruch mit einer ganzen Zahl zu multipliciren und zu dividiren. Dieſe zweite Art iſt jedoch nur dann brauchbar, wenn ſich die Diviſion im Zähler und im Nenner hebt; denn wollte man z. B. $\frac{7}{15}$ nach dem IIIten Grundſ. mit 2 dividiren, ſo erhielte man den Bruch $\frac{7:2}{15} = \frac{3\frac{1}{2}}{15}$, der zwar richtig iſt, aber des Bruches wegen im Zähler eine zum Rechnen unbequeme Form hat. Dergleichen Brüche, wie z. B. $\frac{3\frac{1}{2}}{15}$, $\frac{7}{\frac{3}{4}}$, $\frac{5\frac{3}{7}}{3\frac{4}{7}}$ ꝛc., in deren Zähler oder Nenner oder in beiden wieder Brüche vorkommen, heißen zuſammengeſetzte oder auch gebrochene Brüche. Um ſie zu vermeiden, wendet man die zweite Multiplications- und Diviſions-Art eines Bruches durch eine ganze Zahl gewöhnlich nur da an, wo die Diviſion ſich hebt; in welchem Falle ſie aber den Vortheil gewährt, das Geſuchte in kleinern Zahlen als nach dem erſten Zuſatze zu geben. Man rechne z. B. im Kopfe aus:

a) was iſt der 4te Theil von $\frac{20}{27}$? (Antw. $\frac{5}{27}$);
b) was iſt 3mal kleiner als $\frac{6}{5}$? (Antw. $\frac{2}{5}$);
c) was gibt $\frac{21}{25}$, dividirt durch 7? (Antw. $\frac{3}{25}$);
d) $\frac{5}{8}$ mit 4 multiplicirt, gibt? (Antw. $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$);
e) $\frac{16}{21}$, 9mal genommen, gibt? (Antw. $\frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$);
f) $\frac{19}{48}$, 6mal vergrößert, beträgt? (Antw. $\frac{19}{8} = 2\frac{3}{8}$).

Uebungsbeiſpiele zur ſchriftlichen Rechnung.

558) $\frac{450}{7209} : 90$?
559) $\frac{517}{12180} \times 32$?
560) $\frac{9325}{7704} \times 18$?
561) $\frac{8356}{19215}$, 44mal verkleinert, gibt?
562) $\frac{30706}{15000}$, 75mal genommen, beträgt?
563) $\frac{8502}{97052}$, der 36ſte Theil davon?

Vier Grundſatz. Wird ein Bruch im **Zähler und Nenner** zugleich mit einerlei Zahl **multiplicirt oder dividirt**, ſo bleibt der Werth des **Bruches ungeändert.**

Multiplicirt man z. B. $\frac{4}{5}$ zugleich im Zähler und Nenner mit 3, ſo erhält man $\frac{12}{15}$, und dieſes hat mit $\frac{4}{5}$ völlig einerlei Werth; denn durch die Multiplication des Zählers wurde der Bruch 3mal größer (nach I. Grundſ.), durch die

Digitized by Google

Multiplication des Nenners aber 3mal kleiner (n. II. Grundſ.), alſo wieder ſo groß und nicht größer, als er zuerſt war. (Auch dieſes kann durch eine Zeichnung verſinnlicht werden, in der man die Theile 3mal kleiner macht, aber dafür ihre Anzahl verdreifacht).

Dividirt man aber einen Bruch, z. B. $\frac{6}{15}$ zugleich im Zähler und Nenner durch einerlei Zahl, z. B. durch 3, ſo erhält man $\frac{6:3}{15:3} = \frac{2}{5}$, und dieſer Bruch hat mit $\frac{6}{15}$ völlig einerlei Werth, obgleich er im Ausſehen (Geſtalt) von ihm verſchieden iſt; denn durch die Diviſion des Zählers wurde der Bruch 3mal kleiner (nach III. Grundſ.), durch die Diviſion des Nenners aber 3mal größer (nach IV. Grundſ.), alſo wieder genau ſo groß als er anfänglich war, was ſich ebenfalls durch eine Zeichnung erklären läßt, in der man die Theile 3mal größer, dagegen aber ihre Anzahl 3mal kleiner nimmt.

Dritter Zuſatz. Der Vte Grundſatz gibt die Mittel an, Brüche, ohne ihren Werth zu verändern, ſowohl

a) mit kleinern, als auch b) mit größern Zahlen ſchreiben zu können, indem z. B. a) $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ und auch $\frac{6}{15} = \frac{12}{30}$ iſt.

Erſteres gewährt den Vortheil der Vereinfachung gegebener Brüche, und wird daher vor jeder Rechnung ſo viel als möglich angewendet; letzteres aber dient, um Brüchen einen beſtimmten größern Nenner zu geben, was bei manchen Rechnungen als nöthig erkannt werden wird.

Um aber in beiden Fällen zuſammengeſetzte Brüche (2ter Zuſatz) zu vermeiden, welche die Rechnung erſchweren würden, darf man bei a) den Zähler und den Nenner nur mit ihren gemeinſchaftlichen Maaßen (§. 97) dividiren, (z. B. $\frac{6}{15} = \frac{6:3}{15:3} = \frac{2}{5}$) und bei b) die Brüche nur auf ſolche Nenner bringen, die ganze Vielfache vom anfänglichen Nenner ſind, ſo z. B. $\frac{3}{10}$ wohl auf $\frac{6}{20}$, $\frac{9}{30}$, $\frac{12}{40}$, $\frac{15}{50}$, $\frac{18}{60}$ u. ſ. w., nicht aber auf 11tel, 12tel, 13tel ꝛc., obgleich z. B. $\frac{3}{10}$ noch einerlei Werth hat mit $\frac{3\frac{3}{10}}{11}$, indem

$$\frac{3}{10} = \frac{3:10}{10:10} = \frac{\frac{3}{10}}{1} = \frac{\frac{3}{10} \times 11}{11} = \frac{3\frac{3}{10}}{11} = \frac{3\frac{3}{10}}{11} \text{ iſt.}$$

Das einfachſte Verfahren, um Brüche a) mit größern, b) mit kleinern Zahlen zu ſchreiben, enthalten die §§. 107 u. 108.

Digitized by Google

§. 107. Einen Bruch zu vereinfachen oder zu heben, d. i. auf seine kleinsten Zahlen zu bringen.

Soll ein Bruch auf seine möglich kleinsten Zahlen gebracht werden, was man auch den Bruch heben heißt, so suche man (nach §. 98 u. 100) ein gemeinschaftliches Maaß seines Zählers und Nenners, dividire damit beide (nach V. Grundsatz §. 106), und setze dieses Verfahren so lange fort, bis Zähler und Nenner unter sich Grundzahlen sind (§. 97).

1tes Beispiel. Der Bruch $\frac{1170}{1755}$ ist möglichst zu vereinfachen oder zu heben.

Ausrechnung. Man erkennt (nach §. 98. C.), daß Zähler und Nenner durch 5 theilbar sind; schreibt diese 5 sogleich oberhalb an, und dividirt damit Zähler und Nenner. Man erhält hiedurch den einfachern Bruch $\frac{234}{351}$, dessen Zähler und Nenner (nach §. 98. D.) sich mit 9 heben, und hiemit dividirt den Bruch $\frac{26}{39}$ geben. Diesem aber sieht man (wegen $26 = 13 \times 2$ und $39 = 13 \times 3$) sogleich an, daß er sich noch durch 13 heben läßt. Man erhält hiedurch den Bruch $\frac{2}{3}$, der sich nicht weiter vereinfachen läßt, da sein Zähler 2 und sein Nenner 3 unter sich Grundzahlen sind.

$$\frac{1170}{1755} \overset{5}{=} \frac{234}{351} \overset{9}{=} \frac{26}{39} \overset{13}{=} \frac{2}{3}.$$

Antwort. Der Bruch $\frac{1170}{1755}$, auf seine kleinsten Zahlen gebracht, ist $\frac{2}{3}$, und dieser hat mit $\frac{1170}{1755}$ einerlei Werth.

2tes Beispiel. Der Bruch $\frac{391}{713}$ ist zu heben.

Ausrechnung. Keines der Kennzeichen des §. 98 gibt hier an, ob Zähler und Nenner verwandt sind. Man sucht daher ihr größtes gemeinschaftliches Maaß (siehe §. 100. Beisp. 2, das hier in einer Nebenrechnung zu rechnen wäre), findet als solches die Zahl 23, dividirt damit Zähler und Nenner (§. 100), und erhält:

$$\frac{391}{713} \overset{23}{=} \frac{17}{31};$$

dieses aber ist der möglichst gehobene od. vereinfachte Werth des Bruches $\frac{391}{713}$, indem man seine beiden Zahlen mit ihrem größten gemeinschaftlichen Maaße (23) dividirte, wodurch diese also unter sich Grundzahlen wurden.

Die Richtigkeit dieses Verfahrens ist in dem Vten Grundsatze §. 106 vollständig nachgewiesen.

Digitized by Google

Uebungsbeispiele.

Folgende Brüche sind möglichst zu heben:

561) $\frac{14}{16}$? **570)** $\frac{1095}{1803}$? **576** $\frac{6237}{10773}$?

565) $\frac{56}{60}$? **571)** $\frac{65}{107}$? **577** $\frac{1003}{413}$?

566) $\frac{28}{35}$? **572)** $\frac{84}{308}$? **578** $\frac{1771}{161}$?

567) $\frac{105}{120}$? **573)** $\frac{420}{756}$? **579** $\frac{3016}{1747}$?

568) $\frac{128}{208}$? **574)** $\frac{585}{936}$? **580** $\frac{1381}{348}$?

569) $\frac{252}{792}$? **575)** $\frac{900200}{207900}$? **581** $\frac{6253}{15096}$?

§. 108. **Soll man einen Bruch auf einen größern Nenner bringen, der ein ganzes Vielfaches vom anfänglichen ist,** so dividire man 1) mit dem anfänglichen Nenner in den gegebenen neuen Nenner, und multiplicire 2) mit dem herausgebrachten Quotienten sowohl den Zähler als auch den Nenner des anfänglichen Bruches.

Beispiel. $\frac{2}{9}$, wie viel sind es 54tel?

Ausrechnung. Der neue Nenner 54 ist oberhalb angeschrieben, und sogleich mit 9 in 54 getheilt. Der Quotient 6 ist neben angesetzt, und mit ihm der Bruch $\frac{2}{9}$ sowohl im Zähler ($2 \times 6 = 12$) als auch im Nenner ($9 \times 6 = 54$) multiplicirt. Man erhält den Bruch $\frac{12}{54}$, der mit dem gegebenen $\frac{2}{9}$ einerlei Werth und zugleich den verlangten Nenner 54 hat. Bei großen Zahlen werden die Divisionen und die Multiplicationen in Nebenrechnungen vorgenommen.

$$\frac{2}{9} \;\Big|\; \overset{54}{6} \;\Big|\; \frac{12}{54}$$

Anmerkung 1.) Die Multiplication des vorigen Nenners (9) mit dem Quotienten (6) ist eigentlich überflüßig, dient jedoch zur Probe der richtigen Theilung (54 : 9) nach § 39.

Anmerkung 2.) Da der vorige Nenner (9) in dem neuen Nenner (54), d. i. in seinem Vielfachen immer genau enthalten ist, so werden durch diese Verwandlung nie zusammengesetzte Brüche erhalten (§. 106. Zus. 3); will man jedoch diese nicht vermeiden, so kann jeder Bruch unter jeden beliebigen Nenner oder auch Zähler gebracht werden.

Anmerkung 3.) Sind mehrere Brüche auf einerlei bestimmten Nenner zu bringen, so verwandelt man jeden einzeln nach der erklärten Art. Meistens ist jedoch hiebei der gemeinschaftliche Nenner nicht in Zahlen bestimmt; sondern es wird verlangt, die Brüche auf einerlei (der leichtern Rechnung wegen) möglich kleinste Benennung zu bringen. Das Verfahren hiezu gibt der folgende §. 109 an.

Digitized by Google

Uebungsbeispiele.

582) Man verwandle $\frac{5}{6}$ in einen Bruch mit dem Nenner 72.
583) $\frac{3}{4}$, wie viel sind es 8tel? 12tel? 16tel? 48tel?
584) $\frac{2}{3}\frac{5}{7}$, wie v. sind's 172Stel?
585) $\frac{7}{10}$, wie v. sind's 112tel?
586) $\frac{5}{4}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{2}{7}$ und $\frac{5}{32}$, wie viel sind es 224tel?

Beweis. Der Nenner des gegebenen Bruches ($\frac{2}{9}$) ist 9 und soll 54 werden. Indem man nun 54 durch 9 dividirt, erhält man eine Zahl, die angibt, mit was der Divisor 9 zu multipliciren sey, um 54 zu geben (§. 32. Anm.). Da aber der Werth des Bruches ($\frac{2}{9}$) ungeändert bleiben soll, so muß (nach Vtem Grundsatz §. 106) zugleich mit dem Nenner (9) auch der Zähler (2) mit einerlei Zahl (6) multiplicirt werden, wodurch $\frac{2}{9} = \frac{2 \cdot 6}{9 \cdot 6} = \frac{12}{54}$ wird. Hiedurch aber ist die Richtigkeit des angegebenen Verfahrens gezeigt, und kann an jedem andern Bruche in völlig gleicher Art dargethan werden.

§. 109. Brüche mit ungleichen Nennern unter einerlei kleinste Benennung (oder Nenner) zu bringen.

Regel. Man hebe die gegebenen Brüche möglichst (§. 107); 2) suche sodann die kleinste Hauptzahl ihrer Nenner (nach §. 101), die hier kleinster Hauptnenner heißt; 3) dividire diesen (völlig so wie im vorigen §. 108) durch den Nenner des ersten Bruches, u. multiplicire mit dem herausgebrachten Quotienten sowohl den Zähler als auch den Nenner des ersten Bruches. 4) Bei jedem folgenden Bruche aber geschieht die Verwandlung in völlig gleicher Art.

Beispiel. Man bringe die Brüche $\frac{6}{20}$, $\frac{5}{6}\frac{6}{0}$ und $\frac{2}{15}$ (ohne ihren Werth zu verändern) unter einerlei kleinste Benennung.

Ausrechnung. Die Brüche sind in eine Reihe unter einander geschrieben (was zwar nicht durchaus nöthig ist, jedoch die Uebersicht erleichtert). Dann ist $\frac{6}{20}$ mit 2 und $\frac{5}{6}\frac{6}{0}$ mit 8 gehoben (nach §. 107). 2) Die Nenner der Brüche sind nun 10, 12 und 15. Zu diesen ist nach §. 101 in einer Nebenrechnung oder, bei so einfachen Zahlen wie hier (nach §. 101. Zus.), im Kopfe die kleinste

Gegebene Brüche	$2 \times 5 \times 2 \times 3$ = 60 Quotienten	Neue Brüche
$\frac{6}{20} \overset{:2}{=} \frac{3}{10}$	6	$\frac{18}{60}$
$\frac{5}{6}\frac{6}{0} \overset{:8}{=} \frac{7}{12}$	5	$\frac{35}{60}$
$\frac{2}{15} = \frac{2}{15}$	4	$\frac{8}{60}$

Digitized by Google

auptzahl gesucht. Man findet $2 \times 5 \times 2 \times 3 = 60$ id schreibt diese rechts oberhalb von den gegebenen Brüchen ı. 3) Dann ist beim ersten Bruche $(\frac{5}{10})$ anfangend, mit inem Nenner 10 in den kleinsten Hauptnenner 60 dividirt nach §. 108), der Quotient 6 neben angeschrieben, und amit sogleich $\frac{3}{10}$ im Zähler und Nenner multiplicirt. Man rhält den neuen Bruch $\frac{18}{60}$, der einerlei Werth mit dem gebenen Bruche $\frac{6}{20}$ hat. 4) In völlig gleicher Art ist bei em 2ten Bruche $(\frac{7}{12})$ und den übrigen verfahren; man sagt ämlich: 12 in 60 geht 5mal, dann 5×7 ist 35 (und ieß ist der Zähler des neuen Bruches) und 5×12 ist 60, nd dieß ist der Nenner des neuen Bruches $\frac{35}{60}$; u. s. f.

Antwort. $\frac{6}{20} = \frac{18}{60}$, $\frac{56}{90} = \frac{35}{60}$ und $\frac{2}{15} = \frac{8}{60}$, oder kürzer angeschrieben $\frac{6}{20}, \frac{56}{90}, \frac{2}{15} = \frac{18,35,8}{60}$.

Uebungsbeispiele.

Man bringe unter einerlei kleinste Benennung:

587) $\frac{1}{10}\frac{1}{35}\frac{7}{5}\frac{9}{5}$ und $\frac{3}{7}\frac{9}{12}\frac{1}{3}$. (Sieh das Heben dieser Brüche §. 107).

588) $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{4}$.

589) $\frac{5}{21}, \frac{5}{7}, \frac{12}{84}$.

590) $\frac{2}{5}, \frac{14}{10}, \frac{3}{8}, \frac{7}{180}, \frac{1}{4}$.

591) $\frac{21}{20}\frac{12}{5}, \frac{6}{28}, \frac{21}{72}, \frac{13}{30}$.

Anmerkung. Sollten die Brüche nur auf einerlei, nicht gerade kleinste Benennung gebracht werden, oder wären die Nenner alle unter sich Grundzahlen $(\frac{3}{7}, \frac{4}{5}, \frac{9}{11})$, so erhält man:

1) den allgemeinen Nenner durch Multipliciren aller Nenner;
2) die neuen Zähler durch Multiplication jedes einzelnen Zählers mit allen Nennern, den seinigen ausgenommen. So z. B. ist

$$\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{6}{7} = \frac{2\times5\times7,\ 4\times3\times7,\ 6\times3\times5}{3\times5\times7} = \frac{70,\ 84,\ 90}{105}.$$

Beweis der Regel. Das Heben der Brüche geschieht zur Vereinfachung der Rechnung (§. 106. Zus. 3. a), und gibt die Brüche $\frac{5}{10}, \frac{7}{12}, \frac{2}{15}$ (nach §. 107), während die Richtigkeit dieser Vereinfachung im Vten Grundsf. §. 106 begründet ist. Der kleinste allgemeine Nenner, auf welchen diese Brüche gebracht werden können, muß (nach §. 106. Zus. 3. b.) ein Vielfaches von jedem einzelnen Nenner, also durch jeden derselben ohne Rest theilbar seyn. Es hat aber diese Eigenschaft nur ihre kleinste Hauptzahl und letztere (60) ist nach §. 101 richtig gefunden. Die Art endlich, die gegebenen Brüche $(\frac{5}{10}, \frac{7}{12}, \frac{2}{15})$ auf diesen kleinsten Hauptnenner zu bringen, ist im vorigen §. 108 angegeben und bewiesen, daher dort nachzulesen.

Digitized by Google

Dritter Abschnitt.

Vom Zusammenzählen der Brüche.

§. 110. A.) Addition von Brüchen, die gleiche Nenner haben.

Regel. Soll man Brüche addiren, die gleiche Nenner haben, und von der nämlichen Einheit (z. B. vom Heller) sind, so addire man nur die Zähler, und setze unter ihre Summe einen der Nenner ungeändert an.

1. Beispiel. Man addire $\frac{5}{16}$ hl. $+\frac{13}{16}$ hl. $+\frac{15}{16}$ hl. $+\frac{9}{16}$ hl.

Ausrechnung. Die Zähler der Brüche sind hier seitwärts unter einander geschrieben (was jedoch nicht durchaus nöthig ist) und addirt. Ihre Summe ist 42, und folglich die Summe der Brüche selbst $\frac{42}{16}$. Diese wird jedesmal möglichst gehoben, und noch die Ganzen ausgezogen, im Falle der gefundene Bruch unächt ist. Man erhält hier (nach §. 107) durch Hebung mit 2, $\frac{42}{16} = \frac{21}{8}$, welches (nach §. 105) $2\frac{5}{8}$ gibt. Diese gemischte Zahl endlich ist unter die Reihe der Brüche, als ihre gesuchte Summe, geschrieben.

	Zähler.
$\frac{5}{16}$ hl.	5
$\frac{13}{16}$ =	13
$\frac{15}{16}$ =	15
$\frac{9}{16}$ =	9
$2\frac{5}{8}$ =	$\frac{42}{16} = \frac{21}{8} = 2\frac{5}{8}$.

: 2

2. Beispiel. Was geben $6\frac{3}{8} + \frac{7}{8} + 9\frac{5}{8} + 16 + 2\frac{5}{8}$ Klft.?

Ausrechnung. Die zu addirenden Zahlen sind hier theilweise gemischt. Man addirt zuerst die Brüche und dann erst die Ganzen. Die Summe der Zähler ist 20, daher beträgt jene der Brüche $\frac{20}{8}$. Diese (obgleich hier in der Reihe der Brüche gefunden) wird zuerst in einer Nebenrechnung angesetzt, möglichst gehoben (mit 4), und in die gemischte Zahl $2\frac{1}{2}$ verwandelt, wovon $\frac{1}{2}$ unter die Reihe der Brüche geschrieben ist, die 2 Ganzen aber zu den gegebenen Ganzen gezählt werden. Die gesuchte Summe beträgt $35\frac{1}{2}$ Klft.

$6\frac{3}{8}$ Klft.	
$-\frac{7}{8}$ "	
$9\frac{5}{8}$ "	
16– "	
$2\frac{5}{8}$ "	
$35\frac{1}{2}$ "	$\frac{20}{8} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$.

: 4

Uebungsbeispiele.

592) $\frac{13}{16}$ ℔. $+\frac{15}{16}$ ℔. $+\frac{7}{16}$ ℔. $+\frac{12}{16}$ ℔. $+\frac{9}{16}$ ℔. $+\frac{11}{16}$ ℔. $=$?

593) $3\frac{6}{8} + 1\frac{5}{8} + 5\frac{7}{8} + 4\frac{3}{8} + 12\frac{5}{8} + 17 =$?

594) $17\frac{5}{12} + 8\frac{29}{12} + 28\frac{4}{12} + \frac{20}{12} + 19 + \frac{19}{12} + \frac{2}{12} + \frac{51}{12} =$?

595) $\frac{13}{217} + \frac{8}{217} + \frac{200}{217} + \frac{92}{217} + \frac{165}{217} + \frac{4}{217} =$?

Digitized by Google

Beweis. Die im ersten Beispiele gegebenen Brüche sind alle mit der nämlichen Einheit, dem Sechzehntelheller, gezählt.

So ist $\frac{5}{16}$ hl. = 5 Sechzehntelheller
$\frac{13}{16}$ hl. = 13 „ „
$\frac{15}{16}$ hl. = 15 „ „
$\frac{9}{16}$ hl. = 9 „ „
Die Summe ist 42 Sechzehntelheller

} Es sind daher diese Brüche gleichnamige Zahlen, deren Größe die Zähler angeben. Letztere können also addirt werden (§. 11. I), und ihre Summe 42 hat den Namen der Posten (§. 11. II), ist demnach 42 Sechzehntelheller, d. i. $\frac{42}{16}$ hl. (§. 102. Anm.) oder $2\frac{1}{2}$ hl. (nach §. 107 u. 105).

B.) Addiren von Brüchen, die ungleiche Nenner haben.

Regel. Sollen Brüche von ungleichen Nennern addirt werden, so verwandle man sie zuerst in Brüche von gleicher, kleinster Benennung (nach §. 109), und addire diese völlig so, wie bei A. Die Summe der verwandelten Brüche ist dann zugleich die Summe der gegebenen Brüche.

1. Beispiel. Man finde die Summe von $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{11}{15}$ u. $\frac{4}{9}$.

Ausrechnung. Die gegebenen Brüche werden, wie hier nebenan, zuerst nach §. 109 unter einerlei kleinste Benennung gebracht. Hiebei sind jedoch in der dritten Reihe nur die Zähler der verwandelten Brüche (nämlich: 150, 315, 264 u. 160) angeschrieben, und es ist der allen gemeinschaftliche Nenner (360) weggelassen, indem nur die Zähler addirt werden (nach A.); ihre Summe ist 889, also die Summe der Brüche selbst $\frac{889}{360}$, d. i. $2\frac{169}{360}$ (nach §. 105), und diese ist unter die links stehende Reihe der Brüche geschrieben.

Gegeb. Brüche	360. Quotienten.	Neue Zähler.
$\frac{5}{12}$	30	150
$\frac{7}{8}$	45	315
$\frac{11}{15}$	24	264
$\frac{4}{9}$	40	160
$2\frac{169}{360}$		$\frac{889}{360} = 2\frac{169}{360}$.

Beweis. Die Regel B) gründet sich darauf, daß Brüche von ungleichen Nennern ungleichnamige Zahlen sind, und als solche nicht addirt werden können. Da man diese Brüche aber nach §. 109, ohne ihren Werth zu verändern, gleichnamig machen kann, so können die verwandelten Brüche nach A.

Digitized by Google

§. 110. addirt werden, und ihre Summe ist offenbar mit jener der gegebenen Brüche einerlei.

2. Beispiel. Was geben $4\frac{15}{24} + 27\frac{16}{50} + 5\frac{10}{40} + \frac{415}{944}$?

Ausrechnung. Zuerst sind die Brüche möglichst gehoben nach §. 107. Sodann ist nach §. 101 ihr kleinster Hauptnenner 112 gefunden (seiner Einfachheit wegen im Kopfe). Hierauf sind die Brüche auf diesen Hauptnenner gebracht (nach §. 109) und die hiebei erhaltenen Zähler addirt. Man findet die Summe $\frac{179}{112}$ d. i. $1\frac{67}{112}$, schreibt die $\frac{67}{112}$ gleich unter die vordere Reihe der Brüche, merkt sich das 1 Ganze, um es mit den gegebenen Ganzen zusammen zu zählen, deren Summe hiedurch 37 ist.

$112 = 7 \times 16$

$4\frac{15}{24} \overset{:3}{=} 4\frac{5}{8}$	14	70	
$27\frac{16}{50} \overset{:8}{=} 27\frac{2}{7}$	16	82	
$5\frac{10}{40} \overset{:10}{=} 5\frac{1}{4}$	28	28	
$\frac{415}{944} \overset{:59}{=} \frac{7}{16}$	7	49	
$37\frac{67}{112}$		$\frac{179}{112}$	

Uebungsbeispiele.

596) $\frac{2}{7} + \frac{7}{8}$? | 597) $\frac{5}{9}$ fl. $+ \frac{5}{6}$ fl.? | 598) $\frac{1}{2} + \frac{5}{7} + \frac{5}{4}$?

599) $\frac{5}{2} + \frac{11}{15}$? | 600) $\frac{9}{14}$ fl. $+ \frac{20}{21}$ fl.? | 601) $\frac{2}{3} + \frac{4}{6} + \frac{3}{11}$?

602) $\frac{2}{9}$ ℔. $+ \frac{7}{15}$ ℔. $+ \frac{2}{5}$ ℔. ? | 603) $2\frac{1}{2}$ fl. $+ 3\frac{13}{14}$ fl. $+ \frac{5}{21}$ fl.?

604) $\frac{1}{2}$ kr. $+ \frac{7}{22}$ kr. $+ \frac{26}{51}$ kr. ? | 605) $25\frac{2}{7} + 3\frac{1}{35} + \frac{9}{10} + 8$?

606) $\frac{1}{2} + \frac{2}{8} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{1}{6} + \frac{7}{12} + \frac{13}{15}$? | 607) $\frac{64}{104} + \frac{105}{140}$?

608) $3\frac{1}{5} + 8\frac{5}{6} + 9\frac{1}{10} + 7\frac{11}{15} + 2\frac{4}{5}$? | 609) $\frac{82}{517} + \frac{7}{21}$?

610) $29\frac{6}{28} + 50\frac{12}{45} + 8\frac{23}{45} + \frac{16}{18} + 17 + 11\frac{1}{15} + 16\frac{5}{8}$?

Zusatz. Sollen Brüche (deren Zähler und Nenner nicht zu große Zahlen sind) im Kopfe addirt werden, so suche man nach §. 101 Zus. die kleinste Hauptzahl ihrer Nenner, und verfahre im Uebrigen in der nämlichen Ordnung wie beim schriftlichen Rechnen. Z. B. was ist die Summe von $\frac{1}{4}$ und $\frac{5}{6}$?

Ausrechnung. Man findet zuerst (sieh §. 101 Zus.) ihren kleinsten Hauptnenner 12; sagt dann beim ersten Bruche: 4 in den Hauptnenner 12 geht 3mal; mit diesen 3 den Zähler 1 multiplicirt, gibt 3; also ist $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$. Ebenso sagt man beim 2ten Bruche: 6 in 12 geht 2mal, 2×5 ist 10, also ist $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$ gefunden. Vorhin hatte man $\frac{3}{12}$, hiezu $\frac{10}{12}$ gibt zusammen $\frac{13}{12}$, d. i. $1\frac{1}{12}$.

Wären mehr als 2 Brüche im Kopfe zusammen zu zählen, so addire man zuerst zwei derselben, dann in völlig

gleicher Art zu ihrer Summe den 3ten, und fahre so fort, bis alle gegebenen Brüche zusammengezählt sind.

Zur Uebung zähle man alle ächten Brüche, deren Nenner kleiner sind als 13 (z. B. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{5}$ ꝛc.), je zwei und zwei, dann auch je 3 und 3 zusammen, und zwar zuerst schriftlich und gleich darauf im Kopfe.

Anmerkung. Man übe sich auch im Addiren der Brüche, ohne sie unter einander zu schreiben. Die Uebersicht ist dabei etwas erschwert, die Rechnung im Uebrigen aber die nämliche. Im Falle der Hauptnenner groß wäre, so setze man ihn anfänglich nur in seinen Factoren an, indem man ihn dann ohne Nebenrechnungen durch jeden einzelnen Nenner dividiren kann. Das erste Beispiel folgt hier gerechnet, ohne daß die Brüche unter einander geschrieben wären.

$$\frac{5}{12}+\frac{7}{8}+\frac{11}{15}+\frac{4}{9}=\frac{5\times30+7\times45+11\times24+4\times40}{4\times3\times2\times5\times3}$$

$$=\frac{150+315+264+160}{360}=\frac{889}{360}=2\frac{169}{360}.$$

Vierter Abschnitt.

Vom Abziehen der Brüche.

§. 111. A.) Subtraction von Brüchen mit gleichen Nennern.

Regel. Wenn die Brüche gleiche Nenner haben, und von der nämlichen Einheit sind (z. B. vom hl.), so ziehe man den Zähler des Abzugs vom Zähler des Ganzen ab, und schreibe unter diesen Unterschied einen der Nenner ungeändert an.

1. Beispiel. Von $\frac{13}{16}$ Heller sind abzuziehen $\frac{5}{16}$ Heller.

$\frac{13}{16}$ hl.	13
$\frac{5}{16}$ "	5
$\frac{1}{2}$ "	$\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$.

Ausrechnung. Von dem Zähler 13 des Ganzen ist der Zähler 5 des Abzugs abgezogen, (wobei das Untereinanderschreiben nicht durchaus nöthig ist); ihr Unterschied ist 8, daher der Unterschied der Brüche selbst $\frac{8}{16}$; dieser wird möglichst gehoben, man erhält $\frac{1}{2}$, und dieses ist unter die Reihe der Brüche als ihr gesuchter Unterschied angeschrieben. Der Beweis ist (mit Rücksicht auf die Subtraction) völlig so wie jener im §. 110. A.

Digitized by Google

2) Hat man wie im **Beispiele** $8\frac{3}{14} - 2\frac{5}{14}$ **gemischte** Zahlen abzuziehen, so subtrahire man zuerst die **Brüche** und nachher die Ganzen. Im Falle (wie hier) der **Zähler** des Abzugs ($\frac{5}{14}$) größer als jener (3) des Bruches ($\frac{3}{14}$) ist, von dem man abziehen soll, so verfahre (borge) man in ähnlicher Art wie in den §§. 20, 73 u. 75. Man sagt nämlich: 5 von 3 geht nicht, borge also (dem Ganzen und dem Abzug nach §. 18. IV.) 1 ganze Einheit oder $\frac{14}{14}$ (§. 104). Von diesen (nach §. 75) die $\frac{5}{14}$ abgezogen, bleiben $\frac{9}{14}$, und hiezu die obern $\frac{3}{14}$ addirt, von denen eigentlich abgezogen werden sollte, gibt $\frac{12}{14}$. Diese sind rechter Hand angesetzt und möglichst gehoben (hier mit 2); man erhält $\frac{6}{7}$, und schreibt sie unter die Reihe der Brüche. Endlich sagt man bei den Ganzen: 3 (wegen der geborgten Eins) von 8 bleiben 5, und hat daher als **Antwort**: $8\frac{3}{14} - 2\frac{5}{14} = 5\frac{6}{7}$.

$$\begin{array}{l|l} 8\ \frac{3}{14} & \\ 2\cdot\frac{5}{14} & \\ \hline 5\ \frac{6}{7} & \frac{12}{14} = \frac{6}{7} \end{array}$$

Zusatz. Da der Zähler der geborgten Eins jedesmal seinem Nenner gleich ist ($1 = \frac{14}{14}$ nach §. 104), so kann man beim Borgen in Brüchen den Zähler des Abzugs sogleich vom Nenner (14) des obern Bruches abziehen, und den Rest zum Zähler (3) dieses obern Bruches addiren. Man sagte wirklich im obigen Beispiele: 5 von 14 bleiben 9 und hiezu 3 gibt $\frac{12}{14}$.

Die **Richtigkeit** aber des ganzen Verfahrens beim Borgen in Brüchen, wird aus den §§. 18 u. 104 eben so nachgewiesen, wie dieses für mehrfach benannte Zahlen in den §§. 73 u. 75 geschehen ist; indem eine geborgte Eins = 14 Vierzehnteln ist, eben so wie 1 geborgter Fuß = 12 Zwölftelfuß, d. i. 12″; 1 geborgter fl. = 60 Sechzigstelsfl., d. i. 60 kr. hält u. dgl. m.

	3tes Beispiel.	4tes Beispiel.	5tes Beispiel.
Von	23	$13\frac{2}{17}$ Tag.	$15\frac{2}{9}$
abzuziehen	$16\frac{3}{8}$	— 9 "	— $\frac{7}{9}$
Rest	$6\frac{5}{8}$;	$4\frac{2}{17}$;	$14\frac{4}{9}$.

Diese Beispiele bedürfen kaum einer Erläuterung; im 3ten Beispiele geschieht das Borgen wie oben beim 2ten Beispiele; im 4ten ist vom Bruche $\frac{2}{17}$ nichts abzuziehen, er bleibt also unverändert übrig; und im 5ten Beisp. hat

Digitized by Google

man von den obenstehenden 15 Ganzen das geborgte 1 abzuziehen, und behält $14\frac{8}{9}$ übrig.

Uebungsbeispiele (die 4 ersten auch im Kopfe).

611) $\frac{3}{4}$ fl. — $\frac{1}{4}$ fl.?
612) $5\frac{3}{7}$ ℔. — 2 ℔.?
613) 25 Klft. — $6\frac{5}{8}$ Klft.?
614) $63\frac{5}{24}$ kr. — $\frac{17}{24}$ kr.?
615) 300 — $218\frac{7}{100}$?
616) $6\frac{5}{12}$ fl. — $2\frac{11}{12}$ fl.?
617) $205\frac{7}{32}$ ℔. — $78\frac{31}{32}$ ℔.?
618) $8102\frac{506}{1728}$ — $256\frac{125}{128}$?

B.) Subtraction von Brüchen mit ungleichen Nennern.

Regel. Sollen Brüche subtrahirt werden, die ungleiche Nenner haben, so bringe man sie zuerst unter einerlei kleinste Benennung (nach §. 109), und subtrahire sie dann völlig so, wie oben bei A.

1. Beispiel. Von $\frac{5}{6}$ sollen abgezogen werden $\frac{7}{9}$.

Ausrechnung. Der Ansatz ist wie im §. 110. B. Der kleinste Hauptnenner zu 6teln und 9teln ist 18 (n. §. 101. Zus. im Kopfe gefunden). Dann sind $\frac{5}{6}$ in $\frac{15}{18}$ und $\frac{7}{9}$ in $\frac{14}{18}$ verwandelt (nach §. 109), hievon jedoch nur die Zähler angeschrieben (wie im §. 110. B.), und diese subtrahirt, wie oben bei A.; ihr Unterschied ist 1, daher jener der Brüche selbst $\frac{1}{18}$, und da sich dieser nicht heben läßt, so wird er gleich vorn unter die Brüche angeschrieben.

	18		
$\frac{5}{6}$	3	15	
— $\frac{7}{9}$	2	14	
Rest $\frac{1}{18}$		1	$\frac{1}{18}$

2. Beispiel. Von $28\frac{24}{105}$ sind abzuziehen $12\frac{50}{98}$.

Zuerst sind die Brüche gehoben (nach §. 107); man erhält hiedurch $\frac{8}{35}$ und $\frac{15}{49}$, deren kleinster Hauptnenner $5 \times 49 = 245$ (n. §. 101. Zus.) im Kopfe gefunden ist. Hierauf sind $\frac{8}{35}$ in $\frac{56}{245}$ und $\frac{15}{49}$ in $\frac{75}{245}$ verwandelt (nach §. 109), jedoch nur ihre Zähler angeschrieben, und diese subtrahirt, indem man sagt: 75 von 56 kann man nicht abziehen (borge daher eine Eins oder $\frac{245}{245}$), ziehe die 75 gleich vom obenstehenden Hauptnenner 245 ab (nach §. 111. A. Zus.), und zähle zugleich zum Reste den Zähler 56 des obern Bruches hinzu; man erhält: 5 von 5 ist 0 und hiezu 6 gibt 6, die unten angeschrieben sind; dann 7 von 24 bleiben 17 und hiezu die 5 (der Zahl 56) geben 22. Der Rest ist daher $\frac{226}{245}$, der sich nicht

$28\frac{24}{105} \overset{:3}{=} 28\frac{8}{35}$
$12\frac{50}{98} \overset{:2}{=} 12\frac{15}{49}$
$15\frac{226}{245}$

	245	
7	56	
5	75	
		$\frac{226}{245}$

Digitized by Google

vereinfachen läßt, und daher sogleich vorn unter die Brüche geschrieben ist. Bei den Ganzen hat man 13 von 28 bleiben 15, so daß $28\frac{24}{105} - 12\frac{50}{84} = 15\frac{232}{420}$ gefunden ist.

Der Zusatz und die Anmerkung des §. 110. B. ist der Subtraction anzupaßen, und ähnliche wie die dort angegebenen Beispiele sind auch hier zu rechnen

Uebungsbeispiele.

519) $\frac{5}{8}$ fl. — $\frac{2}{9}$ fl.?
520) $\frac{15}{21}$ kr. — $\frac{6}{7}$ kr.?
521) $5\frac{1}{4}$ Schfl. — $1\frac{5}{6}$ Schfl.?
522) $1\frac{8}{15}$ — $\frac{15}{16}$?
523) $3\frac{5}{8}$ Lth. — $2\frac{11}{24}$ Lth.?
524) $83\frac{7}{10}$ ℔. — $56\frac{14}{15}$ ℔.?
525) $129\frac{24}{72}$ — $89\frac{80}{100}$?
526) $583\frac{5}{12}$ — $497\frac{20}{28}\frac{5}{8}$?

§. 112. Beispiele, bei deren Ausrechnung Addition und Subtraction vorkömmt.

1) Was geben $4\frac{7}{8} + 2\frac{5}{4} - 3\frac{5}{12}$?

	24	
$4\frac{7}{8}$	3	21
$2\frac{5}{4}$	6	18
$6\frac{59}{24}$	Summe	39
$-3\frac{5}{12}$	2	10
$4\frac{6}{24}$	Rest.	$\frac{29}{24} = 1\frac{5}{24}$.

Zuerst ist (nach §. 101. Zus.) der Hauptnenner (24) aller gegebenen Brüche gefunden. Hierauf sind die zu addirenden Brüche unter diese Benennung gebracht, und zusammengezählt (§. 110. B.), wobei man die Summe $6\frac{59}{24}$ erhält. Sodann ist der abzuziehende Bruch $\frac{5}{12}$ umgeformt, und wirklich abgezogen. Der Rest ist bei den Brüchen $\frac{29}{24}$, d. i. $1\frac{5}{24}$, bei den Ganzen 6 — 3, d. i. = 3, also ganzer Rest $4\frac{5}{24}$.

2) Was beträgt $27\frac{5}{6} + 35\frac{1}{2} - 2\frac{3}{4} - 16\frac{14}{15}$ zusammen genommen?

	60	
$27\frac{5}{6}$	10	50
$35\frac{1}{2}$	30	30
$63\frac{20}{60}$	Summe	$\frac{80}{60} = 1\frac{20}{60}$
$2\frac{3}{4}$	15	45
$16\frac{14}{15}$	4	56
$19\frac{41}{60}$	Summe	$\frac{101}{60} = 1\frac{41}{60}$
$43\frac{39}{60}$	Rest.	

Man sucht zuerst den Hauptnenner (60) der 4 gegebenen Brüche (n. §. 101. Zus.); bringt die zu addirenden Brüche $\frac{5}{6}$ u. $\frac{1}{2}$ auf diesen Hauptnenner, und addirt die verwandelten Brüche (n. §. 110). Man erhält $63\frac{20}{60}$. Unter diese Summe schreibt man alle abzuziehenden Brüche ($2\frac{3}{4}$ u. $16\frac{14}{15}$), bringt auch diese auf den Hauptnenner 60, und addirt sie unter sich (ebenfalls nach §. 110). Man erhält als Summe der abzuziehenden Zahlen

Digitized by Google

$19\frac{1}{60}$. Diese letztere Summe wird nun von der erstern $63\frac{29}{60}$ abgezogen (n. §. 111), u. man erhält $43\frac{28}{60}$ als gesuchte Zahl.

Der Grund, warum man auch die Summe der abzuziehenden Zahlen suchen, u. diese dann auf einmal abziehen kann, liegt einfach darin, daß einerlei herauskommen muß, ob man von einer Zahl eine andere auf einmal oder stückweise abzieht. (§. 18. III).

Uebungsbeispiele.

627) $\frac{5}{8} + \frac{19}{22} - \frac{1}{2}$? || 629) $5\frac{1}{6} + 3\frac{7}{10} - 2\frac{4}{5} - 1\frac{2}{6}$?
628) $\frac{14}{25} - \frac{4}{15} - \frac{1}{6}$? || 630) $14\frac{2}{5} + 25\frac{2}{5} - 9\frac{3}{4} - \frac{7}{4}$?
631) $3\frac{2}{15}$ hl. $+ 5\frac{1}{7}$ hl. $- \frac{5}{26}$ hl. $- 4\frac{7}{39}$ hl. $- 1\frac{9}{14}$ hl.?

Fünfter Abschnitt.

Vom Multipliciren mit Brüchen.

§. 113. Allgemeine Regel.

Soll ein Bruch mit einem Bruche multiplicirt werden, so multiplicire man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner. Das Product der beiden Zähler ist der Zähler, und das Product der beiden Nenner ist der Nenner des gesuchten Productes.

So z. B. ist $\frac{5}{7}$ Loth $\times \frac{3}{4} = \frac{15}{28}$ Loth.

Erster Zusatz. Wenn die Factoren (oder einer derselben) gemischte Zahlen sind, so verwandle man diese zuerst in unächte Brüche (nach §. 104). Man multiplicire z. B. $2\frac{3}{8}$ mit $1\frac{3}{7}$.

$$2\frac{3}{8} \times 1\frac{3}{7} = \frac{19}{8} \times \frac{9}{7} = \frac{171}{56} = 3\frac{3}{56}$$

Man sagt: $2\frac{3}{8}$ in einen unächten Bruch verwandelt, gibt $\frac{19}{8}$, und $1\frac{3}{7}$ gibt $\frac{9}{7}$ (nach §. 104); man hat daher $\frac{19}{8}$ zu multipliciren mit $\frac{9}{7}$. Das Product der Zähler ist 19×9 d. i. 171, und jenes der Nenner ist 8×7 d. i. 56. Man erhält hiedurch den Bruch $\frac{171}{56}$, und aus diesem die Ganzen gezogen (nach §. 105), gibt die gemischte Zahl $3\frac{3}{56}$, welche das gesuchte Product von $2\frac{3}{8}$ mit $1\frac{3}{7}$ ist.

Zweiter Zusatz. Wenn einer der Factoren eine ganze

Digitized by Google

Zahl ist (z. B. $\frac{5}{10}$ fl. × 4 oder 5 ℔. × $\frac{4}{20}$), so multiplicirt man entweder nach §. 106 Grundſ. I. oder 111., oder man denkt sich der ganzen Zahl (5) den Nenner 1 untergeschrieben, indem $\frac{5}{1}$ ℔. einerlei mit 5 ganzen Pfund ist, und multiplicirt dann nach der obigen allgemeinen Regel; nämlich entweder: $5 ℔ \times \frac{4}{20} = \frac{4}{20} ℔ \times 5$ (§. 25. II.) $= \frac{20}{20} ℔$ (§. 106. I.) oder: $5 ℔ \times \frac{4}{20} = \frac{5}{1} ℔ \times \frac{4}{20} = \frac{20}{20}$ nach der obigen Regel.

Uebungsbeispiele. Schriftlich und auch im Kopfe.

632) $\frac{2}{3} \times \frac{4}{9}$? ‖ **634)** $1\frac{1}{2}$ ℔ × $\frac{8}{12}$? ‖ **636)** 29 kr. × $\frac{6}{24}$?
633) $8 \times 1\frac{2}{3}$? ‖ **635)** $2\frac{1}{2}$ fl. × $5\frac{5}{4}$? ‖ **637)** $7\frac{2}{6} \times 1\frac{5}{7}$?

Beweis. $\frac{5}{7}$ Zoll mit $\frac{3}{4}$ multipliciren, heißt (n. §. 23), die eine Zahl ($\frac{5}{7}$ Zoll) so vielmal nehmen, als die andere Zahl (d. i. der Bruch $\frac{3}{4}$) Einer zählt. Nach § 102. zählt aber der Bruch $\frac{3}{4}$ (d. i. $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$) den vierten Theil der Einheit 3 mal, u. man muß daher, um das Product $\frac{5}{7}$ Zoll × $\frac{3}{4}$ zu erhalten, auch vom Einfachen $\frac{5}{7}$ Zoll den vierten Theil suchen, und diesen 3 mal nehmen.

Um den vierten Theil von $\frac{5}{7}$ zu erhalten, multiplicirt man (nach §. 106. Zuſ. 1.) $\frac{5}{7}$ Zoll im Nenner mit 4, und erhält $\frac{5}{7 \cdot 4}$ Zoll. Um dieses Viertel (nämlich $\frac{5}{7 \cdot 4}$ Zoll) 3 mal zu nehmen, braucht man es nur im Zähler mit 3 zu multipliciren (n. §. 106 Zuſ. 1.), u. man erhält $\frac{5 \cdot 3}{7 \cdot 4}$ Zoll. Hiemit aber ist die Richtigkeit der obigen Regel dargethan; denn es ist gezeigt, daß, um $\frac{5}{7}$ Zoll mit $\frac{3}{4}$ zu multipliciren, man nur $\frac{5}{7}$ im Nenner mit dem andern Nenner 4 und im Zähler mit dem andern Zähler 3 zu multipliciren brauche. (Anfänger werden diesen Beweis mit andern selbst gewählten Brüchen wiederholen.)

Anmerkung. Es ist 7 Pf. × $\frac{3}{4} = \frac{21}{4}$ Pf. $= 5\frac{1}{4}$ Pf., und auch $1\frac{1}{5}$ fl. × $\frac{3}{4} = \frac{3}{20}$ fl.; also ist jedesmal bei der Multiplicat. mit einem ächten Brüche ($\frac{3}{4}$) das Product kleiner als das Einfache, was der Multiplication als einer gleichmäßigen Vermehrung zu widersprechen scheint. Nun ist aber aus dem vorstehenden Beweise klar, daß 7 Pfund × $\frac{3}{4}$ nichts anders heißt, als man soll das Einfache 7 Pfund (nicht drei, zwei, einmal, sondern) nur $\frac{1}{4}$tel Mal, d. i. den viert. Theil davon ($\frac{7}{4}$ Pfd.) 3mal nehmen (d. i. $\frac{7}{4}$ Pfd. + $\frac{7}{4}$ Pfd. + $\frac{7}{4}$ Pfd.) Hieraus aber geht zugleich hervor, sowohl a) daß die Multiplicat. mit einem ächten Bruche eine gleichmäßige Vermehrung sey (jedoch nur eines Theils des Einfachen 7 Pfund), als auch b) daß das Product kleiner als das Einfache werden müße, weil man beim ächten Bruche nicht wieder alle Theile zusammen nimmt, in welche das Einfache (7 Pfund) getheilt wurde.

Digitized by Google

Damit sich Anfänger dieses zur vollen Einsicht bringen, müßen sie mehrere kleine Beyspiele, wie die beiden obigen, im Kopfe multipliciren; hiebei jedoch zuerst die Theilung mit dem Nenner des Anzeigers vornehmen, und dann erst die Vervielfältigung des gefundenen Theils mit dem Zähler.

§. 114. Beispiele, um das kürzeste Verfahren der Multiplication mit Brüchen zu zeigen.

a) Man multiplicire $\frac{17}{32}$ fl. mit $\frac{24}{29}$.

Ausrechnung. Die Multiplication der beiden Zähler sowohl als auch der beiden Nenner ist zuerst nur angezeigt, indem man die beiden Brüche durch einen gemeinschaftlichen Divisionsstrich so verbindet, daß die beiden Zähler über, und die beiden Nenner unter demselben zu stehen kommen. Dieses geschieht, um leichter zu erkennen, ob sich einer der beiden Zähler gegen einen der beiden Nenner zum Theil oder ganz heben läßt. Erkennt man dieß, so hebt man (nach §. 107.) noch vor den Multiplicationen, weil diese dann einfacher werden. So läßt sich im obigen Ansatze ($\frac{17}{32}.\frac{24}{29}$) 24 im Zähler gegen 32 im Nenner mit 8 heben, und man hat dann nur noch im Zähler 17 mit 3 u. im Nenner 29 mit 4 zu multipliciren, was ohne Nebenrechnung geschehen kann.

$$\frac{17 \times 24}{32 \times 29} \overset{:8}{=} \frac{17 \times 3}{4 \times 29} = \frac{51}{116}.$$

Anstatt, wie oben geschah, bei diesem Heben einen neuen Ansatz zu machen, kann man kürzer, wie hier nebenan, das Gehobene gleich durchstreichen und die Quotienten darüber oder darneben setzen.

$$\frac{17 \times \overset{3}{\cancel{24}}}{\underset{4}{\cancel{32}} \times 29} \overset{:8}{=} \frac{51}{116}$$

b) Man multiplicire $2\frac{8}{35}$ ℔. mit $29\frac{1}{6}$.

Ausrechnung. Zuerst sind die gemischten Zahlen eingerichtet. Es wird $2\frac{8}{35} = \frac{78}{35}$ und $29\frac{1}{6} = \frac{175}{6}$. Man erhält daher $\frac{78 \cdot 175}{35 \cdot 6}$. In diesem Bruche lassen sich 78 u. 6 mit 6 heben (nach §. 98. E.), und man erhält anstatt ihrer 13 und 1. Ferner lassen sich 35 und 175 mit 5 (nach §. 98. C.) und die hiedurch erhaltenen Zahlen 7 und 35 noch mit 7 heben. Nach diesen Abkürzungen bleibt im Zähler nur noch 13 mit 5 zu multipliciren, im Nenner aber bleibt nur 1×1, so daß dort

$$\frac{\overset{13}{\cancel{78}} \times \overset{5}{\cancel{175}}}{\underset{1}{\cancel{35}} \times \underset{1}{\cancel{6}}} \overset{:2.5.7}{=} 65 \text{ ℔}.$$

gar keine Multiplication, und endlich auch keine Division zu machen ist, um aus dem Producte die Ganzen auszuziehen.

c) Oft bleiben im Zähler und Nenner noch mehrziffrige Zahlen zu multipliciren; für diesen Fall nun ist hier unten am Beispiele $7\frac{1}{10}$ Loth $\times$ $2\frac{2}{5}$ der bequemste und deutlichste Gang der Rechnung gezeigt:

$7\frac{1}{10}$ Lth. $\times$ $2\frac{2}{5}$

$= \frac{146 \times 58}{19 \times 23}$

$= 19\frac{165}{437}$ Loth.

146	23
× 58	× 19
1168	207
730	23
8468	: 437 = $19\frac{165}{437}$ Lth.
:(437)	
4098	
3933	
165 Rest.	

Zuerst sind die gemischten Zahlen eingerichtet (§. 104. b). Man erhält $7\frac{1}{10} = \frac{146}{10}$ und $2\frac{2}{5} = \frac{58}{23}$. Daher ist das Product $= \frac{146 \cdot 58}{10 \cdot 23}$; da sich hierin nichts heben läßt, so geschieht die Ausrechnung, wie es nebenan ausführlich angesetzt ist. Man findet $19\frac{165}{437}$ Loth, als gesuchtes Product von $7\frac{1}{10}$ Loth $\times$ $2\frac{2}{5}$.

d) Ist eine gemischte Zahl mit einer ganzen Zahl zu multipliciren, z. B. $13\frac{5}{8}$ Klafter $\times$ 12, so kann man zwar die gemischte Zahl einrichten, und dann nach §. 113. Zusatz 1. verfahren; schneller aber wird man fertig, wenn man stückweise multiplicirt (§. 25. III). Nämlich:

		: 4	
Zuerst den Bruch $\frac{5}{8}$ Klft. $\times$ 12	$= \frac{60}{8}$	$= \frac{15}{2}$	$= 7\frac{1}{2}$ Klft.
Dann die Ganzen 13 „ $\times$ 12	$=$		156 „

Hierauf beides addirt, gibt $13\frac{5}{8}$ Klft. $\times$ 12 $= 163\frac{1}{2}$ Klft.

e) Ist wie im Beispiele $6\frac{17}{24}$ fl. $\times$ 8 der eine Factor eine ganze Zahl (hier 8), welche in dem Nenner (24) des andern Factors genau aufgeht, so wird der Bruch n. §. 106. Zusatz 2. multiplicirt. Man erhält $6\frac{17}{24}$ fl. $\times$ $8 = 53\frac{2}{3}$ fl., indem man sagt: $\frac{17}{24} \times 8$ gibt $\frac{17}{3}$ d. i. $5\frac{2}{3}$; schreibt die $\frac{2}{3}$ an, und merkt sich die 5 Ganzen; dann 6×8 ist 48 und hiezu die gemerkten 5, geben 53 Ganze.

f) Bei mehr als zwei Factoren setzt man das Product aller Zähler an, und darunter jenes aller Nenner z. B.:

$$\frac{2}{3} \times 15 \times 1\frac{1}{2} \times 2\frac{3}{4} = \frac{2 \times 15 \times 9 \times 11}{3 \times 1 \times 6 \times 4} = \frac{99}{2} = 49\frac{1}{2}.$$

Digitized by Google

Uebungsbeispiele.

538) $\frac{2}{3}\frac{1}{2}$ ℔. × $\frac{1}{3}\frac{6}{5}$? | 639) $5\frac{1}{2}\frac{7}{4}$ Ell. × 6? | 640) 90 × $28\frac{2}{5}\frac{1}{0}\frac{5}{0}$?
641) 17 fl. × $8\frac{5}{1}\frac{}{0}$? | 642) $7\frac{2}{3}$ hl. × $3\frac{5}{4}\frac{}{0}$? | 643) $16\frac{8}{7}\frac{}{1}$ Znt. × $13\frac{3}{8}$?
644) $5\frac{?}{1}\frac{}{3}$ Lth. × $1\frac{6}{1}\frac{}{7}$? | 645) $\frac{2}{2}\frac{7}{8}$ × $8\frac{4}{0}$ fl.? | 646) $47\frac{1}{3}\frac{1}{5}$ × $12\frac{3}{6}\frac{1}{0}$?
647) $4\frac{1}{2}$ × $1\frac{2}{8}$ × $3\frac{5}{5}$ × 16? | 648) $\frac{5}{4}\frac{0}{4}$ fl. × $23\frac{1}{3}\frac{5}{8}\frac{2}{5}$?
649) 48 fl. × $\frac{1}{4}$ × $\frac{3}{8}$ × $3\frac{1}{1}\frac{}{2}$? | 650) $2\frac{6}{1}\frac{5}{8}\frac{}{2}$ Ont. × $35\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{0}{7}$?

Sechster Abschnitt.

Vom Dividiren mit Brüchen.

§. 115. Divisionsregel und Beispiele.

Die Division eines Bruches (z. B. $\frac{8}{9}$) durch eine ganze Zahl (z. B. 5 oder 4) ist im §. 106 gezeigt. Man erhält bei $\frac{8}{9}$: 5 den Quot. $\frac{8}{9.5}$ d. i. $\frac{8}{45}$ (n. §. 106 Grundsatz II.) u. bei $\frac{8}{9}$: 4 „ „ $\frac{8}{9.4}$ d. i. $\frac{2}{9}$ („ §. 106 Grundsatz IV).

Die Division aber, wenn der Divisor ein Bruch ist, geschieht auf die folgende allgemeine Art:

Allgemeine Regel der Division mit Brüchen.

Soll eine Zahl (gleichviel ob diese ein Bruch, eine gemischte oder eine ganze Zahl ist) durch einen Bruch dividirt werden, so kehre man den Divisorbruch um, d. h. man schreibe seinen Zähler hinunter als Nenner und diesen herauf als Zähler, und multiplicire dann mit diesem umgekehrten Divisor den gegebenen Dividenden. Diese Multiplication aber geschieht völlig so, wie es im vorigen fünften Abschnitte gezeigt ist.

1. Beispiel. Man dividire $\frac{7}{11}$ durch $\frac{2}{5}$.

Ausrechnung. $\frac{7}{11} \times \frac{5}{2} = \frac{35}{22}$. Der Divisor $\frac{2}{5}$ wird durch Umkehrung zu $\frac{5}{2}$; hiemit $\frac{7}{11}$ multiplicirt (nach §. 113), gibt $\frac{35}{22}$ als den gesuchten Quotienten der Division $\frac{7}{11} : \frac{2}{5}$.

2. Beispiel. 5 fl. sollen getheilt werden durch $\frac{2}{3}$ fl.

Ausrechnung. 5 fl. : $\frac{2}{3}$ fl. $= \frac{5}{1} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$mal. Die Rechnung ist wie im ersten Beispiele. Man findet, daß sich 5 fl. in $7\frac{1}{2}$ Theile, jeder zu $\frac{2}{3}$ fl., theilen lassen (§. 33. Grundsatz II. b).

3. Beispiel. $7\frac{2}{5}$ fl. zu dividiren durch $3\frac{1}{2}$.

Ausrechnung. $7\frac{2}{5} : 3\frac{1}{2} = \frac{37}{5} : \frac{7}{2} = \frac{37}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{74}{35} = 2\frac{4}{35}$ fl.

Erklärung. Zuerst sind Dividend ($7\frac{2}{5}$) und Divisor

Digitized by Google

$= 7\frac{2}{5}$ fl. : $3\frac{1}{2}$
$= \frac{23}{5} : \frac{7}{2}$
$= \frac{23 \cdot 2}{5 \cdot 7}$
$= \frac{46}{21} = 2\frac{4}{21}$ fl.

($3\frac{1}{2}$) eingerichtet (n. §. 104. b). Man erhält $\frac{23}{5} : \frac{7}{2}$. Sodann ist der Divisorbruch $\frac{7}{2}$ umgekehrt in $\frac{2}{7}$ und damit sogleich der Dividend $\frac{23}{5}$ multiplicirt (n. §. 114. a). Man erhält $\frac{46}{21}$ fl. d. i. $2\frac{4}{21}$ fl.; und dieß ist der gesuchte Quotient, der angibt, daß wenn man $7\frac{2}{5}$ fl. in $3\frac{1}{2}$ Theile theilt, dann auf jeden vollen Theil $2\frac{4}{21}$ fl. treffen (§. 33. Grundsatz II. a).

Anmerkung. Die Probe der Division kann hier durch Multiplication geschehen (§. 39) Man erhält beim dritten Beispiele durch Multiplication des Quotienten $2\frac{4}{21}$ fl. mit dem Divisor $3\frac{1}{2}$, nämlich

$$2\tfrac{4}{21} \text{ fl.} \times 3\tfrac{1}{2} = \frac{46 \times 7}{21 \times 2} = \frac{23 \times 1}{3 \times 1} = 7\tfrac{2}{3} \text{ fl.},$$

und dieß ist der gegebene Dividend; folglich ist die Division richtig. Umgekehrt prüft man auch die Multiplication mit Brüchen (§. 114.) durch die Division.

4. Beispiel. $5\frac{7}{24} : 9$? **Ausrechnung.** Der Dividend $5\frac{7}{24}$ wird in den unächten Bruch $\frac{127}{24}$ verwandelt, und dann nach §. 106 Grundsatz II. durch 9 dividirt, wobei $\frac{127}{24} \cdot 9 = \frac{127}{216}$ erhalten wird.

$= 5\frac{7}{24} : 9$
$= \frac{127}{24} : \frac{9}{1}$
$= \frac{127}{24} \times \frac{1}{9}$
$= \frac{127}{216}$.

Oder man kann auch nach der obigen allgemeinen Divisionsregel mit Brüchen (jedoch weniger kurz) verfahren, indem man dem Divisor 9 den Nenner 1 unterſetzt, wie hier seitwärts geschah.

Aus den vorstehenden Beispielen zeigt sich, daß jede Division mit Brüchen immer auf eine Multiplication hinausgeht. Die Beispiele des §. 114. enthalten daher auch schon für die Division die bequemste Art der Ausrechnung. Ein Fall soll hier noch erklärt werden, jener nämlich, wenn eine größere gemischte Zahl durch eine ganze Zahl zu dividiren ist:

5. Beispiel. $2156\frac{7}{8} : 32$.

$= 67\frac{8}{224}\frac{7}{}$
2 $156\frac{7}{8}$
: (32)
1 92
236
224
$12\frac{7}{8} : 32 = \frac{8}{7 \cdot 32}$

Ausrechnung. Anstatt in diesem Falle den Dividenden $2156\frac{7}{8}$ in einen unächten Bruch zu verwandeln, dividirt man zuerst nur seine 2156 Ganze (nach §. 36), u. erhält den Quotienten 67 nebst dem Reste 12; hängt sodann diesem Reste den Bruch $\frac{7}{8}$ des Dividenden an, und dividirt nun $12\frac{7}{8}$, d. i. $\frac{87}{8}$ durch den Divisor 32 n. §. 106 Grundsatz II.

Digitized by Google

Man erhält $\frac{6}{7.8_2}$ d. i. $\frac{8}{2}\frac{7}{4}$, und hat daher als vollständigen Quotienten die gemischte Zahl $67\frac{8}{2}\frac{7}{4}$. Die Zulässigkeit dieser Zerstückung des Dividenden ist im §. 33 Grundsatz III. begründet.

6. Beispiel. Aehnlich verfährt man auch, wenn der Divisor ein Bruch mit kleinen Zahlen ist, wie im Beispiele $309\frac{5}{8} : \frac{4}{5}$.

Ausrechnung. Man könnte nun $309\frac{5}{8}$ einrichten u. dann mit $\frac{5}{4}$ multipliciren. Schneller aber geht es, wenn man nach §. 114. d. mit 9 multiplicirt und das Herauskommende durch 4 dividirt. Man sagt nämlich $9 \times \frac{5}{8}$ gibt $\frac{4}{8}\frac{5}{}$ d. i. $7\frac{5}{8}$; merkt sich die 7 Ganzen u. schreibt nur die $\frac{5}{8} = \frac{1}{2}$ an; ferner 9 mal 9 ist 81 und hiezu die gemerkten 7 gibt 88 u. s. w.

$309\frac{5}{8} \times \frac{5}{4}$
$\times 9$
$2\,788\frac{1}{2}$
$: 4$
$697\frac{1}{8}$

Uebungsbeispiele. (Die ersten 7 schriftlich und im Kopfe.)

651) $\frac{9}{8_1}$ ℔ : 3? || **652)** $\frac{5}{7}$ fl. : 12? || **653)** $\frac{5}{4}$ hl. : $\frac{5}{8}$ hl.?
654) 11 kr. : $\frac{5}{8}$? || **655)** $2\frac{5}{7}$ ℔ : $\frac{1}{4}$? || **656)** $3\frac{5}{6}$ Lth. : $1\frac{1}{4}$ Lth.?
657) $4\frac{2}{3}$ Ellen Tuch kosteten $13\frac{5}{8}$ fl.; was kost. 1 Elle davon?
658) Wie lange reichen $130\frac{5}{8}$ ℔, bei tägl. Verbrauch von $8\frac{1}{4}$ ℔.?
659) $27\,815\frac{5}{8} : 9$? || **660)** $1\,074\frac{11}{12}$ fl. : $\frac{5}{6}$?
661) $809\,006\frac{7}{12} : 24$? || **662)** $863\frac{4}{5}$ fl. : $2\frac{2}{3}$ fl.
663) $\frac{1}{3}\frac{2}{0}\frac{8}{5}$ ℔. : $\frac{17}{125}$ ℔.? || **664)** $31\frac{27}{100}$ Ztr. : $\frac{10}{8\,200}$ Ztr.?

Anmerkung. Die Gründe der Divisionsregel mit Brüchen sind im §. 116. B. dargethan, nachdem noch zuerst eine Eigenschaft des Quotienten jeder Division erklärt ist.

* **§. 116. Der Quotient jeder Division (z. B. 3 Zoll : 4) hat mit einem Bruche ($\frac{3}{4}$ Zoll) einerlei Werth.**

Der Dividend (3) ist der Zähler und der Divisor (4) ist der Nenner des Bruches. Um dieses einzusehen, wiederhole man sich die Bedeutung des Bruches ($\frac{3}{4}$ Zoll aus §. 102) und jene der Theilung (3 Zoll : 4 aus §. 32), nämlich: der Bruch $\frac{3}{4}$ Zoll zeigt an, daß ein Zoll (kurz eine Einheit) in 4 gleiche Theile (Viertelzolle) getheilt ist, und dann 3 von diesen Theilen genommen sind, wobei also 3 Viertelzolle erhalten werden; der Quotient 3 Zoll : 4 aber bedeutet, daß drei Zoll in 4 gleiche Theile zu theilen sind, und dann einer derselben zu nehmen ist; da nun diese Theilung des Dividenden (3 Zoll) stückweise geschehen darf (nach §. 33. III.), so erhält man bei jedem einzelnen Zolle

Digitized by Google

offenbar 1 Viertelzoll, daher von allen dreien zusammengenommen wieder 3 Viertelzolle, wie oben beim Bruche $\frac{3}{4}$ Zoll.

So verschieden nun auch die Arbeit ist, um den Bruch $\frac{3}{4}$ Zoll (wo man nur einen Zoll theilt), und um den Quotienten 3 Zoll : 4 zu erhalten (wo drei Zoll getheilt sind); so kömmt doch einerlei, nämlich 3 Viertelzoll heraus. Es können daher in jeder Rechnung Brüche (z. B. $\frac{3}{4}$ Zoll) als Quotienten (3 Zoll : 4) oder auch Quotienten als Brüche angesehen werden, je nachdem eben die eine oder die andere Vorstellungsart größere Deutlichkeit gewährt. Aus dieser nun bewiesenen Eigenschaft jedes Quotienten folgen:

A.) Grundsätze der Division. (Ergänzungen jener des §. 33.)

Die fünf Grundsätze zu den Bruchrechnungen (§. 106) sind auch bei jeder Division anwendbar; man darf in denselben nur lesen: Dividend anstatt Zähler, Divisor anstatt Nenner und Quotient oder Division anstatt Bruch. Demnach heißt auch der Vte Grundsatz des §. 106: „Wird eine Division im Dividenden und Divisor zugleich mit einerlei Zahl multiplicirt, oder werden beide dividirt, so bleibt der Werth des Quotienten (od. der Division) ungeändert." (Man spreche und schreibe in ähnlicher Art die 4 ersten Grundsätze im §. 106 aus.

B.) Beweis der Divisionsregel mit Brüchen (zu §. 115).

Die Division $\frac{7}{11} : \frac{2}{3}$ bleibt (nach A.) ungeändert im Werthe, wenn man ihre beiden Zahlen ($\frac{7}{11}$ und $\frac{2}{3}$) zugleich mit einerlei, also auch z. B. mit dem umgekehrten Divisorbruche ($\frac{3}{2}$), multiplicirt. Die Multiplication des Dividenden ($\frac{7}{11}$) gibt $\frac{7}{11} \cdot \frac{3}{2}$, u. die des Divisors ($\frac{2}{3}$) gibt $\frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 2}$; in dem letztern werden sich jedesmal (wegen der Umkehrung des Divisors) alle Zahlen des Zählers (2×3) gegen jene des Nenners (3×2) heben (u. §. 107), der Divisor wird daher jedesmal $\frac{1}{1}$ d. i. 1 werden; u. da die Theilung mit 1 den Dividenden $\frac{7}{11} \cdot \frac{3}{2}$ ungeändert läßt, so ist demnach gefunden, daß $\frac{7}{11} : \frac{2}{3} = \frac{7}{11} \times \frac{3}{2}$ ist. Hiedurch aber erkennt man die Richtigkeit der Divisionsregel mit Brüchen (§. 115), indem sich die Division durch den Bruch $\frac{2}{3}$ in eine Multiplication des Dividenden ($\frac{7}{11}$ oder was immer für eine ganze oder gemischte Zahl dieser seyn möge) mit dem umgekehrten Divisorbruche verwandelt hat.

$$\begin{aligned} &\frac{7}{11} : \frac{2}{3} \\ = &\frac{7}{11} \cdot \frac{3}{2} : \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} \\ = &\frac{7 \cdot 3}{11 \cdot 2} : \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 2} \\ = &\frac{7 \cdot 3}{11 \cdot 2} : 1 \\ = &\frac{7 \cdot 3}{11 \cdot 2} \end{aligned}$$

Digitized by Google

Anmerkung 1.) Diese Regel läßt sich auch unmittelbar aus der Erklärung der Theilung (§. 33. II.) beweisen, ist jedoch in solcher Art weniger zugänglich für Anfänger.

Anmerkung 2.) Bei der Theilung durch einen ächten Bruch (z. B. $7 : \frac{7}{10} = 10\frac{1}{2}$) wird der Quotient ($10\frac{1}{2}$) größer als der Dividend (7) war; denn theilt man z. B. 7 Zoll in Theile zu 1 Zoll, so erhält man 7 Theile; theilt man hingegen 7 Zoll in Theile zu $\frac{7}{10}$ Zoll, also in kleinere Theile als anfangs, so muß man augenfällig mehr (hier $10\frac{1}{2}$) Theile erhalten.

C.) Verwandlung zusammengesetzter Brüche in einfache.

Regel. Man setze den zusammengesetzten Bruch als eine Division an (nach §. 116.), und rechne diese nach §. 115. aus. z. B. a) $\frac{\frac{7}{9}}{\frac{4}{5}} = \frac{7}{9} : \frac{4}{5} = \frac{7}{9} \times \frac{5}{4} = \frac{35}{36}$.

b) $\frac{5\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}} = \frac{11}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{33}{4} = 8\frac{1}{4}$.

Uebungsbeispiel 665. Man verwandle in einfache Brüche:

$$\frac{2}{\frac{1}{2}};\quad \frac{\frac{2}{7}}{5};\quad \frac{\frac{6}{11}}{\frac{4}{7}};\quad \frac{\frac{4}{9}}{1\frac{1}{5}};\quad \frac{39\frac{8}{13}}{\frac{5}{13}};\quad \frac{14\frac{1}{5}}{2\frac{1}{2}}.$$

D.) Vortheile beim Dividiren. (Als Ergänzung zum §. 44.)

I.) Wenn bei einer Division (z. B. 657 540 : 252) der Dividend und der Divisor ein gemeinschaftliches Maaß haben, so kann man vor der Division beide damit heben, (wie Brüche im §. 107), und hiedurch die Rechnung vereinfachen.

Man erkennt (aus §. 98 B. und D.), daß sich hier

der **Dividend** 657 540 $\overset{:4}{=}$ 164 385 $\overset{:9}{=}$ 18 265 $= 2\,609\frac{3}{7}$

u. der **Divisor** : (252) : (63) : (7)

mit 4 und mit 9 ohne Rest theilen lassen; dividirt sie daher zuerst mit 4, dann noch mit 9 u. hat hierauf nur noch durch die einziffrige Zahl 7 (nach §. 35) zu theilen

II.) Der Vortheil I. des §. 44. läßt sich nun auch allgemein anwenden, wenn selbst der erste Quotient eine gemischte Zahl wird, indem sodann die Division dieser letztern u. §. 115 Beisp. 5. geschieht. Man dividire nun das dort gerechnete Beisp. auf kürzere Art: Der Divisor $32 = 8 \times 4$; die Division von $2156\frac{3}{7}$ durch 8 gibt $269\frac{3}{56}$ und die Division dieses Quotient. durch 4 gibt $67\frac{87}{224}$, also das nämliche wie im §. 115. Beisp. 5.

$2156\frac{3}{7}$	: 32	
$269\frac{3}{56}$	: 8	
$67\frac{87}{224}$	: 4	

Uebungsbeispiele.

666) 32156 : 24?
667) 146805 : 56?
668) 361560 : 144?
669) 42632568 : 240?
670) 9581004 : 396?
671) 1548207 : 180?

Siebenter Abschnitt.

Rechnungen mit mehrfach benannten Zahlen und Brüchen.

§. 117.

Wenn bei mehrfach benannten Zahlen **Brüche** vorkommen, so muß man theils nach den Regeln der vierten Abtheilung, theils nach jenen der 6 ersten Abschnitte der fünften Abtheilung rechnen. Das bequemste Verfahren hiebei soll hier folgend gezeigt werden.

§. 118. Verwandlung benannter Brüche von höherm Namen in niedern Namen.

Die Regel ist die im §. 59. für ganze Zahlen gegebene, nämlich: Der Bruch vom höhern Namen wird mit der Eintheilungszahl (nach §. 106 Grundsatz I.) multiplicirt, z. B.

a) $\frac{3}{7}$ fl., wie viel sind es ganze Kreuzer, dann noch Hell.?

Ausrechnung. Man multiplicire $\frac{3}{7}$ fl. im Zähler mit 60 (nach §. 106 Zus. I.), indem der fl. 60 kr. zählt. Man erhält $\frac{180}{7}$ kr. d. i. $25\frac{5}{7}$ kr. nach §. 105. Hierauf wird der hiebei herausgebrachte Kreuzerbruch ($\frac{5}{7}$ kr.) in Heller verwandelt, indem man $\frac{5}{7}$ im Zähler mit 8 multiplicirt; dieses gibt $\frac{40}{7}$ hl. d. i. $5\frac{5}{7}$ hl., und man hat daher zusammen 25 kr. $5\frac{5}{7}$ hl. $= \frac{3}{7}$ fl.

$\frac{3}{7}$ fl. $= \frac{180}{7}$ kr. $= 25\frac{5}{7}$ kr.
$\frac{5}{7}$ kr. $= \frac{40}{7}$ hl. $= 5\frac{5}{7}$ hl.
Antw. $\frac{3}{7}$ fl. sind 25 kr. $5\frac{5}{7}$ hl.

b) Man verwandle $\frac{4}{15}$ Eimer in ganze Maaß ꝛc.

Rechnung. $\frac{4}{15}$ Eimer $= \frac{4 \cdot 60}{15}$ Maaß $= 16$ Maaß.

c) $\frac{13}{22}$ ℔., wie viel ganze Loth und Quint sind es?

$\frac{13}{22}$ ℔. $= \frac{13 \cdot 32}{22}$ Lth. $= \frac{52 \cdot 4}{11}$ Lth. $= \frac{208}{11}$ Lth. $= 18\frac{10}{11}$ Lth.
$\frac{10}{11}$ Lth. $= \frac{40}{11}$ Qt. $= 3\frac{7}{11}$ Qt. || **Antw.** $\frac{13}{22}$ ℔ $= 18$ Lth. $3\frac{7}{11}$ Qt.

Digitized by Google

Uebungsbeispiele.

72) $\frac{7}{9}$ fl., 74) $\frac{2}{2}\frac{3}{5}$ fl., 76) $7\frac{2}{3}\frac{1}{6}\frac{1}{0}$ fl., } w. v. sind's kr. u. hl.?

673) $3\frac{2}{7}$ Eimer, wie viel Maaß ꝛc.?
675) $\frac{1}{2}\frac{3}{1}$ Schäffl, w. v. Metzen ꝛc.?
677) $5\frac{1}{1}\frac{3}{5}$ Ruthen Ddz. w. v. Fuß ꝛc.?

§. 119. Verwandlung benannter Zahlen von niederm Namen in Brüche von höherm Namen.

Die Regel ist jene des §. 60., nämlich: Man divire mit der Eintheilungszahl (n. §. 106. Grundsl. oder §. 115); z. B.

a) 17 kr., wie viel sind es fl.? Antw. 17 kr. $= \frac{17}{60}$ fl.

b) 3 hl., w. v. sind's fl.? Antw. 3hl. $= \frac{3}{8}$ kr. $= \frac{3}{8 \cdot 60}$ fl. $= \frac{1}{160}$ fl.

c) $125\frac{3}{4}$ kr., w. v. sind's fl.? Antw. $125\frac{3}{4}$ kr. : 60 $= 2\frac{25}{240}$ fl.

d) 4 fl. 11 kr. $3\frac{2}{5}$ hl., wie viel sind's 1) fl.? 2) kr.?

1) 4 fl. 11 kr. $3\frac{2}{5}$ hl.
$= 4$ fl. $11\frac{17}{40}$ kr.
$= 4$ fl. $\frac{457}{40}$ kr.
$= 4\frac{457}{2400}$ fl.

Die $3\frac{2}{5}$ hl. sind in $\frac{17}{5}$ eingerichtet und zugleich durch 8 dividirt (n. §. 106. II.); dieß gibt $\frac{17}{40}$ kr. Hierauf sind die $11\frac{17}{40}$ kr. in gleicher Art auf fl. gebracht. Man erhält $\frac{457}{40 \cdot 60}$ fl., hat also $4\frac{457}{2400}$ fl.

2) 4 fl. 11 kr. $3\frac{2}{5}$ hl. $= 251\frac{17}{40}$ kr. Die $3\frac{2}{5}$ hl. geben nach 1) $\frac{17}{40}$ kr.; die 4 fl. 11 kr. (n. §. 59) 251 kr.

Uebungsbeispiele. Man verwandle:

678) 19 Lth. in ℔., Ztr.; 679) 25 Mß. in Eimer;
680) 36 kr. 3 hl. in kr. in fl.; 681) $9\frac{3}{4}$ Metz. in Schffl.;
682) 7 kr. $5\frac{1}{2}$ pf. in kr., in fl.; 683) 5° 3′ 7″ Ddz. in ′, in °;
684) 3 fl. 42 kr. $6\frac{2}{5}$ hl. a) in lauter kr., b) in fl. c) in hl.
685) 48 fl. 52 kr. $3\frac{1}{2}$ pf. a) in lauter kr., b) in fl. c) in pf.

§. 120. Addition von mehrfach benannten Zahlen u. Brüchen.

Regel. Man addire zuerst die Brüche nach §. 110 und hierauf die verschiedenen Namen nach §. 65. z. B.

a)

℔.	Lth.	Qt.	
2	27	$3\frac{3}{5}$	
8	13	$2\frac{0}{5}$	
9	8	$3\frac{4}{5}$	
1	2	2	
Sa. 20	18	$2\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5} = 2\frac{2}{5}$;

b)

fl.	kr.	hl.	21	
8	17	$5\frac{3}{8}$	3	9
3	54	$4\frac{2}{5}$	8	16
4	43	$7\frac{5}{6}$	4	20
Sa. 16	56	$1\frac{7}{8}$		13 $\frac{45}{24} = 1\frac{5}{8}$

Die Probe bei diesen und dem folgenden §. geschieht nach §. 15 und §. 21.

Digitized by Google

Uebungsbeispiele.

686) 12 fl. 13 kr. $7\frac{1}{6}$ hl.
1 „ 48 „ $5\frac{4}{6}$ „
5 „ 52 „ $3\frac{5}{6}$ „
– „ 39 „ $6\frac{2}{6}$ „
32 „ 28 „ 4 „

687) 25 fl. 14 kr. $3\frac{5}{8}$ hl.
17 „ 26 „ $5\frac{7}{12}$ „
6 „ 51 „ $7\frac{1}{6}$ „
46 „ – „ $3\frac{1}{30}$ „
– „ 39 „ $2\frac{4}{24}$ „

688) 3 Eim. $46\frac{5}{8}$ Mß. + 15 E. $47\frac{3}{5}$ M. + 9 E. $53\frac{7}{20}$ M. + 27 E. $\frac{7}{15}$ M. + 32 $\frac{11}{24}$ Mß. + 6 E. $56\frac{5}{8}$ M.?

689) $25°11'11\frac{2}{5}''$ Ddz. + $13°9'7\frac{3}{12}''$ Ddz. + $14°6'9\frac{9}{10}''$ Ddz.

690) 16 Ztr. 67 ℔. $3\frac{2}{7}$ Lth. + 5 Ztr. 83 ℔. $27\frac{14}{16}$ Lth. + 95 ℔. $13\frac{5}{1}$ Lth.?

§. 121. Subtraction von mehrf. benannt. Zahlen u. Brüchen.

Regel. Man subtrahire zuerst bei den Brüchen n. §. 111, und dann bei den verschiedenen Namen nach §. 73.

a)

	fl.	kr.	hl.
	35	26	$5\frac{2}{7}$
—	29	37	$6\frac{4}{7}$
Rest	5	48	$6\frac{5}{7}$

b)

	fl.	kr.	hl.	$\frac{42}{}$	
	31	28	$-\frac{9}{14}$	3	= 7
—	16	59	$4\frac{20}{21}$	2	40
Rest	14	28	$3\frac{29}{42}$		$\frac{29}{42}$

Uebungsbeispiele.

691) Von 35 fl. sind abzuziehen 29 fl. 35 kr. $6\frac{5}{8}$ hl.; w. i. d. Rest?
692) Von 9 fl. 17 kr. $2\frac{1}{6}$ hl. sind abzuziehen 2 fl. 39 kr. $5\frac{5}{6}$ hl. „?
693) Von 8 ℔ 25 Lth. $\frac{3}{3}$ Qt. sind abzuz. 3 ℔ 28 Lth. $2\frac{9}{13}$ Qt.?
694) 25 fl. 31 kr. $5\frac{2}{3}$ hl. — 14 fl. 28 kr. $2\frac{1}{7}$ hl.?
695) Von $9\frac{5}{8}$ Klft. wurden verbrannt $4\frac{1}{2}$ Klft.; was bleibt?
696) 148 fl. 27 kr. $4\frac{2}{3}$ hl. + 39 fl. 43 kr. $7\frac{2}{3}$ hl. + 54 kr. $5\frac{5}{8}$ hl. — 92 fl. 31 kr. $\frac{7}{15}$ hl., geben zusammen?
697) 13 fl. 14 kr. $2\frac{5}{5}$ hl. + 8 fl. 25 kr. $5\frac{5}{6}$ hl. + 26 fl. 35 kr. $4\frac{1}{2}$ hl. — 49 kr. $3\frac{2}{3}$ hl. — 1 fl. 3 kr. — 2 fl. 51 kr. $7\frac{9}{10}$ hl., betragen zusammen?

§. 122. Multiplication in mehrf. benannt. Zahlen u. Brüchen.

Die allgemeine Regel hiezu ist beinahe gleichlautend mit der im §. 82. angegebenen; nämlich:

1) Man bringe das Einfache auf einen einzigen Namen (nach §. 118), u. zwar gewöhnlich auf seinen niedersten, am besten aber auf jenen, der am schnellsten (namentlich im Kopfe) zu erhalten ist; 2) multiplicire es dann mit dem Anzeiger, (nach §. 114.), und 3) bringe das so erhaltene Product wieder auf seine verschiedenen höhern Namen (nach §. 60.) zurück.

Digitized by Google

1. Beispiel. Man multiplicire 21 fl. 37 kr. $2\frac{3}{5}$ pf. mit 15.

Ausrechnung. Die 21 fl. 37 kr. $2\frac{3}{5}$ hl. werden nach §. 59 auf ihren niedersten Namen $5190\frac{3}{5}$ pf. gebracht, und diese sodann mit 15 multiplicirt (nach §. 114). Man erhält 77859 pf., welche (nach §. 60) wieder auf fl. kr. ꝛc. zurückgeführt sind.

fl.	kr.	pf.	
21	37	$2\frac{3}{5}$	$\times 15$
	$\times 60$		
1297 kr.			
	$\times 4$		
$5190\frac{3}{5}$ pf.			$\times 15$

$$= \frac{25953 \times 15\ 3}{5}\text{ pf.}$$

$= 77859$ pf. $= 1946\,|\,4$ kr. $= 324$ fl. 24 kr. 3 pf.
$:(4)$ $:(6\ \ 0)$
3 pf. 24 kr.

Antwort. Das gesuchte Product ist 324 fl. 24 kr. 3 pf.

2) 7 fl. 22 kr. 4 hl. $\times \frac{2}{3}$.

$7\frac{5}{8}$ fl. $\times \frac{2}{3}$

$\frac{5\,9}{8}$ fl. $\times \frac{2}{3}$

$\frac{5\,9}{12}$ fl. $= 4$ fl. 55 kr.

Rechnung. Da 22 kr. 4 hl. $= \frac{5}{8}$ fl. sind, so wurden die 7 fl. 22 kr. 4 hl. auf $7\frac{5}{8}$ fl., also auf den höchsten Namen gebracht, und dann mit $\frac{2}{3}$ multiplicirt (n. §. 114). Man erhält $\frac{5\,9}{12}$ fl. d. i. 4 fl. 55 kr. (nach §. 118).

3) 5 fl. 12 kr. $2\frac{1}{8}$ pf. $\times 5\frac{1}{7}$.

$312\frac{7}{12}$ kr. $\times \frac{5\,6}{7}$

$$\frac{3751 \times 36\ 3}{12 \times 7}\text{ kr.}$$

$\frac{1\,1\,2\,5\,3}{7}$ kr. $= 160\,|\,7\frac{4}{7}$ kr. $= 26$ fl. 47 kr. $2\frac{3}{7}$ pf.
$:(6\ \ 0)$

Rechnung. Man bringt hier im Kopfe alles auf $312\frac{7}{12}$ kr. (also auf mittlere Namen) u. multipl. mit $5\frac{1}{7}$ u. §. 114.

Zur Uebung kann man die folgenden Nro. 701 bis 707 und 714 bis 718 rechnen.

§. 123. Division in mehrfach benannten Zahlen u. Brüchen.

Es können auch hier wieder (siehe §. 33. II.) 1) der Dividend allein benannt, 2) Dividend und Divisor benannt seyn.

Im 1ten Falle bringe man den Dividenden auf einen einzigen seiner Namen (wie §. 122 den Multiplicanden), und dividire ihn dann nach §. 115.

Beispiel. $2\frac{1}{4}$ Ell. Tuch kosteten 21 fl. 37 kr. $2\frac{3}{5}$ pf., was 1 Ell.?

Digitized by Google

21 fl. 37 kr. $2\frac{3}{5}$ pf. : $2\frac{1}{4}$

$5190\frac{3}{5}$ pf. : $\frac{9}{4}$

$\frac{25953}{5}$ pf. $\times \frac{4}{9}$

$\frac{25953 \times 4}{5 \times 9} = \frac{8651 \times 4}{5 \times 3}$: 3

$34604 = 2306\frac{14}{15}$ pf. $= 57|6$ kr. $= 9$ fl.

:(15) :(4) :(6|0)

Reste: $2\frac{14}{15}$ pf. 36 kr.

Ausrechnung. Der Dividend zählt $5190\frac{3}{5}$ pf. (sieh §. 122. Beispiel 1), und dessen Division mit $2\frac{1}{4}$ gibt (n. §. 115) den Quotienten $2306\frac{14}{15}$ pf., d. i. (n. §. 60) 9 fl. 36 kr. $2\frac{14}{15}$ pf.

Antwort. 1 Elle kostet 9 fl. 36 kr. $2\frac{14}{15}$ pf.

Zur Uebung können die folgenden Nr. 708 bis 713 und 719 bis 724 dienen.

Im 2ten Falle werden beide, Dividend und Divisor, auf einerlei Namen gebracht und dann nach §. 115 dividirt. Hiebei wähle man jenen Namen, der am schnellsten, namentlich im Kopfe, gefunden werden kann.

Beispiel. In einer Rechnung waren 25 fl. 53 kr. $2\frac{2}{3}$ hl. für das Wichsen von Patrontaschen angesetzt, ohne jedoch ihre Anzahl auszuweisen; wie groß war diese, wenn das Wichsen einer Tasche mit 19 kr. $3\frac{1}{3}$ hl. vergütet wird?

Ausrechnung. In so viele Theile zu 19 kr. $3\frac{1}{3}$ hl. sich die 25 fl. 53 kr. $2\frac{2}{3}$ hl. theilen lassen, für eben so viele Taschen ist das Wichsgeld angesetzt; es müssen daher die 25 fl. 53 kr. $2\frac{2}{3}$ hl. durch 19 kr. $3\frac{1}{3}$ hl. dividirt werden (§. 33. II).

25 fl. 53 kr. $2\frac{2}{3}$ hl. : 19 kr. $3\frac{1}{3}$

$\times 60$

1553 $\frac{8.1}{3.8}$ kr. : $19\frac{10}{3.8}$ kr.

$\frac{4660}{3}$ kr. : $\frac{285}{12}$ kr.

$\frac{4660}{3} \times \frac{12}{233} = \frac{20 \quad 4}{\cancel{4660} \times \cancel{12}} = 80.$

Man bringt hiezu alles auf einerlei Namen, hier am schnellsten auf kr. Der Dividend gibt $1553\frac{1}{3}$ kr., der Divisor $\frac{285}{12}$ kr. Die Division geschieht sodann nach §. 115 und man findet, daß die Anzahl der verrechneten Taschen 80 ist.

Uebungsbeispiele.

698) Für 154 fl. $27\frac{5}{8}$ kr. soll Tuch angekauft werden, und zwar die Elle zu 4 fl. 34 kr. 3 pf.; wie viel Ellen bekömmt man?

Digitized by Google

699) Wenn 2 ℔. 16 Loth Tabak einen Gulden kosten, was werden hievon 1 Ctr. $40\frac{3}{4}$ ℔. kosten?

700) Wenn 1 ℔. Fleisch 8 kr. 3 pf. kostet, wie viel kann man für 15 fl. kaufen? (Man bringe im Kopfe alles auf kr.)

* §. 124. Kürzere Verfahrungsarten zum Multipliciren und Dividiren mehrfach benannter Zahlen mit Brüchen.

Die in den beiden vorigen §§. gegebenen allgemeinen Regeln reichen zwar für alle Fälle aus, die beim Multipliciren und Dividiren in mehrfach benannten Zahlen und Brüchen vorkommen können; meistens aber kann man auch hier, mit Anwendung der §§. 83 bis 86 und des §. 120, schneller rechnen. Der Deutlichkeit wegen sollen hiebei 4 Fälle unterschieden werden, nämlich: wenn der Bruch vorkömmt A) nur im Multiplicanden, B) nur im Dividenden, C) auch im Anzeiger (Multiplicator), und endlich D) auch im Divisor.

A.) Ist eine mehrf. benannte Zahl, die bei ihrem niedersten Namen einen Bruch hat, mit einer ganzen Zahl zu multipliciren, so multiplicire man zuerst den Bruch (nach §. 113), und dann die mehrfach benannte Zahl (nach einem der §§. 83, 84, 85 oder 86).

Beispiel. 1.)

fl.	kr.	hl.	
317	43	$5\frac{6}{7}$	$\times 4$
1270	54	$7\frac{5}{7}$	

Man sagt: 4mal $\frac{6}{7}$ gibt $\frac{24}{7} = 3\frac{3}{7}$ hl.; schreibt die $\frac{3}{7}$ ins Product herunter u. merkt sich die ganze Zahl 3 hl., um sie zum folgenden Producte 5 hl. $\times 4$ zu addiren. Dieses gibt 20 hl., und hiezu die gemerkten 3 hl. addirt, gibt 23 hl. $=$ 2 kr. 7 hl. Man schreibt die 7 hl. herunter, merkt sich die 2 kr. und fährt in dieser Art ganz nach §. 84 fort.

2.)

fl.	kr.	pf.	
21	37	$2\frac{3}{5}$	$\times 15$;
108	8	1	$\times 5$
324	24	3	$\times 3$

3.)

fl.	kr.	
809	$32\frac{9}{11}$	$\times 73$; (10.7+3)
8095	$28\frac{2}{11}$	$\times 10$
56668	$17\frac{3}{11}$	das 70fache
2428	$38\frac{5}{11}$	„ 3 „
59096	$55\frac{8}{11}$	„ 73 „

Im 2ten Beispiele ist die Multiplication nach §. 85, und im 3ten nach §. 86 verrichtet. Die Gründe des Verfahrens sind in diesen §§. und in dem §. 113 nachgewiesen.

Digitized by Google

Uebungsbeispiele.

701) 1 Elle Tuch kostete 6 fl. $51\frac{3}{17}$ kr.; was 8 Ellen?
702) Was kosten 21 ℔.? das ℔. zu 38 kr. $2\frac{5}{8}$ hl.
703) Das Wichsen einer Patrontasche kostet 19 kr. $3\frac{1}{3}$ hl.; was 53?
704) „ „ von einem Cartouche kostet 11 kr. $1\frac{1}{3}$ hl.; w. 271?
705) 1 Ctr. Kupfer kostete 93 fl. $43\frac{5}{8}$ kr.; was kosten 50 Ctr.?
706) 809 fl. $27\frac{5}{11}$ kr. × 67? ‖ **707)** 2174 fl. $13\frac{4}{19}$ kr. × 87?

B.) Ist eine mehrf. benannte Zahl, die bei ihrem niedersten Namen einen Bruch hat, durch eine ganze Zahl zu dividiren, so fängt man (wie im §. 92) beim höchsten Namen linker Hand an. Kömmt man dann beim letzten Reste auf den Bruch, so wird dieser nach §. 115 dividirt.

Beispiele.

	fl.	kr.	hl.			fl.	kr.	pf.	
1.)	1270	54	$7\frac{3}{7}$	: 4	3.)	7521	37	$2\frac{5}{5}$	: 15
	317	43	$5\frac{6}{7}$			2507	12	$2\frac{1}{5}$	: 3
							132	10	
						501	26	$2\frac{1}{25}$	: 5

Quot. = 6 fl. 9 kr. $1\frac{2}{5}$ hl.

2.) 104 fl. 35 kr. $7\frac{4}{5}$ hl. : 17; das 1te und das 2te Beispiel sind nach §. 92; das 3te aber nach §. 116. II. gerechnet. Dem Reste des niedersten Namens ist jedesmal noch der Bruch des Dividenden angehängt, und diese verbundene Zahl durch den Divisor (nach §. 115) getheilt; so z. B. bleibt im 2ten Beispiele zuletzt der Rest 6 hl., zu diesem die $\frac{4}{5}$ Heller des Dividenden herunter geschrieben, und diese verbundene Zahl $6\frac{4}{5} = \frac{34}{5}$ durch 17 dividirt (nach §. 106. Grundsatz III), gibt $\frac{34:17}{5} = \frac{2}{5}$ hl. in den Quotienten.

:(17) 102 — 2 fl. — ×60 — 155 kr. — :(17) 153 — 2 kr. — ×8 — $23\frac{4}{5}$ hl. — :(17) — $6\frac{4}{5}$ hl. $= \frac{34}{5} : 17 = \frac{2}{5}$ hl.

Dieses Verfahren gründet sich darauf, daß man den Hellerbruch als einen niedern Namen des Hellers ansehen, und daher als letztes Stück des Dividenden einzeln theilen konnte.

Uebungsbeispiele.

708) 5 Ellen Tuch kosteten 27 fl. $43\frac{5}{9}$ kr.; was 1 Elle hievon?
709) 8 Ctr. kosteten 7523 fl. $39\frac{5}{7}$ kr.; was 1 Ctr.?

Digitized by Google

710) 10 Schffl. Korn kosteten 92 fl. $33\frac{1}{2}$ kr.; was 1 Schffl.?
711) 42 Ctr. Heu kosteten 108 fl. $52\frac{5}{7}$ kr.; was 1 Ctr.?
712) 1 ℔. kostete 35 fl. 46 kr. $5\frac{7}{8}$ hl.; was 1 Loth?
713) Was trifft jeden Tag, wenn eine Jahresbesoldung 1162 fl. 21 kr. $5\frac{2}{3}$ hl. beträgt? (1 Jahr = 365 Tagen).

C.) Ist eine mehrfach benannte Zahl mit einem Bruche zu multipliciren, so multiplicire man zuerst mit dem Zähler (nach A.), und dividire sodann das Herausgebrachte durch den Nenner (nach B.).

1.)

fl.	kr.	hl.	
9	26	$1\frac{2}{5}$	$\times \frac{3}{4}$
			$\times 3$
28	18	$4\frac{1}{5}$	
			$: 4$
7	4	$5\frac{1}{20}$	

2.)

fl.	kr.	hl.	
18	5	6	$\times 4\frac{2}{3}$, d. i. $\frac{14}{3}$
			$\times 7$
126	40	2	
			$\times 2$
253	20	4	
			$: 3$
84	26	$6\frac{2}{3}$	

Erklärung. Im 1ten Beispiele ist zuerst mit 3 (wie bei A.) multiplicirt, und sodann das Herausgekommene durch 4 dividirt (wie bei B.). Man hätte aber auch zuerst die 9 fl. 16 kr. $1\frac{2}{5}$ hl. durch 4 dividiren, und das hiedurch erhaltene Viertel 3mal nehmen können. Beides gründet sich darauf, daß eine Zahl mit $\frac{3}{4}$ multipliciren, nichts anderes bedeutet, als ein Viertel der Zahl 3mal, oder vom 3fachen der Zahl das Viertel nehmen (§. 116.)

Im 2ten Beispiele wurde der Anzeiger $4\frac{2}{3}$ in den unächten Bruch $\frac{14}{3}$ verwandelt; hierauf zuerst mit seinem Zähler $14 = 7 \times 2$ (nach §. 85) multiplicirt, und das erhaltene Product 253 fl. 20 kr. 4 hl. durch 3 dividirt. Man hätte jedoch auch mit zerstücktem Anzeiger multipliciren können, nämlich zuerst mit dem Bruche $(\frac{2}{3})$ und dann mit den (4) Ganzen.

3tes Beispiel. Wenn der Anzeiger (z. B. $37\frac{1}{10}$) einen Bruch $(\frac{1}{10})$ enthält, dessen Nenner in Factoren zerlegbar ist, so zerstückt man diesen Bruch $(\frac{1}{10})$ in solche kleinere $(\frac{8}{10} + \frac{4}{10} + \frac{1}{10})$, die sich mit ihrem Zähler heben lassen $(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{10})$. Die Zähler der Stücke werden hiedurch 1, und die Rechnung daher vereinfacht. Demgemäß ist hierunten der Anzeiger $37\frac{1}{10}$ zerstückt in $30 + 7 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{10}$, was zusammen $= 37\frac{1}{10}$ ist. Nun ist zuerst das 30fache, dann das 7fache gesucht (nach §. 86); hierauf die Hälfte, indem die oberste Zeile mit 2 dividirt wird (nach B.); ferner das 4tel durch Division der Hälfte

Digitized by Google

fl.	kr.	pf.		
481	22	3	× $37\frac{15}{16}$	
			× 10	
4813	47	2	× 3	
14441	22	2	das 30fache	
3369	39	1	„ 7 „	
240	41	$1\frac{1}{2}$	die Hälfte.	
120	20	$2\frac{5}{4}$	das 4tel.	
30	5	$\frac{11}{16}$	„ 16tel.	
18202	8	$3\frac{15}{16}$		

(240 fl. 41 kr. $1\frac{1}{2}$ hl.) durch 2 (indem $\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{4}$), und endlich ist das 16tel gesucht, durch Division des Viertels (120 fl. 20 kr. $2\frac{5}{4}$ hl.) durch 4. Sodann sind die einzelnen Producte addirt, und ihre Summe 18202 fl. 8 kr. $3\frac{15}{16}$ hl. ist das gesuchte $37\frac{15}{16}$fache von 481 fl. 22 kr. 3 pf. (Die Theilungen und Zusammenzählungen sind ohne Nebenrechnung gemacht, und es ist diese Art selbst bei klein. Brüchen, z. B. $\frac{5}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ u. dgl. anwendbar.)

Uebungsbeispiele.

714) Wenn ein ℔. verarbeitetes Kupfer 1 fl. 14 kr. 5 hl. kostet, was dann ein Gefäß, das $\frac{5}{9}$ ℔. wiegt?
715) 1 ℔. kostete 27 fl. $46\frac{2}{3}$ kr., was 6 ℔. 25 Loth (d. i. $6\frac{25}{32}$ ℔.)?
716) 1 ℔. kostete 52 kr. $6\frac{5}{7}$ hl., was kosten hievon 11 Loth?
717) 1 ℔. kostete 35 fl. $51\frac{17}{19}$ kr., was 67 ℔. 23 Loth?
718) 1 Fuß Bauholz soll 1 fl. 3 kr. 4 hl. kosten, was 19′ 7″ Ddz.?

D.) Ist eine mehrfach benannte Zahl durch einen Bruch zu dividiren, so kehre man diesen um (nach §. 115.), und multiplicire damit den Dividenden nach C. Ist der Divisor eine gemischte Zahl, so bringe man diese auf einen unächten Bruch und verfahre dann eben so.

1.) Man dividire 87 fl. 13 kr. $2\frac{3}{4}$ pf. durch $\frac{5}{7}$.

fl.	kr.	pf.	
87	13	$2\frac{3}{4}$	das 1fache
17	26	$2\frac{12}{20}$	das 5tel
17	26	$2\frac{12}{20}$	das 5tel
122	7	$-\frac{13}{20} \parallel \frac{53}{20} = 2\frac{13}{20}$	

Man kehrt $\frac{5}{7}$ um, u. multiplicirt mit $\frac{7}{5}$. Dieß ist aber zerstückbar in $1 + \frac{2}{5}$ oder in $1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$. Man dividirt daher den Dividenden 87 fl. 13 kr. ꝛc. mit 5, schreibt das erhaltene 5tel unter das 1fache 2mal an, und addirt die 3 unter einander stehenden Zeilen. Man hätte jedoch auch gerade so wie im 1ten Beispiele bei C. verfahren können.

Uebungsbeispiele.

(Siehe vorher das Beispiel 2. Seite 189.)

719) 3 fl. 41 kr. 3 pf. : $\frac{17}{30}$?
720) 15 fl. $17\frac{5}{11}$ kr. : $\frac{15}{32}$?
721) 17 Ctr. $31\frac{1}{8}$ ℔. : $\frac{1}{30}$?
722) 40 ℔. $3\frac{1}{12}$ Lth. : $4\frac{20}{21}$?
723) 5 Schffl. $3\frac{1}{5}$ Metz. : $31\frac{7}{12}$?
724) 319 Eim. 25 Mß. : $\frac{15}{16}$?

Digitized by Google

2.) Man dividire 124 fl. 36 kr. 3 hl. durch $3\frac{1}{15}$.

fl.	kr.	hl.	
124	36	3	
623	1	7	× 5
1869	5	5	× 3
233	38	$1\frac{5}{8}$	: 8
33	22	$4\frac{45}{56}$	: 7

Der Divisor $3\frac{1}{15}$ eingerichtet, gibt $\frac{56}{15}$; dieser wird umgekehrt; man erhält $\frac{15}{56} = \frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 7}$ und multiplicirt damit wie bei C.

Anmerkung. Im zweiten Falle der Division (§. 123), wenn nämlich Dividend und Divisor benannte Zahlen sind, kann man nicht einfacher, als bereits im §. 123 angegeben ist, verfahren.

§. 125. Practische Aufgaben, in welchen Brüche vorkommen.

In den Aufgaben der §§. 45 u. 96 sind Brüche vermieden. Da aber deren Behandlung nun erlernt ist, so können jetzt auch Aufgaben gerechnet werden, gleichviel ob in denselben Ganze oder Brüche, einfach oder mehrfach benannte Zahlen vorkommen. Anfänger erleichtern sich hiebei die Erkennung der nöthigen Rechnungsart (§. 45), indem sie zuerst an die Stelle der gegebenen Brüche sich beliebige ganze Zahlen denken; dann (nach §. 45) überlegen, welche Rechnungsart mit diesen anzuwenden wäre, und hierauf die nämliche mit den gegebenen Brüchen vornehmen. Z. B.

1.) Wenn 1 ℔ Pulver 36 kr. kostet, was kosten hievon $\frac{3}{4}$ ℔?

Ausrechnung. Man denkt sich an die Stelle des gegebenen Bruches ($\frac{3}{4}$ ℔.) eine beliebige ganze Zahl, z. B. 3, und sagt: wenn 1 ℔. 36 kr. kostet, so kosten 3 ℔. auch 3mal so viel (nach §. 46. Zus. 1). Man muß also 36 kr. 3mal nehmen, d. i. mit 3 multipliciren, verrichtet jedoch anstatt mit 3 sogleich die Multiplication mit dem gegebenen Bruche $\frac{3}{4}$; man erhält 36 kr. × $\frac{3}{4}$ = 27 kr., und dieß ist der Preis der $\frac{3}{4}$ ℔. Pulver, von dem 1 ℔. 36 kr. kostet.

2) **Beispiel.** $\frac{2}{5}$ Ellen Tuch wurden mit $4\frac{5}{8}$ fl. bezahlt; was wird die Elle von diesem Tuche kosten?

Ausrechnung. An die Stelle der gemischten Zahlen und Brüche ($4\frac{5}{8}$ fl. und $\frac{2}{5}$ Ellen) denkt man sich wieder beliebige ganze Zahlen, z. B. 5 fl. und 3 Ell., und sagt: um aus dem Werthe 5 fl. von 3 Ell. jenen von 1 Ell. zu finden, müßte man (nach §. 46. Zus. 2) den Werth (5 fl.) durch die Anzahl der Ellen (3) dividiren; das nämliche aber thut man nun mit den gegebenen Brüchen $4\frac{5}{8}$ fl. und $\frac{2}{5}$ Ell. und

Digitized by Google

erhält $4\frac{5}{6}$ fl. : $\frac{2}{3}$ = $\frac{5\,7}{8}$ fl. × $\frac{3}{2}$ = $\frac{1\,1\,1}{1\,6}$ fl. = $6\frac{15}{16}$ fl. = 6 fl. 56 kr. 1 pf.

Anmerkung. Wer die Bedeutung des Bruches (§. 102) und jene der Multiplication und Division genau kennt, wird beim 1ten Beispiele gleich sagen können: der Werth von $\frac{2}{3}$ ℔. ist jener von $\frac{1}{3}$ ℔. 3mal genommen; der Werth von $\frac{1}{3}$ ℔. ist $\frac{3}{5}^6$ kr. = 9 kr., und dieß 3mal, gibt 27 kr. Ferner beim 2ten Beispiele: 2 Drittel-Ellen kosten $\frac{3}{8}^7$ fl, daher 1 Drittel-Elle nur die Hälfte, d. i. $\frac{3}{8}^7$: 2 = $\frac{3}{1}\frac{7}{6}$ fl. u. folglich 3 Drittel-Ellen (d. i. 1 Elle) 3 × $\frac{3}{1}\frac{7}{6}$ fl. = $\frac{1\,1\,1}{1\,6}$ fl. ꝛc. wie oben.

3.) 1 Schffl. Weitzen kostete 14 fl. 19 kr., was 5 Schffl. 3 Metz.?

Rechnung. Die 5 Schffl. 3 Metz. werden (siehe §. 87) auf den Namen jener Einheit gebracht, deren Werth bekannt ist, also hier auf Schäffel. Man erhält $5\frac{3}{5}$ Schff., d. i. $5\frac{1}{2}$ Schffl., u. multiplicirt damit (n. §. 124. C.) den Preis von 1 Schäffel (14 fl. 19 kr).

14 fl. 19 kr.	× $5\frac{1}{2}$.		
71	35	das 5fache	
7	$9\frac{1}{2}$	die Hälfte.	

78 fl. 44 kr. 2 pf. kosten die 5 Schffl. 3 Metz.

4.) 3 ℔. 24 Lth. Blei kosteten 41 kr. 1 pf., was 1 Pfund?

Ausrechnung. Man bringt die mehrfach benannte Zahl (3 ℔. 24 Lth.), deren Werth oder Preis bekannt ist, auf den Namen jener Einheit, deren Preis gesucht wird; also hier auf Pfund. Man erhält $3\frac{2}{3}\frac{4}{2}$ ℔., d. i. $3\frac{3}{4}$ oder $\frac{1\,5}{4}$ ℔., und dividirt daher (wie im 2ten Beisp.) den Preis 41 kr. 1 pf. durch die Anzahl ($\frac{1\,5}{4}$) der Pfunde (nach §. 124. D).

kr.	pf.		
41	1 :	$\frac{1\,5}{4}$	
41	1 ×	$\frac{4}{1\,5}$	
165	–	× 4	
		: 15	

11 kr. kostet 1 Pfund.

§. 126. Uebungsbeispiele.

725) Wenn der Werth oder Preis von einem Pfunde (oder 1 Metzen, oder 1 Elle u. s. w.) einer Waare bekannt ist, wie findet man den Preis jeder andern Anzahl Pfunde (od. Metzen, od. Ellen ꝛc.) sie mögen nun durch Ganze, od. durch Brüche od. gemischte Zahlen angegeben seyn? z. B.

a.) 1 ℔. Oel kostete $21\frac{1}{2}$ kr.; was werden 16 ℔. kosten?
b.) 1 ℔. Wolle „ 1 fl. 8 kr.; „ „ $5\frac{5}{8}$ ℔. „ ?
c.) 1 ℔. Brod „ 2 kr. 3 hl.; „ „ $\frac{7}{1\,6}$ ℔. „ ?

726) Wenn wieder der Preis von 1 Pfund (1 Metz. u. s. w.) bekannt ist, wie findet man dann den Preis einer beliebigen Anzahl von Zentnern und Pfunden (Metzen und

Digitized by Google

oder von Zentnern allein, oder von Pfund
er von Loth allein? z. B.
er kostete $32\frac{2}{3}$ kr.; was kosten 2 Ztr. $7\frac{1}{3}$ ℔.?
? ‖ c.) was 3 ℔. 19 Lth? ‖ d.) was 26 Lth.?
Gerste kostete 1 fl. 41 kr.; was 5 Metz. 1 Vrtl.?
Thaler gilt 1 fl. 45 kr.; was gelten 5 pr. Thlr.?
pr. Thlr. 13 Groschen (1 pr. Thlr. zu 30 Grosch.)?
elten 17 preuß. Groschen nach unserm Gelde?

man von einer Waare eine bestimmte Anzahl
Ellen u. s. w.) für ein gewisses Geld bekömmt, und
nun ausrechnen will, wie viel 1 ℔. (1 Elle u. s. w.)
, wie muß man rechnen?
6 ℔. Wildpret kosteten $2\frac{4}{15}$ fl.; was kostet 1 ℔.?
Ein Stück Leinwand von $33\frac{3}{4}$ Ellen kostete 13 fl. 46 kr.
7 hl.; was kostet 1 Elle von diesem Stücke?
c.) $\frac{7}{8}$ Eimer Wein kosteten 15 fl. $1\frac{1}{4}$ kr.; was 1 Eimer?

728) Wenn aber das Gekaufte in Zentnern besteht? (oder in Zntrn. und Pfunden? oder in Lothen? oder in Lothen und ℔.? oder in Ztr., Lth. und ℔.?) wie rechnet man dann den Preis von 1 ℔. aus? z. B.

a.) $\frac{5}{6}$ Ztr. Leder kosteten $129\frac{1}{2}$ fl., was 1 ℔.?
b.) 1 Ztr. $2\frac{1}{2}$ ℔. Messing kosteten $115\frac{3}{8}$ fl.; was 1 ℔.?
c.) 7 Lth. Seide kosteten 3 fl. $22\frac{1}{2}$ kr.; was 1 ℔.
d.) 3 ℔. 12 Lth. Tabak kosteten $5\frac{3}{5}$ fl.; was 1 ℔.?
e.) Eine Bildsäule von Erz im Gewichte zu 2 Ctr. 13 ℔. 20 Lth. kostete 509 fl. 36 kr.; was per ℔.

Vermischte Beispiele zur Uebung.

729) $6\frac{2}{3}$ Schäffel Hafer kosteten $43\frac{3}{4}$ fl.; was 1 Metzen?
730) 1 Metzen Gerste kostete 1 fl. 36 kr.; was $3\frac{1}{2}$ Schffl.?
731) 1 Loth Oel zu $\frac{5}{6}$ kr.; was kosten $\frac{3}{4}$ Ztr.?
732) 1 Elle Tuch zu 4 fl. 18 kr.; was kosten $4\frac{2}{3}$ Ellen?
733) $16\frac{1}{2}$ Ell. Leinwand kosteten 7 fl. 40 kr.; was 1 Ell.?
734) 1 Elle zu $15\frac{1}{2}$ kr.; was das Stück zu $30\frac{2}{3}$ Ellen?
735) 1 Loth Tabak kostete $3\frac{1}{4}$ kr.; was 5 ℔.?
736) Wie viel Tuch braucht man zu 6 Röcken, wenn zu jedem $2\frac{5}{8}$ Ellen nöthig sind?
737) Wie viel paar leinene Pantalon, jede mit $3\frac{5}{9}$ Ellen, gibt ein Stück Leinwand von $30\frac{2}{3}$ Ellen?
738) 3 Stücke Leinwand von 31 Ell., $30\frac{1}{2}$ Ell., u. $32\frac{2}{3}$ Ell.

Digitized by Google

gaben 27 Hemden und einen Rest von $\frac{5}{16}$ Ellen; wie viel Ellen sind zu jedem Hemde verwendet?

739) Jemand geht die Poststunde in $\frac{3}{4}$ Stunden; wie weit kömmt er in 12 Stunden (Zeit)?

740) Von München nach dem $8\frac{1}{2}$ Meilen entfernten Augsburg fährt man auf der Eisenbahn in $2\frac{1}{3}$ Stunden; was ist a) der in 1 Stunde zurückgelegte Weg? u. b) wie viel Stunden und Minuten würde man brauchen, um in gleicher Art von München nach dem $31\frac{1}{2}$ Meilen entfernten Bamberg zu kommen?

741) Wie viel Tage braucht ein Corps, um $120\frac{1}{2}$ Säulenstunden zurückzulegen, wenn es die Säulenstunde in $\frac{4}{5}$ Stunden macht, und täglich 8 Stunden lang marschirt?

742) Eine Ordonnanz ging um 9 Uhr 25 Minut. von München nach dem $3\frac{1}{2}$ Poststationen entfernten Landsberg ab, und legt die Poststunde in $\frac{2}{3}$ Stunden (Zeit) zurück; um wie viel Uhr kann sie in Landsberg eintreffen?

743) Wie viel Ballen, Rieß, Buch und Bogen Papier braucht man zur Anfertigung von 100000 scharfen Musketen-Patronen, da jede Hülse mit $\frac{1}{12}$ Bogen gemacht ist?

744) Wie schwer wiegt die mit 48 scharfen Patronen gefüllte Patrontasche, da die leere Tasche 2 ℔. 18 Lth. wiegt, dann jede Patrone $\frac{8}{10}$ Lth. Pulver und eine Kugel enthält, von denen $19\frac{3}{4}$ auf 1 ℔. gehen?

745) Wie viel Pulver und Blei ist bei 80000 scharfen Karabiner-Patronen, von denen jede mit $\frac{9}{10}$ Lth. Pulver und einer Kugel gefüllt ist, die 1 Lth. $2\frac{2}{5}$ Qt. wiegt?

746) Der Feuerabgang beim Gießen von Bleikugeln ist $\frac{1}{25}$ Lth. per ℔.; was ist der Abgang bei 3 Ctr. 68 ℔. 18 Lth.?

747) Wie vielmal ist die Muskete schwerer als ihre Kugel? Erstere wiegt $8\frac{1}{2}$ ℔., letztere 1 Lth. $2\frac{2}{3}$ Quint.

748) Der wie vielte Theil des Gewichtes dieser Kugel ist die zugehörige Ladung von $\frac{8}{10}$ Lth. Pulver?

749) Der Ctr. Eisen kostet bei den 24℔er Vollkugeln 13 fl., bei den 12℔er Granaten 21 fl.; was kostet 1 ℔. dieser Geschoße?

750) Was kostet daher ein scharfer Schuß des 24℔ers (an Eisen und Pulver), wenn die Kugel 20 ℔. 12 Lth. wiegt, die Pulverladung $\frac{1}{3}$ Kugelschwere ist, und 1 ℔. Pulver zu 28 kr. verrechnet wird?

Digitized by Google

751) Wie viel betragen 100 fl. unseres Geldes nach preuß. Gelde, da 1 fl. $= \frac{4}{7}$ preuß. Thaler ist, der preuß. Thlr. aber 30 Silber-Groschen und ein solcher 12 Pfenninge zählt?

752) 2814 fl. 26 kr. bayer., wie viel sind es preuß. Thlr. ꝛc.?

753) 1 östreich. Lira gilt bei uns $24\frac{1}{2}$ kr., was 375 Lire?

754) 183 fl. 42 kr. bayer., wie viel sind es östreich. Lire?

755) Jemand wechselt 128 Viertl. Krthl. (zu 39 kr.) gegen bayer. oder Geschichtsthaler ein (welche die k. Münze nur zu 2 fl. 27 kr. abgibt), wie viele erhält er?

756) Eine Lieferung von Bauholz wurde zu 1 fl. 17 kr. per laufenden Fuß abgegeben; was kosten demnach 3 Stämme von der Länge: a.) 32′ 4″, b.) 49′ 9″, c.) 65′ 11″ Ddz.?

757) Ein Rest rothes Tuch, die Elle zu 14 fl. 32 kr., hält noch $\frac{7}{8}$ Ell.; was kosten $\frac{2}{3}$ dieses Restes?

§. 127. Aus dem bekannten Preise (oder Werthe) einer bestimmten Anzahl Einheiten, den Preis (oder Werth) jeder andern Anzahl gleichnamiger Einheiten zu finden.

Wenn der Preis von einer bestimmten Anzahl Pfunde (oder Ellen ꝛc.) einer Waare bekannt ist, und nun der Preis irgend einer andern Anzahl (jedoch ebenfalls) Pfunde (oder Ellen ꝛc.) ausgerechnet werden soll, so *suche* man zuerst den Preis oder Werth von 1 Pfund (kurz von *einer* Einheit, nach §. 46. Zus. 2), und multiplicire das Herausgebrachte mit der Anzahl jener Pfunde (kurz gleichnamigen Einheiten), deren Preis gesucht wird (nach §. 46. Zus. 1).

1tes Beispiel. Jemand kaufte 12 Pfund Brod um 31 kr.; was werden 19 Pfund von solchem Brode kosten?

Rechnung. Man sagt: wenn 12 ℔. Brod 31 kr. kosten, so kostet 1 ℔. nur den 12ten Theil, d. i. $\frac{31}{12}$ kr. $= 2\frac{7}{12}$ kr., u. 19 ℔. werden 19mal so viel als 1 ℔., nämlich $2\frac{7}{12}$ kr. $\times 19 = 38\frac{133}{12}$ kr. $= 49\frac{1}{12}$ kr. kosten (nach §. 46. Zus. 2 u. 1).

Antwort. Die 19 ℔. Brod werden 49 kr. $\frac{2}{3}$ hl. kosten.

2tes Beispiel. Für 5 Metzen Gerste wurden 7 fl. 30 kr. bezahlt; was werden 2 Schäffel 4 Metzen hievon kosten?

Rechnung. Ist wie in diesem Beispiele die Anzahl, deren Preis gesucht wird (nämlich 2 Schffl. 4 Metz.), mit jener (5 Metz.), deren Preis gegeben ist, nicht gleichbenannt, so muß man sie vor allem unter einerlei und einfachen Namen

Digitized by Google

bringen (hier z. B. Metzen od. Schffl.), und dann erst wieder wie im obenstehenden 1ten Beispiele rechnen; denn wer den Werth von mehreren Einheiten ausrechnen will, muß zuerst den Werth von einer dieser Einheiten kennen. Man verwandelt demnach hier die 2 Schffl. 4 Metz. in 16 Metz. und sagt dann: 5 Mtz. kosten 7 fl. 30 kr., was 16 Metzen?

hierauf: 1 „ kostet $\frac{7 \text{ „ } 30 \text{ „}}{}$: 5, nämlich nur den 5ten Theil, d. i. . . . . 1 „ 30 „ (nach §. 92 divid.), folglich kosten 16 Metzen $\frac{1 \text{ „ } 30 \text{ „}}{}$ × 16, nämlich 16mal mehr, d. i. . . . . 24 fl. – kr. (nach §. 84 multiplicirt).

Antwort. Die 2 Schffl. 4 Metz. kosten 24 fl.

Man hätte die 5 Metz. und 2 Schffl. 4 Metz. auch beide auf ihren höhern Namen (Schffl.) bringen können, was bei manchen Aufgaben kürzer ist, obgleich man hiedurch Brüche in die Rechnung bekömmt.

3tes Beispiel. 1000 Patronen wurden von 8 Mann angefertigt; wie viel solche Patronen können daher 27 Mann in gleicher Zeit vollenden?

Rechnung. Man schließt, wie hier nebenan, zuerst auf die Arbeit eines Mannes, indem man sagt:

8 M. machten 1000 Patr.
1 „ machte $\frac{1000}{8}$ „
27 „ machen $\frac{1000}{8}$ × 27 Patr.
d. i. $\frac{27000}{8}$ = 3375 Ptr.

1 Mann macht nur den 8ten Theil der Arbeit, d. i. $\frac{1000}{8}$ Patr., und 27 Mann können 27 mal so viel als 1 Mann verfertigen. Daher ist die Anw.: die 27 Mann können 3375 Patr. anfertigen.

Anmerkung. Aus dem vorstehenden Beispiele ist ersichtlich, daß sich das oben angegebene Verfahren auch noch auf andere Fälle, als nur auf die Preisberechnung bei Kauf u. Verkauf anwenden läßt; aber erst später (VIte Abtheilung) kann hievon allgemeiner die Rede seyn.

Zusatz. In der nämlichen Ordnung, wie obige Beispiele schriftlich gerechnet sind, eben so rechnet man sie auch im Kopfe. Man schließt nämlich zuerst auf die Einheit (mit Hülfe der §§. 94 u. 42), und multiplicirt sodann das Herausgebrachte mit jener Anzahl, deren Preis (od. Werth) gesucht wird (nach §. 89 u. 31). Man rechne nun auch die obigen 3 und von den folgenden die ersten 6 Beispiele im Kopfe.

Uebungsbeispiele.

758) 5 Ztr. Mehl kosteten 30 fl.; was kosten 17 Ztr.?

Digitized by Google

759) 7 ℔. Reis kosteten 1 fl. 12 kr.; was kosten 42 ℔.?
760) Was kosten 5 Halstücher, das Dutzend zu 4 fl. 48 kr.?
761) Ein Stück Leinwand von 31 Ellen soll 12 fl. kosten; was werden hievon 14 Ellen kosten?
762) Wer 2 Meil. in 3 Stund. geht; wie weit kömmt er in 8 St.?
763) „ $5\frac{3}{4}$ „ „ 7 „ „ ; wie weit in 2 Stunden?
764) „ $16\frac{5}{8}$ „ „ 1 St. 54 M. fährt; wie weit in 8 Stund.?
765) 520 Paar Halbstiefel sind um 1721 fl. in Accord gegeben; was kann für eine Lieferung von 164 Paar bezahlt werden?
766) Wenn man für 13 fl. 40 kr. $2\frac{3}{4}$ Ellen blaues Tuch erhält; wie viel Ellen dann für 100 fl.?
767) A. und B. kauften 1 Ztr. Mehl um 12 fl. 23 kr.; A. behielt 74 ℔., B. den Rest; wie viel muß jeder zahlen?
768) Auf 6 ℔. Oel trifft 1 Lth. Dochtgarn; wie viel auf $74\frac{1}{2}$ ℔. Oel?
769) Wenn beim Kugelgießen von jeden 100 ℔. Blei $4\frac{1}{2}$ ℔. verloren gehen; wie viel dann von 287 ℔. 12 Lth.?
770) 5 Rieß Papier kosteten 17 fl.; was kosten 4 Buch?
771) 15 ℔. Blech kosteten 3 fl. 30 kr.; was kosten 8 ℔.?
772) Was kosten 3 Mäßl. Mehl, das Vrtl. zu 1 fl. 8 kr.?
773) Zur Füllung von 6 Lampen waren 2 ℔. 2 Lth. Oel nöthig; wie viel ist erforderlich zu 25 solchen Lampen?
774) Bei einem Versuche mit einer Lampe brannten 4 ℔. 20 Lth. Oel 125 Stunden lang; was ist bei dieser Lampe der Oelverbrauch für 9 Stunden?
775) Wenn 31 Mann 20 ℔. Fleisch erhalten, was 84 M.?
776) Zu 10 Röcken waren nöthig $23\frac{5}{8}$ Ellen blaues Tuch, $\frac{5}{4}$ Ellen rothes Tuch und $19\frac{1}{2}$ Ellen Unterfutter; wie viel Ellen von jedem erfordern 1458 solcher Röcke?
777) Die 7 Ctr. Granate wiegt $12\frac{1}{2}$ ℔. Eisen, was kostet dieß, da 100 ℔. von diesem Eisen 15 fl. kosten?
778) Welchen Zins tragen 341 fl. in einem Jahre, wenn sie zu 4 vom Hundert (4 Procent) ausgeliehen sind?*
779) Was tragen 570 fl. jährlich Zinsen zu $3\frac{1}{2}$ Procent?

Die Aufgaben der beiden folgenden §§. können auch hier gerechnet werden.

* Anmerkung. Wenn Jemand einem Andern Geld leiht, so bezahlt der Letztere (Schuldner) dem Erstern (Gläubiger) eine Miethe für die Benützung des Geldes; diese Miethe heißt der Zins oder das Interesse; das Hergeliehene aber heißt das Kapital. Der jährliche

tient 8 fl. 19 kr. $5\frac{5}{7}$ hl. ist der Preis von 2 Schäffel 4 Metzen 1 Viertel.

2. **Beispiel.** 8 Ztr. Reis kosteten 172 fl. 32 kr. Was werden von der nämlichen Waare 3 Ztr. 25 Pfund kosten?

Rechnung. 8 Ztr. —— 172 fl. 32 kr. —— $3\frac{1}{4}$ Ztr.

: 8)

21 34

× 3

64	42	das 3 fache	Von 21 fl. 34 kr.
5	$23\frac{1}{2}$	das Viertel	

Antw. 3 Ztr. 25 ℔ kosten 70 fl. $5\frac{1}{2}$ kr.

Erklärung. Da 25 Pfund $= \frac{1}{4}$ Ztr. ist, so brachte man den IIIten Satz 3 Ztr. 25 Pfund gleich auf den Namen des Iten Satzes, nämlich auf Zentner.

Da man ferner hier voraussieht, daß sich der IIte Satz (172 fl. 32 kr.) durch die Zahl 8 des Iten Satzes ohne Rest theilen läßt, so sind zuerst die 172 fl. 32 kr. durch 8 dividirt (nach §. 92. B.), und sodann die herausgebrachten 21 fl. 34 kr. mit $3\frac{1}{4}$ multiplicirt (n. §. 124 C.), wobei man die Antwort 70 fl. 5 kr. 2 pf. erhält.

Uebungsbeispiele.

Man rechne zuerst jene des §. 127 u. einige des §. 126.

780) Wenn der Ztr. 30 fl. kostet, was kost. 2 ℔ 8 Loth?

781) Eine Weberei lieferte 473 Ellen graues Tuch; was gebührt ihr hiefür, da 100 Ellen dieses Tuches zu 163 fl. bedungen sind?

782) Was kosten 5 Tagwerk 17 Dezimalen Wiesen, von denen 40 Dezim. zu 37 fl. 35 kr. verkauft wurden?

783) Ein Bothe erhielt für $9\frac{3}{4}$ Meilen 2 fl. 25 kr.; was gebührt ihm für $3\frac{5}{8}$ Stunden?

784) 1 Dutzend Hemden wurde aus $41\frac{1}{2}$ Ellen geschnitten; wie viel Leinwand ist zu 250 Hemden nöthig?

785) Ein Einstandskapital von 460 fl. liegt zu $4\frac{1}{2}$ Procent auf Zinsen; was ist der jährliche Zinsenertrag?

786) Ein Kapital, welches jährlich 19 fl. 56 kr. Zins trägt, wie viel trägt es in 4 Jahren 7 Monaten?

787) wie viel vom 13ten Nov. 1839 bis 1ten März 1842?

788) Der Ankauf von 1 Ohm 24 Mß. Wein betrug 42 fl. 50 kr., die Fracht 30 fl. 14 kr.; wie hoch kömmt der Eimer?

Digitized by Google

789) 80 ℔. Pulver kosteten im Ankauf 54 fl., die Fracht betrug 2 fl. 38 kr., die Mauth 7 fl. 16 kr. 5 hl., und 2 Pfund Pulver waren wegen schlechter Verpackung verloren gegangen; was kosten 9 Pfund von diesem Pulver?

§. 129. Abkürzungen bei dem Dreisatze.

A.) Bei jedem Dreisatze darf man den ersten und dritten Satz, oder auch den ersten und zweiten Satz, mit einerlei Zahl multipliciren oder dividiren, ohne daß hiedurch die gesuchte Zahl geändert würde.

Beweis dieser Angabe. Aus §. 128 ist bekannt, daß der Werth des IIIten Satz. $=$ ist $\frac{\text{dem IIten Satze} \times \text{der Zahl des IIIten}}{\text{die Zahl des Iten Satzes}}$; aus §. 106. Grundsatz V. weiß man aber auch, daß der Werth eines Bruches ungeändert bleibt, wenn man seinen Zähler (d. i. hier den IIten oder IIIten Satz) und seinen Nenner (d. i. hier den Iten Satz) mit einerlei multiplicirt oder dividirt.

Haben daher der Ite Satz und einer der beiden andern Sätze ein gemeinschaftliches Maaß (Kennzeichen §. 98), so kann man beide damit dividiren, und dann die Rechnung mit kleinern Zahlen fortsetzen. Im Fall aber einer der Sätze ein Bruch ist, so kann man mit seinem Nenner den Iten Satz und einen der beiden andern Sätze multipliciren, wodurch der Bruch zur ganzen Zahl, und daher die folgende Ausrechnung einfacher wird; namentlich wenn man den Nenner aus dem Iten Satze wegbringt.

Niemals aber darf man den IIten und IIIten Satz gegeneinander heben od. multipliciren, weil diese beiden Sätze zugleich Factoren des Zählers sind.

1. Beispiel. 24 Pfund Schrot kosteten 4 fl. 48 kr., was kosten 1 Zentner 8 Pfund?

24 ℔. ——— 4 fl. 10 kr. ——— 198 ℔.
: 12)
2 ℔. ——— 4 fl. 10 kr. ——— 9 ℔.
: 2)
1 ℔. ——— 2 fl. 5 kr.
× 9

Antwort: 18 fl. 45 kr.

Erklär. Da 24 (d. Ite S.) u. 108 (d. IIIte S.) beide durch 12 theilbar sind, so dividirt man sie wirklich. Da sich ferner der

nunmehrige Ite Satz 2 ℔ u. der IIte Satz (4 fl. 10 kr.), beide durch 2 theilen laſſen, ſo dividirt man auch dieſe wirklich, und rechnet nun, als ob das Beiſpiel geheißen hätte:

1 ℔. —— 2 fl. 5 kr. —— 9 ℔.

Die hienach einfachere Rechnung gibt 18 fl. 45 kr.

2. Beiſpiel. $\frac{1}{4}$ Klft. Holz koſtete $3\frac{2}{5}$ fl.; was koſt. $5\frac{7}{8}$ Klft.?

× 8)	2	$3\frac{2}{5}$ „	47
× 3)	6	11 „	
		× 47	
		517 fl.	
		6)	= 86 fl. 10 kr.

Zuerſt ſind $\frac{1}{4}$ und $5\frac{7}{8}$ mit 8 multiplicirt. Dieß gibt 2 (im Iten Satze) und 47 (im IIIten Satze); dann iſt (im IIten Satze) $3\frac{2}{5}$ u. (im Iten Satze) 2 mit 3 multiplicirt. Dieß gibt links 6 und im IIten Satze 11 fl. Und nun iſt gerechnet, als hieße das Beiſpiel:

6 Klft. koſt. 11 fl., was 47 Klft.? Man findet 86 fl. 10 kr.

Uebungsbeiſpiele.

790) Eine Lieferung von 35 Ellen Tuch wurde um 120 fl. 15 kr. beſtellt; was koſten 14 Ellen hievon?

791) 16 Schäffel Kartoffel wurden für 36 fl. 21 kr. gekauft; was werden 4 Schäffel koſten?

792) 24 fl. 30 kr. nach unſerm Gelde geben 20 öſterreichiſche Gulden; was geben 35 fl. bayer. im öſterr. Gelde?

793) Was 284 fl. 36 kr. öſterr. nach unſerm Gelde?

794) $3\frac{1}{2}$ Pfund koſten 15 fl. 20 kr.; was 25 Pfund?

795) $\frac{1}{2}$ Elle koſtete 3 fl. 17 kr. $2\frac{3}{4}$ pf.; was koſt. 100 Ell.?

B.) Wenn der Ite Satz im IIIten ohne Reſt enthalten iſt, ſo dividire man jedesmal zuerſt den IIIten Satz durch den Iten, u. multiplicire mit d. erhalten Quotienten (3) den zweiten Satz.

15 ℔. —— 31 fl. 16 kr. —— 45 ℔.
3
× 3
93 fl. 48 kr.

Antwort. Die 45 Pfund koſten 93 fl. 48 kr.

C.) Dieſes letztere Verfahren iſt auch dann noch eine Abkürzung, wenn ſelbſt die Diviſion ſich nicht hebt, jedoch durch dieſelbe ein Bruch entſteht, mit dem man den IIten Satz bequem multipliciren kann (nach §. 124. C).

Digitized by Google

z. B. 48 Ztr. Mehl kosteten 550 fl. 35 kr., was 55 Ztr.?

48 Ztr. —— 550 fl. 35 kr. —— 55 Ztr.

——— : 48

$1\frac{7}{48} = 1 + \frac{6}{48} + \frac{1}{48}$

68 „ 49 „ 3 hl. das 8tel. (indem $\frac{6}{48} = \frac{1}{8}$ ist.)

11 „ 28 „ $1\frac{5}{6}$ das 48tel.

Antwort 630 fl. 52 kr. $4\frac{5}{6}$ hl. kosten 55 Ztr.

Die Division des IIIten Satzes durch den Iten gibt den Quotienten $1 + \frac{1}{8} + \frac{1}{48}$, mit dem sodann nach §. 124. C. Beispiele 3. multiplicirt ist.

Die Abkürzungen bei B. und C. gründen sich wie die bei A. darauf, daß man im Bruche $\frac{\text{IIter Satz} \times \text{IIIten}}{\text{Iten}}$ den Zähler und Nenner, beide zugleich, durch einerlei Zahl (den Iten Satz) dividiren darf.

Uebungsbeispiele.

796) 9 ℔. Leder kosteten 3 fl. 40 kr.; was kosten 36 ℔.?
797) 11 Lth. Seife kosteten 6 kr. 3 hl.; was 3 ℔. 3 Lth.?
798) 17 Arbeiter erhielten 30 fl. 24 kr.; was 68 Arbeiter?
799) 32 Klft. Holz kosteten 200 fl. 13 kr.; was 9 Klft.?
800) 8 Lth. 3 Qt. Wolle kosteten 50 kr.; was kost. 5 Lth.?

§. 130. Probe des Dreisatzes.

Man kehre die Aufgabe um, und setze zugleich das Gefundene als IIten Satz; wie z. B. im §. 128: wenn 19 ℔ $49\frac{1}{12}$ kr. kosten, was kosten 12 ℔.?

19 ℔. —— $49\frac{1}{12}$ kr. —— 12 ℔.

——— × 12

: 19) 589 kr.

Antwort 31 kr.

Die Rechnung geht dann wie gewöhnlich. Man erhält 31 kr. d. i. den vorigen IIten Satz (§. 128.), und dieß dient als Zeichen der Richtigkeit der Rechnung, wie leicht zu begreifen ist. Jedoch kann auch ein zweimaliges Rechnen des nämlichen Exempels als Probe dienen.

§. 131. Von den Durchschnittszahlen oder Mittelzahlen.

Eine Zahl, welche zwischen zwei oder mehreren gegebenen Zahlen möglichst die Mitte hält, (oder allen zugleich so nahe als möglich kömmt), heißt ihre Durchschnittszahl oder Mittelzahl oder auch das arithmetische Mittel derselben.

Digitized by Google

Um die Durchschnittszahl gegebener Zahlen zu erhalten, zähle man diese zusammen, und theile ihre Summe durch ihre Anzahl. z. B.

a) Von 14 u. 26 ist die Durchschnittsz. $= \frac{14+26}{2} = \frac{40}{2} = 20$.

b) Von 37 u. 65 ist die Mittelzahl $= \frac{102}{2} = 51$.

c) Von 41 fl. u. 18 fl. i. d. Mittelz. $= \frac{59}{2}$ fl. $=$ 29 fl. 30 kr.

d) Von 8, 17, 39, 21 u. 107 i. d. Mittelz. $= \frac{192}{5} = 38\frac{2}{5}$.

e) Auf dem Getreidmarkte in M. wurde das Schäffel Weitzen nicht theurer als 15 fl. 39 kr. und nicht wohlfeiler als 14 fl. 46 kr. verkauft; was war demnach der Mittelpreis?

Rechnung. 15 fl. 39 kr.
14 fl. 46 kr.
Summe 30 fl. 25 kr. : 2
Mittelpreis 15 fl. $12\frac{1}{2}$ kr.

Die beiden gegebenen Preise (der größte u. der kleinste) sind zusammengezählt u. ihre Summe dann durch 2 getheilt.

f) Sind mehrere der gegebenen Zahlen einander gleich, so wird zuerst die Summe dieser durch Multiplication (gleichmäßige Vermehrung) gefunden, im übrigen aber wieder wie oben gerechnet. z. B. In einem Fourage-Magazine wurde Heu angekauft, und zwar:

123 Ztr.	zu 2 fl.	6 kr.,	daher diese in Summe zu	258 fl. 18 kr.
436 „	„ 1 „	52 „,	„ „ „ „ „	813 „ 52 „
387 „	„ 1 „	48 „,	„ „ „ „ „	696 „ 36 „
252 „	„ 1 „	34 „,	„ „ „ „ „	394 „ 48 „
1198 Zentner	kosten demnach		. . . . .	2163 fl. 34 kr.

1 Ztr. kostet folglich im Durchschn. 2163 fl. 34 kr. : 1198
oder es ist der Mittelpreis = 1 fl. 48 kr. $2\frac{522}{599}$ hl.
d. i. beinahe 1 fl. 48 kr. 3 hl.

Uebungsbeispiele.

801) In einem Fouragemagazin wurde Hafer angekauft: 6 Schffl. zu 5 fl. 8 kr. jedes, 32 Schffl. à 4 fl. 50 kr., 123 Schffl. à 4 fl. 42 kr. u. 80 Schffl. zu 4 fl. 33 kr. jedes; was kostet demnach im Durchschnitte 1 Schäffel?

802) Das von zwei Fabriken gelieferte Pulver soll in Betreff seiner Tragweite (**Portée**) mit dem Probmörser untersucht werden. Das Pulver der Fabrik **A.** gab bei dem ersten Wurfe die Tragweite $137\frac{2}{6}$ Klft., bei dem 2ten $140\frac{1}{6}$ Klft.,

und bei dem 3ten 141$\frac{4}{6}$ Klft.; jenes der Fabrik B. aber gab die Wurfweiten 160$\frac{2}{6}$ Klft., 158$\frac{3}{6}$ Klft. u. 152$\frac{5}{6}$ Klft. Was ist demnach die mittlere Tragweite des Pulvers von jeder dieser Fabriken?

Anmerkung. Aus den vorstehenden Beispielen ist die einfache Ausrechnung der Durchschnittszahlen und ihre Anwendung ersichtlich. Letztere aber ist überhaupt sehr mannigfaltig und häufig der einzige Weg, um aus gemachten Erfahrungen den möglichst richtigen Schluß zu ziehen.

Fünfte Abtheilung.

Die Decimalbrüche.

Erster Abschnitt.

Das Anschreiben der Decimalbrüche und die vier Rechnungsarten mit denselben.

§. 132. Erklärung, was Decimalbrüche sind.

Brüche, deren Nenner 10 oder 100 oder allgemein 1 mit irgend einer Anzahl Nullen ist, (wie z. B. $\frac{5}{10}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{541}{10000}$ 2c.), heißen zehntheilige oder Decimalbrüche.

Brüche hingegen, welche (wie jene der IVten Abtheil.) keine Zahl als Nenner ausschließen, heißen gewöhnliche od. gemeine, d. i. allgemeine Brüche. Alle für diese in der vorigen Abtheilung gegebenen Regeln 2c. sind auch für zehntheilige Brüche richtig, deren einfachere Behandlung aber die gegenwärtige Abtheilung enthält.

§. 133. Decimalbrüche können wie ganze Zahlen, d. i. ohne Nenner angeschrieben stehen.

Wenn man bei irgend einer Zahl unserer zehntheiligen Zählungsart (z. B. bei 5428) die Werthe der einzelnen Zif-

Digitized by Google

fern, von der linken zur rechten Hand hin, betrachtet, so erkennt man aus §. 2., daß ihre Einheiten (als Tausender, Hunderter, Zehner, Einer) mit jeder rechts folgenden Ziffer durchgängig zehnmal kleiner werden, und daß die Einer in der allerletzten Stelle rechter Hand stehen.

Gibt man nun der Einerziffer (8) ein Kennzeichen, z. B. einen Punkt oder ein Komma (5428,), schreibt rechts davon noch Ziffern an (5428,371), u. läßt auch für diese das (§. 2) angenommene Gesetz der 10fachen Abnahme fort gelten, so sind (da die Ziffer 8 links vor dem Komma Einer zählt) die Einheiten in der ersten Stelle rechts nach dem Komma zehnmal kleiner, also Zehntel, in der zweiten Stelle Hundertel, in der dritten Tausendtel u. s. f.

Der Werth der obigen Zahl 5428,371 ist daher
$5000 + 400 + 20 + 8 + \frac{3}{10} + \frac{7}{100} + \frac{1}{1000}$ oder
5428 Ganze $+ \frac{3}{10} + \frac{7}{100} + \frac{1}{1000}$.

Die in solcher Art rechts von den Einern angeschriebenen Ziffern (,371) sind daher die Zähler von Decimalbrüchen; der Nenner eines jeden dieser Brüche aber ist 1 mit Nullen, deren Anzahl durchgängig der Stellenzahl des Zählers gleich ist, nämlich 1 mit einer Null in der ersten Stelle nach dem Komma, mit zwei Nullen in der zweiten Stelle nach dem Komma, u. s. f.

Decimalbrüche können daher immer ohne Nenner angeschrieben werden. Die Einer werden dabei wie oben bei 5428,371 durch ein rechts an sie gesetztes Komma bezeichnet. Im Falle aber eine Zahl keine Ganze enthielte, so wird in die Einerstelle eine Null geschrieben; demnach hat z. B. 0,371 die Bedeutung von $\frac{3}{10} + \frac{7}{100} + \frac{1}{1000}$.

Anmerkung 1.) Nur ausnahmsweise schreibt man den Decimal-Brüchen ihren Nenner an; und man versteht unter einem Decimalbruche und einer Decimalzahl immer eine solche Zahl, in welcher die eigentlichen Brüche durch ein Komma (oder einen Punct) von den Ganzen getrennt sind.

Anmerkung 2.) So wie in unserer allgemein. Zählungsart (§. 2) die Zehner, Hunderter, Tausender ꝛc. Einheiten vom ersten, zweiten, dritten ꝛc. höhern Range sind (§. 3.), so sind umgekehrt die Zehntel, Hundertel, Tausendtel u. s. w. Einheiten vom ersten, zweit., dritten ꝛc niedern Range. Die Einheiten vom höhern Range stehen links, jene vom niedern Ranze rechts von der Einerziffer, und zwar bei gleicher Rangziffer (3) auch gleichweit (3ten Stelle)

Digitized by Google

von der Einerziffer entfernt, welch letztere hiebei weder zu den höhern noch zu den niedern Stellen gezählt werden kann.

§. 134. Das Lesen angeschriebener Decimalbrüche.

Man liest entweder a) jede Bruchziffer (Decimale) einzeln nach ihrem (aus d. vorig. §. bekannt.) Werthe oder b) alle Bruchziffern zusammen wie eine ganze Zahl als den Zähler eines Bruches, und hiezu als Nenner den Nenner d. letzten Decimalstelle. Näml.:

1) 0,538 gelesen a) 5 Zhntl., 3 Hdtl., 8 Tsdtl. od. b) 538 Tsdtel.
2) 0,0475 gelesen a) 4 Hdrtel., 7 Tsdtel., 5 Ztausdtel. o. b) $\frac{475}{10000}$.
3) 49,03006 g. a) 49 Ganze, 3 Hdtl., 6 Hdttsdtl. o. b) $49\frac{3006}{100000}$.
4) 2,000807 g. a) 2 Ganze, 8 Ztsdtl, 7 Milliontl. o. b) $2\frac{807}{1000000}$.

Diese beiden Lesearten sind übereinstimmend mit jenen ganzer Zahlen. Denn auch bei diesen (z. B. 538) kann man entweder jede Ziffer nach ihrem Rangwerthe einzeln lesen (5 Hunderter, 3 Zehner, 8 Einer), od. alle in eine einzige Zahl, zu ihrem niedersten Range (d. i. zu fünfhundertachtunddreißig Einern), verbinden. Der Grund der Leseart a) beruht auf dem im §. 2 und §. 133. erklärten Gesetze unserer Zahlenanschreibeart; um aber den Grund der Leseart b) $0{,}538 = \frac{538}{1000}$ d. i. 538 Tausendtel einzusehen, schreibe man

$0{,}538 = \frac{5}{10} + \frac{3}{100} + \frac{8}{1000}$ (nach a),
$= \frac{500}{1000} + \frac{30}{1000} + \frac{8}{1000}$
$= \frac{538}{1000}$

bringe dann (nach §. 109) diese Brüche alle auf den Nenner (1000) der letzten Decimalstelle (0,008), u. addire nun ihre Zähler (n. §. 110), so erkennt man die Richtigkeit, daß $0{,}538 = \frac{538}{1000}$, nämlich 538 Tausendtel ist.

Anmerkung 1) Da $49{,}538 = 49\frac{538}{1000} = \frac{49538}{1000}$ (nach §. 104) ist, so kann man auch jede gemischte Decimalzahl, nach Auslassung des Komma (49538), als den Zähler eines Bruches lesen, und hiezu als Nenner den Nenner (1000) der letzten Bruchstelle ($\frac{8}{1000}$). Demnach kann man 25,0093 lesen a) 25 Ganze $\frac{9}{1000}$ u. $\frac{3}{10000}$ oder b) $25\frac{93}{10000}$ oder c) $\frac{250093}{10000}$.

Anmerkung 2.) Anfänger müssen sich an vielen selbstgewählten Beispielen (3,28; 0,00502; 9872,5; 2c.) die 3fache Leseart geläufig machen, und sich ganz besonders die Bedeutung der einzelnen Bruchziffern versinnlichen. Letztere kann recht anschaulich gemacht werden, indem man auf einer Tafel oder Latte eine Länge von 10 Fuß, d. i. eine Dz. Ruthe aufträgt, den letzten Fuß in 10 Dz. Zoll und diesen noch in seine 10 Dz. Linien abtheilt;

Digitized by Google

die Theile aber dann nicht Fuße, Zolle und Linien nennt, sondern Zehntel-, Hundertel-, Tausendtel-Ruthen, diese letztere als Haupteinheit aller Abtheilungen nehmend. Mit Hülfe einer solchen Eintheilung (Maaßstab) läßt sich nun der Werth der Bruchseinheiten ($\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ Ruthe) und auch der Bruchziffern (0,3; 0,07; 0,378 ꝛc.) vollkommen anschaulich machen. Hiebei zeigt sich auch, daß die Bruchseinheiten (0,1; 0,01; 0,001 ꝛc.) sehr schnell abnehmen, indem jene der 5ten Bruch- oder Decimalstelle (0,00001 Ruthe) kaum mehr sichtbar ist.

§. 135. Das Anschreiben ausgesprochener Decimalbrüche.

Um ausgesprochene Decimalbrüche (z. B. vierhundertsechsundfünfzig Zehntausendtel) mit Ziffern, und zwar ohne Nenner, anzuschreiben, muß man nur aufmerksam den Zähler (vierhundertsechsundfünfzig) von dem Nenner (Zehntausendtel) unterscheiden. Den Zähler schreibt man sogleich als ganze Zahl hin (456); der Nenner aber zeigt durch die Anzahl seiner Nullen (oder durch seine Rangziffer) an, in der wievielsten Decimalstelle, rechts vom Komma, des Zählers letzte Ziffer (6) stehen müsse. Da nun der ausgesprochene Nenner (10000) vier Nullen hat, so muß vom Zähler (456) die Ziffer 6 in der vierten Stelle (die 5 also in der dritten, die 4 in der zweiten Stelle) rechts vom Komma stehen; und da der Zähler nur drei Ziffern enthält, so muß ihm vorne (links) eine 0, als Fehlanzeige der ersten Decimalstelle, vorgesetzt werden (0456), vor welche sodann das Komma zu setzen ist. Endlich ist noch eine Null in die Stelle der Einer zu schreiben (0,0456), um anzuzeigen, daß die ausgesprochene Zahl keine Ganzen enthält. Wie wird demnach

1) Zweihundertundfünf Milliontel geschrieben? (0,000 205).
2) Sechstausendvierzehn Hundertel geschrieben? (60,14).
3) Fünf Ganze u. acht Hunderttausendt. geschr.? (5,000 08).
4) 27 Ganze, dreiundachtz. Tsdtl.? ‖ 5) 318 Ganze, 429 Ztsdtl.?

Auch hier müssen sich Anfänger an vielen Beispielen üben.

§. 136. Grundsätze der Rechnungen mit Decimalbrüchen.

Ausser jenen bei den allgemeinen Brüchen (§. 106.) angegebenen, die auch hier volle Gültigkeit haben, merke man sich noch folgende:

I.) Eine Zahl, deren Einerziffer mit dem Komma bezeichnet ist, bleibt ungeändert, so viele Nullen man auch

Digitized by Google

n ihren beiden Enden anschreiben oder ausstreichen mag. So haben offenbar 9,8 und 09,800 einerlei Werth, denn es ist 09,800 = 0 Zehner + 9 Ein. + 8 Zhtl. + 0 Hdtl. + 0 Tsdtl.

9,8 = – „ + 9 „ + 8 „ – – ,

und es unterscheiden sich diese beiden Zahlen weder in der Anzahl ihrer Einheiten, noch in dem Range derselben.

II. Wenn man bei einer Zahl (z. B. 258,7651), deren Einerziffer mit dem Komma bezeichnet ist, das Komma um eine Stelle weiter zur Rechten versetzt (2587,651), so wird dadurch von jeder einzelnen Ziffer der Rang um eins höher, folglich ihr Werth und daher auch der Werth der ganzen Zahl (258,7651) zehnmal größer. Wenn man also das Komma um 2, 3 und mehr Stellen zur Rechten versetzt, so wird der Werth der ganzen Zahl 100mal, 1000mal u. s. w. größer.

III. Rückt man aber das Komma um 1, 2, 3 und mehr Stellen zur Linken, so wird der Werth der Zahl 10mal, 100mal, 1000mal u. s. w. kleiner.

Zusatz. Um daher eine Zahl mit 10 oder mit 100, od. mit irgend einer Einheit höhern Ranges, zu multipliciren (zu dividiren), braucht man nur das Komma derselben um so viel Stellen rechts (beim Dividiren links) zu versetzen, als der Anzeiger (der Divisor) Nullen hat z. B.

a) $158{,}76 \times 10 = 1587{,}6$ || b) $158{,}76 : 10 = 15{,}876$
c) $158{,}76 \times 100 = 15876$, || d) $158{,}76 : 1000 = 0{,}15876$

Im Falle hiebei das Komma um mehr Stellen zu versetzen ist, als Ziffern da sind, so hängt man der Zahl zuerst die nöthige Anzahl Nullen rechts oder links an (nach I);

z. B. 1) $8{,}45 \times 10000 = 84500$,
2) $8{,}45 : 100 = 0{,}0845$.

Uebungsbeispiele.

803) $207{,}056 \times 100$? || 806) $9{,}36 : 10000$?
804) $207{,}056 : 100$? || 807) 37×100?
805) $54{,}9 \times 10$? || 808) $891 : 10000$?

Anmerkung. Aus II. und III. ist klar, wie wichtig bei Decimalzahlen die Stellung des Komma sey. Auf dieselbe ist daher bei allen Rechnungen mit Decimalbrüchen die größte Aufmerksamkeit zu richten, und es werden sich die hier folgenden Regeln von jenen mit ganzen Zahlen auch hauptsächlich nur darin unterscheiden, daß sie genau angeben, wohin im Herausgebrachten (Resultate) das Komma zu setzen sey. Dieß erklärt sich auch schon daraus,

Digitized by Google

weil alle Decimalzahlen, seyen es Ganze od. Brüche, aus Stücken zusammengestellt sind, die nach dem nämlichen Gesetze (§. 2) aufeinander folgen.

§. 137. Das Addiren der Decimalbrüche.

Regel. 1) Man schreibe die Posten so unter einander, daß ihre Einerziffer, dann ihre Komma ꝛc. in aufrechten Reihen stehen; 2) gebe hiebei allen Posten, durch Anhängen von Nullen n. §. 136. I., gleichviele Decimalstellen; 3) addire sodann, bei der letzten Reihe rechter Hand anfangend, völlig so wie bei ganzen Zahlen, und setze in der Summe das Komma genau unter die Kommareihe der Stücke. Die Probe geschieht wie bei ganzen Zahlen.

Beispiel. Man addire folgende Posten: 23,6 + 0,897 + 386 + 214,94 + 0,7 + 16,26 + 7,19.

Ausrechnung. Der Bruch 0,897 hat die meisten Decimalstellen, und zwar deren 3. Man hängt daher jedem der Posten gleich beim Anschreiben so viele Nullen rechts an, daß jeder 3 Decimalstellen erhält. Hierauf addirt man wie in ganzen Zahlen (§. 9 bis 17), rechter Hand bei der letzten Reihe anfangend. Kommt man beim Zusammenzählen an das Komma, so schreibt man es auch sogleich in der Summe an.

23,600	
0,897	
386,000	
214,940	
0,700	
16,260	
7,190	
1 2 3 2	
649,587	

Antw. Die Summe der gegebenen Posten ist 649,587.

Anmerkung. Das Untereinanderschreiben der Stücke, so wie das Anhängen der Nullen, geschieht nur zur Erleichterung der Uebersicht. Nach einiger Uebung wird man diese Nullen weglassen, und auch die Posten (besonders wenn ihrer nur wenige sind) zusammenzählen, ohne sie unter einander zu schreiben, indem man nach der Grundregel aller Addition verfährt, nämlich: „nur Ziffern von gleichem Range zusammenzählt." (§. 14. Anmerk. 2).

Uebungsbeispiele.

809) 9,25 + 2,36 + 0,8 + 14 + 29,4 + 6,77 + 0,9?
810) 0,00039 fl. + 0,905 fl. + 58,7 fl. + 419,8999 fl.?
811) 41,096 + 28,5555 + 0,9 + 2145,003 + 12,012458 + 17,2 + 0,2300057 + 318 + 8,006?

Beweis. Die Richtigkeit der obigen Regel wird ganz so

Digitized by Google

die im §. 14 bewiesen. Man hat hiebei nur noch zu bemerken, 1) daß, indem Einer unter Einer geschrieben wurden, dann auch alle Zehntel, ferner alle Hundertel u. s. f., nämlich auch bei den Decimalstellen nur gleichnamige Einheiten in der nämlichen aufrechten Reihe stehen; 2) dann noch, daß 10 Tausendtel = 1 Hundertel, 10 Hundertel = 1 Zehntel, 10 Zehntel = 1 Einer sind u. s. f.; daß folglich bei den Decimalstellen gerade so wie bei den Ganzen die Zehner, welche die Summe einer aufrechten Reihe enthält, als Einer zur links folgenden Reihe zu addiren sind; so ist im obigen Beispiele die Summe der zweiten Reihe $\frac{28}{100}$ d. i. $\frac{20}{100} + \frac{8}{100}$; die $\frac{20}{100}$ geben $\frac{2}{10}$ (n. §. 107.) u. werden daher zur links folgenden Reihe der Zehntel gezählt, während die $\frac{8}{100}$ unter die Reihe der Hundertel angeschrieben sind.

§. 138. Das Abziehen der Decimalbrüche.

Regel. 1) Man schreibe, wie bei ganzen Zahlen, den Abzug unter das Ganze, so daß die Einerziffern, dann die Komma ꝛc. genau unter einander stehen; 2) hänge hiebei jenem Bruche, der eine geringere Anzahl Decimalstellen hat, so viele Nullen rechts an, bis beide hiedurch gleichviel Decimalen erhalten; und 3) ziehe dann, ohne Rücksicht auf die Komma, wie bei ganzen Zahlen ab (§. 20). Kommt man hiebei an das Komma, so schreibe man es in den Rest gerade herunter.

Beispiele. a) Von 48,036 ziehe man ab 9,742.

b) Was ist der Werth von 250,278 — 179,3?

c) Man ziehe 12,504 ab von 38. Was bleibt übrig?

Ausrechnung.	a) 48,036	b) 250,278	c) 38,000
	— 9,742	— 179,300	— 12,504
Rest	38,294;	70,978;	25,496

Diese Ausrechnungen bedürfen keiner Erklärung, und die Probe wird jedesmal wie in ganzen Zahlen gerechnet (§. 21).

Anmerkung. Aehnlich jener des vorigen §.

Der Beweis der Regel ist, mit Rücksicht auf den Beweis im vorigen §., wie im §. 20. zu führen.

Uebungsbeispiele.

812) 12,38 — 3,54?

813) 0,917 fl. — 0,89 fl.?

814) 25,27689 — 19,892?

815) 281,07 — 35,78995?

816) 8, — 0,00782?

817) 24,460 — 15?

§. 139. Das Multipliciren in Decimalbrüchen.

Regel. 1) Man lasse die Komma der Factoren weg, (entweder wirklich oder nur in Gedanken), und multiplicire hierauf wie in ganzen Zahlen (§. 28). 2) In dem so erhaltenen Producte schneide man dann, von der Rechten zur Linken herein, eben so viele Decimalstellen durch ein Komma ab, als in den beiden Factoren zusammen genommen vorkamen. Die Proberechnung endlich geschieht nach §. 30.

1. Beispiel. Man multiplicire 70,24 mit 36,519.

36519	
× 7024	
146076	
73038	
255633	
2565,09456	

Erklärung. Die Komma sind weggelassen, u. dann ist völlig so wie in ganzen Zahlen multiplicirt, (siehe §. 28 das nämliche Beispiel und Product 256 509 456). Da nun der eine Factor (36,519) drei Decimalen und der andere (70,24) deren zwei hatte, so werden im Producte von rechts nach links hinein 3 + 2 d. i. 5 Stellen abgezählt, u. das Komma wird zwischen 0 und 5 gesetzt. **Antwort.** Das Product von 70,24 mit 36,519 ist daher 2565,09456.

2. Beispiel. Was ist das Product von 0,8257 × 32?

0,8257	
× 32	
16514	
24771	
26,4224	

Rechnung. Man denkt sich das Komma weg, und multiplicirt wie gewöhnlich. Man findet das Product 264224 und dieses erhält, wenn wie hier nur in dem einen Factor (0,8257) Decimalstellen stehen, deren so viele, als dieser eine Factor hat, nämlich 4. Es ist daher 0,8257 × 32 = 26,4224.

3. Beispiel. Was gibt 0,3409 × 0,00816?

3409	
× 816	
20454	
3409	
27272	
2781744	

Von dem Producte 3409 × 816 = 2781744 sind hier 9 Decimalen abzuschneiden; da es aber nur 7 Stellen hat, so muß man die fehlenden zwei Stellen durch links vorgesetzte Nullen ergänzen, u. noch ausserdem eine Null links vor das Komma setzen, um dadurch die mangelnden Ganzen anzudeuten.

Antwort. Das Product ist demnach 0,002 781 744.

4. Beispiel. 521,3 × 5040 gibt 2627352,0 d. i. 2627352.

Uebungsbeispiele. (Die Probe nach §. 28. Anmerk. 2).

18) 5,26 × 4?	824) 0,000 026 × 549?
19) 8,3 × 2,7?	825) 187,034 × 36,008?
20) 0,046 × 12?	826) 58,1212 × 15'203?
21) 0,853 × 60?	827) 0,56 × 31?
22) 9,23 × 2,5?	828) 0,0009 × 0,0016?
23) 0,6 × 2300?	829) 98,45 × 0,008084?

Beweis. Durch die Auslassung der Komma in den beiden Factoren werden dieselben vergrößert, und zwar ist (im 1. B.)

7024 hundertm. größer als der gegeb. Factor 70,24 } § 136 II.
36519 tausendmal „ „ „ „ „ 36,519 }

dah. 7024×36519 auch 100×1000 m. gr. als 70,24×36,519 } n. §. 25. IV.
d. i. 256509456 „ 100000 mal größer als 70,24×36,519 }

Nimmt man also von 256509456 den 100000sten Theil, so hat man das verlangte Product der Zahlen 70,24 mit 36,519.

Nun ist 256509456 : 100000 = 2565,09456 (n. §. 136), welches erhalten wird durch Versetzung des Komma um fünf Stellen zur Linken, d. i. durch das Abschneiden so vieler Zifferstellen für die Decimalen, als deren die beiden Factoren (70,24 und 36,519) zusammen haben. Hiemit aber ist die Richtigkeit der angegebenen Multiplications-Regel bewiesen, die sich an jedem andern Beispiele in gleicher Art nachweisen läßt.

§. 140. Das Dividiren in Decimalbrüchen.

Regel. Man schreibe, völlig so wie in ganzen Zahlen (§. 35 u. 36), den Divisor unter den Dividenden. Laße hiebei das Komma im Divisor aus, und versetze es im Dividenden um eben so viele Stellen zur Rechten, als der Divisor Decimalen hatte. 2) Sodann dividire man völlig so wie in ganzen Zahlen (§. 35 u. 36.) nur daß man im Quotienten ein Komma genau über jenes des Dividenden setzt. 3) Sobald alle Ziffern des Dividenden durch Herabschreiben an den Rest verbraucht sind, so setze man dem letzten Reste eine Null rechts an, (anstatt ihn wie im §. 41 als gemeinen Bruch in den Quotienten zu schreiben), und dividire den so vergrößerten Rest wieder in gewöhnlicher Art. Dieses Verfahren aber setze man fort, bis sich entweder die Division hebt, oder bis eine verlangte Anzahl Decimalstell. im Quotienten gefunden ist. 4) Zur

Digitized by Google

Probe multiplicire man den Quotienten mit dem gegebenen Divisor; wenn nirgends gefehlt wurde, so kömmt hiebei der gegebene Dividend heraus.

Beispiel a.) Man dividire 33,148 durch 0,52 und suche hiebei den Quotienten auf 3 Decimalstellen.

Ausrechnung. Da der Divisor (0,52) zwei Decimalstellen hat, so versetzt man (beim Anschreiben der Division) das Komma des Dividenden (33,148) um 2 Stellen rechts; schreibe also 3314,8 und darunter in bekannter Art (§. 36) den Divisor 52 ohne Komma.

Quotient = 63,746
Dividend 3314,8
Divisor . . :(52):
312
194
156
38 8
36 4
A.) 2 40
2 08
B.) 320
312
Rest 8

Sodann ist völlig so wie in ganzen Zahlen dividirt (siehe §. 36 u. 41. das nämliche Beispiel), nur daß im Quotienten ein Komma über jenes des Dividenden geschrieben ist. Nachdem alle Ziffern des Dividenden (3314,8) herunter gesetzt sind, bleibt noch der Rest 24; dieser wurde im §. 41 als Bruch $\frac{24}{52}$ in den Quotienten $637\frac{24}{52}$ geschrieben; anstatt dessen wird ihm hier eine Null angehängt, und der so vergrößerte Rest (240) wieder in gewöhnlicher Art durch 52 dividirt. Man erhält 4 als Quotienten und 32 als Rest. Der 4er ist als rechtsfolgende Decimalstelle des Quotient. hinauf geschrieben; dem Rest 32 aber ist wieder eine Null angehängt (320), und nun die Theilung an diesem und jedem folgenden Reste in immer gleicher Art fortgesetzt, bis man den Quotienten 63,746 auf die verlangten 3 Decimalstellen gefunden hat.

Quotient 63,746
Divisor × 0,52
12749 2
318730
Rest 8
33,14800

Der letzte Rest 8 bleibt unberücksichtigt, und wird nur bei der Probe zum Producte des Quotienten mit dem gegebenen Divisor (0,52) addirt, wodurch, wenn nirgends gefehlt wurde, der gegebene Dividend (33,14800 = 33,148) herauskömmt, (§. 39).

Beweis. 1) Die gegebene Division war 33,148 : 0,52; dieselbe wurde verändert in 3314,8 : 52; wobei die Komma beider Zahlen um 2 (also gleichviel) Stellen rechts versetzt

sind. Hiedurch werden beide 100mal größer (nach §. 136. II.); der Werth des gesuchten Quotienten aber bleibt ungeändert (§. 116 A.); u. man hat nur noch mit einer ganzen Zahl (52) zu dividiren, für welche die Richtigkeit der ausgeführten Theilung gerade so wie im §. 37 bewiesen wird. Man denkt sich nämlich, wie dort, den Dividenden (3314,8 in 3 Tsdter. + 3 Hter. + 1 Zner + 4 E. + 8 Ztel) zerlegt, theilt jedes Stück einzeln (§. 33. III), gibt dem erhaltenen Theile den Namen des getheilten Stückes (§. 33. I), wodurch also auch das Komma des Quotienten über jenes des Dividenden kömmt, und bringt den jedesmaligen Rest auf den nächst niedern Rang, in welchem er als Zehner zählt. Aus letzterm erklärt sich auch das Anhängen der Null an die Reste bei A.) und B.), indem bei A.) der Rest 24 Ztel. = 240 Hrdtl. u. bei B.) der Rest 32 Hrdtl. = 320 Tsdtel. ist. Anfänger werden den Beweis (nach §. 37) vollständig an dem vorstehenden u. den folgenden Beispielen ausarbeiten, um sich die Gründe der Divisionsregel recht anschaulich zu machen.

Beispiel b.) Man finde 331,48 : 52 auf 4 Decimalstellen.

Quot. = 6,3746
331,48
:(52)
312 u. s. w.

Der Divisor (52) ist hier schon eine ganze Zahl; dieß erspart die Versetzung der Komma; man schreibt daher sogleich den gegebenen Dividend. (331,48), und darunter den Divisor (52), beide unverändert an. Die weitere Division geschieht dann völlig so wie bei a, gibt aber den Quotienten 6,3746 auf die gesuchten 4 Decimalstellen.

c) Man suche 33148 : 5,2 auf eine Decimalstelle.

Quot. = 6374,6;
331480,
:(52)
312 u. s. w.

In diesem Beispiele ist der Dividend (33148) eine ganze Zahl, und hat daher das Komma rechts an der Einerziffer (8). Um nun dieses (wegen dem Divisor 5,2) eine Stelle rechts rücken zu können, denkt man sich an der Stelle der Zehntel eine Null (33148,0 = 33148, nach §. 136, I), versetzt nun das Komma, und hat die Division 331480 : 52 (nach a), welche den Quotienten 6374,6 gibt.

d.) Man theile 33148 durch 52 u. suche den Quot. auf 2 Dec.

Digitized by Google

Quot. = 637,46. Sind, wie in diesem Beispiele, der Dividend und der Divisor ganze Zahlen, so ist wie bei b., wo auch der Divisor keine Decimalstellen hatte, das Versetzen des Komma erspart. Im übrigen geht die Rechnung wieder wie bei a. Das Komma des Dividenden gehört seiner Einerziffer (8), wenn es auch nicht wirklich angeschrieben steht, und über dieses wird dann das Komma des Quotienten gesetzt, der 637,46 ist.

33148
:(52)
312 u. s. w.

e.) Man theile 0,0033148 : 0,052 auf 6 Decimalstellen.

Quot. = 0,063746. Der Divisor (0,052) hat 3 Decimalstell. Es muß daher das Komma des Dividenden (0,0033148) drei Stellen zur Rechten versetzt werden. Man erhält dadurch 3,3148 : 52 und da hiebei der Dividend kleiner als der Divisor ist, können im Quotienten keine Ganzen herauskommen. Ohne Rücksicht hierauf zu nehmen, dividirt man wieder in immer gleicher Art nach der Regel, nämlich: 52 in 331 geht 6mal, und schreibt diese 6 in bekannter Weise über die letzte Ziffer (1) des eben dividirten Stücks (331). Da hiedurch die 6 über der Hundertelziffer (1) des Dividenden steht, so ist sie von dem nämlichen Rang (Hundertel); es muß daher links in der fehlenden Zehntelstelle eine Null, sodann das Komma über jenem des Dividenden, und links davon noch eine Null für die mangelnden Ganzen angeschrieben werden. Die weitere Division ist ganz wie gewöhnlich, und gibt den Quotienten 0,063746.

3,3148
:(52)
312 u. s. w.

f.) 90,3 : 75;

Quot. = 1,204

90,3
:(75)
15 3
15 0
300
300
0

g.) 1 : 13,86 auf 3 Dec. Stell

Quot. = 0,072

100,0 0 0
:(13 86)
97 02
2 980
2 772
208 Rest.

h.)	256,1 : 0,0004;	i.)	78,2003 : 0,001
Quot. =	640250	Quot. =	78200,3
Divid.	2561000		78200,3
Divis.	:(4)		:(1)

Uebungsbeispiele, in denen der Werth des Quotienten auf 6 Decimalstellen zu suchen ist, wenn sich die Division nicht schon früher hebt.

830) 813,72 : 15 = ?	837) 376,98 : 18,3 ?
831) 37 : 19 = ?	838) 464,25 : 12,5 ?
832) 800 : 0,5 = ?	839) 5670 : 0,0045 ?
833) 145,817 : 0,0563 ?	840) 1 : 3,1416 = ?
834) 39 : 0,001 = ?	841) 394,80 : 0,0105 ?
835) 0,3007 : 48,26 ?	842) 8,427 : 32 = ?
836) 22748,00376 : 0,376 ?	843) 2471 : 109 ?

Anmerkung 1. Die Rechnungsvortheile (§. 116) finden auch bei den Decimalbrüchen ihre Anwendung, was bei Ausrechnung der vorstehenden Uebungsbeispiele zu berücksichtigen ist.

Anmerkung 2. Man kann auch den Quotienten neben den Dividenden setzen (§. 36. Anm.), anstatt darüber wie oben bei a, b, ꝛc.

z. B. gegeb. 33,14 8 : 0,52
Verändert 3314,8 : 52 = 63,746
312
194
ꝛc. ꝛc.

Das Komma wird dann in dem Quotienten gesetzt, sobald man bei der Division an jenes des Dividenden kömmt.

§. 141. Verwandlung A) der gewöhnlichen Brüche in zehntheilige und B) der zehntheiligen Brüche in gewöhnliche.

A.) Um gewöhnl. Brüche in zehntheilige zu verwandeln, dividire man mit dem Nenner des gewöhnl. Bruches in seinen Zähler (nach §. 140. d). Der in Decimalstellen gefundene Quotient ist dem gegebenen gewöhnlichen Bruche gleich.

Beispiel. $\frac{3}{4} = 0{,}75$.

Erklärung. Man sagt: 3 Ganze getheilt durch 4 gibt 0 Ganze; liest dann die 3 Ganzen sogleich als 30 Zehntel, und sagt: 4 in 30 (Zhntl.) gibt 7 (Zhntl.) als Quotient (der rechts vom Komma angeschrieben ist), und 2 Zhntl. als Rest; denkt sich ferner diesen Rest 2 Zhntl. in 20 Hundertel verwandelt und durch 4 getheilt. Man erhält 5 Hdrtl. und keinen Rest. Es ist daher $\frac{3}{4} = 0{,}75$.

Der Grund dieses Verfahrens beruht darauf, daß man

jeden Bruch ($\frac{3}{4}$) als eine Division (3 : 4) ansehen kann (§. 116), deren Quotient (0,75 nach §. 140. d. gefunden) mit dem Bruche ($\frac{3}{4}$) einerlei Werth hat.

Das einfachste Verfahren bei diesen **Verwandlungen** wird aus einigen Beispielen erkannt werden:

1.) Ist der Nenner des gemeinen Bruches eine Zahl, deren Vielfache man auswendig weiß, so **dividirt** man wie im §. 35, ohne den jedesmaligen Rest anzuschreiben.

a.) $\frac{4}{5} = 0{,}8$ ‖ c.) $\frac{6}{27} = \frac{2}{9} = 0{,}222..$ ‖ e.) $\frac{3}{7} = 0{,}428571428..$

b.) $\frac{11}{8} = 1{,}375$ ‖ d.) $\frac{8}{11} = 0{,}727272...$ ‖ f.) $\frac{1}{12} = 0{,}08333....$

2.) Besteht der Nenner aus einfachen **Factoren**, so dividirt man nach §. 44. I, und zwar mit jenen Factoren zuerst, mit welchen sich die Division hebt; z. B.

g.) $\frac{7}{22} = \frac{35}{11} = 0{,}31818...$ ‖ h.) $\frac{51}{45} = \frac{17}{9} = 0{,}688...$

i.) $\frac{1}{960}$ fl. $= \frac{10}{960}$ fl. $= \frac{8}{960}$ fl. $= \frac{0{,}0125}{12}$ fl. $= 0{,}001041666.....$ fl.

3.) Ist endlich der Nenner mehrziffrig, und nicht wie oben bei Nr. 2. zusammengesetzt, so dividirt man völlig so wie im Beisp. d. §. 140 in einer Nebenrechnung.

Uebungsbeispiele. Man verwandle in Decimalbrüche:

844) $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{8}$; $\frac{5}{5}$; $\frac{5}{50}$; $\frac{22}{7}$; $2\frac{5}{8}$; $\frac{13}{5}$; $\frac{12}{55}$; $\frac{20}{48}$.
845) $\frac{19}{32}$; $\frac{25}{600}$; $\frac{121}{144}$; $\frac{57}{3600}$; $3\frac{41}{60}$
846) $\frac{28}{1001}$. ‖ **847)** $\frac{15}{17}$. ‖ **848)** $\frac{124}{1025}$. ‖ **849)** $\frac{115}{3553}$.

} Auf 6 Decimalstellen.

Anmerkung. Bei den obigen Verwandlungen bemerkt man einige Decimalbrüche, in welchen die Division bei einer **bestimmten** Anzahl Decimalstellen keinen Rest ließ, andere hingegen, wo sie ohne Ende fortging. Erstere (siehe **a** u. **b**) heißen *endliche*, letztere wie bei **c**, **d**, **e** ꝛc.) *unendliche* Decimalbrüche. Bei diesen wiederholen sich die nämlichen Ziffern (wie bei $\frac{3}{7} = 0{,}\overline{428571}\,\overline{428571}-$), daher man sie auch *wiederkehrende* (od. periodische) u. die einerlei Folge von Ziffern (428571) ihre **Wiederkehr** (oder *Periode*) nennt. Die unendlichen Decimalbrüche erhalten rechts einige Punkte, und die Wiederkehr kann man sich zum leichtern Ueberblick unterstreichen. Von diesen Decimalstellen, deren **Werth** sehr schnell abnimmt (siehe §. 134 Anm. 2.), behält man nur so viele, als es die Genauigkeit einer Rechnung erfordert. Da in keinem eigentlichen **Bruche** der Zähler durch den Nenner ohne Rest theilbar ist, der **Zähler** jedoch bei der Verwandlung nach und nach mit 10, 100, 1000 ꝛc. multiplicirt wird, so können nur solche gemeine Brüche, deren Nenner sich in 10 oder 100, 1000 ꝛc. heben, endliche Decimalbrüche geben, also (nach §. 98. **A.**) nur **Brüche**, deren **Nenner 2** oder **5** oder Producte dieser beiden Zahlen sind. Daß

aber alle übrigen gemeinen Brüche durch Verwandlung wiederkehrende Decimalbrüche geben müssen, soll am Beispiele $\frac{1}{7} = 0,\overline{142857}\ldots$ gezeigt werden. Der Divisor 7 kann nämlich nur kleinere Reste lassen, als er selbst ist; demnach höchstens 6 verschiedene (1 bis 6); nach diesen muß sodann sicher ein Rest kommen, der schon einmal da war, und da nun von hier an die Division wieder mit dem nämlichen Dividenden (Rest) und Divisor fortgesetzt wird, so können auch im Quotienten nur wieder die nämlichen Ziffern, d. i. die Wiederkehr, erscheinen; der ähnliche Schluß läßt sich aber bei jedem andern Bruche $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{11}$ ꝛc. wiederholen, so daß hieraus allgemein folgt: Alle gemeinen Brüche, deren Nenner nicht 2 oder 5 oder Producte dieser Zahlen sind, verwandeln sich in wiederkehrende, und die höchste Anzahl Ziffern der Wiederkehr ist um 1 kleiner, als der Nenner des gemeinen Bruches, muß aber nicht nothwendig so groß seyn. Unendliche Decimalbrüche, die keine Wiederkehr haben oder zeigen, heißen unvollständige oder nicht geschlossene zum Gegensatz der übrigen, die geschlossene Decimalbrüche genannt werden.

B.) Seltner hat man Decimalbrüche in gewöhnliche zu verwandeln; es folgt daher das Verfahren hiebei nur in Kürze; nämlich:

1.) Ist der Decimalbruch endlich, so schreibe man (n. §. 134) seine Decimalstellen als Zähler, sodann unter diesen als Nenner eine 1 mit so vielen Nullen, als der Bruch Decimalstellen hatte, und hebe den so erhaltenen gemeinen Bruch viel möglichst (nach §. 107). Z. B. a.) $0,4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$; b.) $0,035 = \frac{35}{1000} = \frac{7}{200}$; c.) $1,0375 = 1\frac{375}{10000} = 1\frac{75}{2000} = 1\frac{3}{80}$.

2.) Bei wiederkehrenden Decimalbrüchen schreibe man eine volle Wiederkehr als Zähler; unter diesen sodann als Nenner so viele Neuner als die Wiederkehr Ziffern hat, und hebe dann wieder möglichst. Z. B.
a.) $0,\overline{22}\ldots = \frac{22}{99}$; b.) $0,\overline{01}\ldots = \frac{1}{99}$; c.) $0,\overline{56}\ldots = \frac{56}{99} = \frac{4}{11}$;
d.) $8,\overline{524524}\ldots = 8\frac{524}{999} = 8\frac{56}{111} = 8\frac{8}{37}$.

Anmerkung. Von der Richtigkeit des letztern Verfahrens überzeugt man sich durch Verwandlung der herausgebrachten gewöhnl. Brüche in Decimalbrüche, z. B. $\frac{2}{9} = 0,222..$ (nach A.). Die Gründe jedoch sind hier der Raumersparung wegen umgangen.

3.) Wenn die Wiederkehr nicht mit der ersten Decimalstelle anfängt, so versetze man das Komma bis an die Wiederkehr, verwandle sodann die Wiederkehr (nach 2.), dividire jedoch den so erhaltenen gewöhnl. Bruch noch durch 1 mit

so vielen Nullen, als Decimalstellen vor der Wiederkehr waren; z. B. $0,\overline{333}\ldots = \frac{8,\overline{333}\ldots}{10}$ (dieß ist richtig n. §. 106 V.)

$$= \frac{8\frac{3}{10}}{10} = \frac{8\frac{1}{3}}{10} = \frac{\frac{25}{3}}{10} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}.$$

Uebungsbeispiele. Man verwandle in gewöhnliche Brüche.

850) a) 0,0408; b) 3,14; c) 0,01328125; d) 3,1416; e) 0,00270027...; f) 4,278181...

§. 142. Verwandlung benannter Decimalbrüche von höhern Namen in niedern Namen.

Allgemeine Regel. (§. 59.) Man multiplicire die Zahl vom höhern Namen mit der Eintheilungszahl zum nächst niedern Namen. z. B.

1.) Wie viele Kreuzer und Heller sind 0,5872 fl.

Ausrechnung. Man multiplicirt mit 60 kr. oder mit 10×6, indem man sich zuerst das Komma um eine Stelle zur Rechten versetzt denkt (was durch einen Punkt angedeutet ist 0,5·872), u. dann noch mit 6 multipl. Man erhält 35,232 kr. Der Bruch der kr. (,232) wird nun mit 8 multipl. (1 kr. = 8 hl.) wobei 1,856 hl. herauskommen.

0,5·872 fl. × 60
35,232 kr. × 8
1,856 hl.

Antwort. 0,5872 fl. sind 35 kr. 1,856 hl.

2.) 5,826 Fuß, wie viel sind es Fuß, Zoll ꝛc. a) im Dz.? b) im Dz. eMaaß?

Ausrechnung. a)
5,′ 826 × 12
9,″ 912 × 12
10,‴ 944 × 12
11,^{IV} 328

b)
5,′ 826 × 10
8,″ 26 × 10
2,‴ 6 × 10
6^{IV}

Antwort. a) 5,826′ = 5′ 9″ 10‴ 11,^{IV}328 im zwölfth. Mß.
b) 5,826′ = 5′ 8″ 2‴ 6^{IV} im zehnth. Maaß.

Aus der Verwandlung b) 5,826′ = 5′ 8″ 2‴ 6^{IV} Dz. erkennt man aber, daß bei regelmäßiger Eintheilung mit 10 die Decimalstellen der Ordnung nach die gesuchten Einheiten von nied. Namen geben, indem $\frac{3}{10}' = 3''$; $\frac{2}{100}' = 2'''$ u. s. f. ist.

3) 17,54689□′ = 17□′ 54□″ 68□‴ 90□^{IV} Dz. Mß.
4) 6,0435 K.′ = 6 K.′ 43 K.″ 500 K.‴ Dz. Mß.

Uebungsbeispiele.

851) 39,6208 fl., dann 0,07432 fl.; wie viel sind's fl. kr. hl.?

852) 92,384 Pfund; wie viel sind es Lb. Lth. und Qnt.?
853) 0,32056 Ztr.; " " " " " " " "?
854) 7',5415; w. v. sind's Fuß, Zoll ꝛc. im Ddz.? i. Dz. Mß.
855) 1 preußisch. Pfund = 0,8352 bayerisch. Pfund.; wie viel gibt dieß bayer. Loth und Quint?
856) 1 Jahr = 365,24226125 Tagen; wie viel sind es Tage, Stunden, Minuten und Secunden?

Anmerkung. Der erste Anhang enthält die Angabe zu vielen practischen Beispielen wie Nro. 855.

§. 143. Die Verwandlung einer Zahl von niederm Namen in einen Decimalbruch von höherm Namen.

Allgemeine Regel. (§. 60.) Man dividire die gegebene Zahl vom niedern Namen durch die Eintheilungszahl. Hiedurch erhält man einen gewöhnlichen Bruch des höhern Namens; diesen hebt man möglichst, und verwandelt ihn dann in einen Decimalbruch u. §. 141. z. B.

1) 6 Heller, wie viel sind es a) Kreuz.? u. b) Guld.?

zu a) 6 hl. $= \frac{6}{8}$ kr. $\overset{:2}{=} \frac{3}{4}$ kr. $= 0{,}75$ kr.

zu b) 6 hl. $= 0{,}75$ kr. $= \frac{0{,}75}{60}$ fl. $\overset{:10}{=} \frac{0{,}075}{6}$ fl. $= 0{,}0125$ fl.

Antwort. 6 hl. sind daher a) 0,75 kr. u. auch b) 0,0125 fl.

2) Wenn die zu verwandelnde Zahl mehrnamig ist, z. B.: „8 fl. 37 kr. 5 hl., wie viel sind es fl.?" so bringe man zuerst den niedersten Namen (die hl.) auf einen Decimalbruch des nächst höhern Namens (also auf kr.), füge hiezu die Ganzen (37 kr.) dieses Namens, und bringe die so verbundene Zahl auf den nächst höhern Namen (fl.); fahre sodann in dieser Art fort, bis man alles auf den verlangten Namen gebracht hat. (Hiebei muß man vielmöglichst im Kopfe dividiren).

Ausrechnung. Zuerst sind 5 hl. $= \frac{5}{8}$ kr. in 0,625 kr. verwandelt, und unterhalb rechts an die 37 kr. geschrieben. Dann sind die 37,625 kr. mit 60 dividirt, indem man diese Zahl zuerst im Kopfe mit 10 (durch Versetzung des Komma) und zugleich die so herauskommen-

8 fl. 37 kr. 5 hl.
——— : 8
8 fl. 37,625 kr.
——— : 10 × 6
8,6270833... fl.

den 3,7625 kr. noch durch 6 dividirte. Der hiebei erhaltene Quotient ist sogleich den 8 fl. angehängt. Man erhält die

Antwort: 8 fl. 37 kr. 5 hl. = 8,6270833 . . . fl.

3) 5′ 8″ 2‴ 6^{IV} Dz. wie viel sind es Fuß?

Man hat 5′ 8″ 2‴ 6^{IV} Dz. = 5,′826 denn 8″ = $\frac{8}{10}$′ 2‴ = $\frac{2}{100}$′ und 6^{IV} = $\frac{6}{1000}$′ (nach §. 50).

Uebungsbeispiele.

Man gebe an, auf 4 Decimalstellen, wie viel fl. sind:

857) 36 kr.? ‖ **858)** 47 kr.? ‖ **859)** 9 fl. 12 kr. 1 pf?

860) 73 Pfund 24 Lth. 3 Dnt., wie viel sind es Ztr.?

Wie viele Fuß sind (bis auf 4 Decimalstellen):

861) 3″ 4‴ Dz.?‖9′ 8″ 5‴ Ddz.?‖17° 8,51‴ Ddz.?‖ 8° 7‴ 9^{IV} Dz.?

9° 8′ 5″ 7‴ 9,3^{IV} Dz.? ‖ 3° 11′ 10″ 9‴ 3^{IV} Ddz?

862) Wie viele □′ sind 5□° 82□′ □8″ im Dz.? i. Ddz.Mß?

863) Wie v. K.′ sind 2K.° 921K.′ 42K. ″im Dz.?i. Ddz.M.?

§. 144. Verwandlung von zehntheiligem (Dz.) Maaß in zwölftheiliges (Ddz.), und umgekehrt.

Da in beiden Eintheilungen (§. 50) der Fuß ein und der nämliche ist, so bringe man 1) die gegebene Zahl auf Fuß (n. §. 143) und verwandle dann 2) die herausgebrachte Anzahl Fuß in Einheiten (Zoll, Lin. ꝛc.) der verlangten andern Eintheilung (nach §. 142).

1) Beispiel. 5′ 8″ 2‴ 6^{IV} Dz. Mß., w. viel ist's i. Ddz.M.?

Ausrech. a) 5′ 8″ 2‴ 6^{IV} Dz. Zuerst ist die ganze gegebene mehrnamige Zahl auf Fuß (5′,826) gebracht (§. 143 Beisp. 3.), u. diese sind sodann (§. 142 Beisp. 2. a.) in Ddz. Zoll, Lin. u. s. w. verwand.

b) 5′, 826 × 12
9″, 912 × 12
10‴, 944 × 12
11^{IV}, 328

Antwort. 5′ 8″ 2‴ 6^{IV} Dz. = 5′ 9″ 10‴ 11^{IV},328 Ddz.Mß.

2. Beispiel. Man verw. 3′ 11″ 2‴ 6^{IV} Ddz. in 10th.Mß.

Ausrechn. a) 3′ 11″ 2‴ 6^{IV} Ddz. : 12
3′ 11″ 2‴, 5 : 12
3′ 11″, 20833 .... : 12

b) 3′, 934027

Die gegebene Länge ist in Fuß verwandelt (nach §. 143). Man erhält 3′,93402; u. diese sind (nach §. 142) in Zoll, Linien ꝛc. ausgesprochen.

d. i. 3′ 9″ 3‴ 4^{IV},027 Dz.

Antw. 3′ 11″ 2‴ 6^{IV} Ddz. Mß. geb. 3′ 9″ 3‴ 4^{IV}, 027 Dz.M.

Digitized by Google

3. Beispiel. Man verwandle 17° 11′ 3″ Ddz. in 10th. M.

Ausrechnung. Die gegebene Zahl dieses Beispiels enthält außer Fuß ꝛc. auch Ruthen. Diese nun verwandelt man ebenfalls in Fuß (nach §. 59). Man erhält 17 × 12′ = 204′; addirt hiezu gleich die 11′ und erhält daher 215′. Diese werden dann auf Ruthen der andern Eintheilung (hier zehntheilige Eintheilung) gebracht, (nach §. 60). Die Verwandlung der Zoll, Linien, ꝛc. ꝛc. geschieht wie oben gezeigt ist.

17° 11′ 3″Ddz.
× 12— —: 12
215′,25
d. i. 21° 5′ 2″ 5‴Dz. Mß.

Antwort. 17° 11′ 3″Ddz. = 21° 5′ 2″ 5‴Dz. Mß.

4.) Soll man Flächen- oder Körper-Maaß umwandeln, so ist das Verfahren (mit Rücksicht auf die größern Eintheilungszahlen §. 51 und 52.) ganz das nämliche. Man verwandle z. B. 28□° 38□′ 59□″ Ddz. Maaß in Dz. Mß.

Rechnung. Durch Multiplication mit 144 (od. 12×12) sind (n. §. 59) die 28□° in □′ verwandelt und die 38□′ gleich zugezählt. Dieß gibt 4070□′. Sodann sind die 59□″Ddz. ebenfalls in □′ verwandelt (nach §. 143 durch Div. mit 12 × 12), und die herausgebrachten 0,409722... □′ gleich neben die 4070 ganze □′ angeschrieben. Man hat demnach im Ganzen 4070,4097222...□′, und schreibt diese (nach §. 142 und §. 51. a. 2.) ohne weiters als 40□° 70□′ 40□″ 97□‴ 22,2□ᴵⱽ Dz. an, und dieß ist die Antwort.

28□° 38□′ 59□″ Ddz.
× 12 —— —— : 12
336 4,9166....
× 12—— ——: 12
4070,409722....□′
d. i. 40□° 70□′ 40□″ 97□‴ 22,2□ᴵⱽDz.

5.) Man gebe 3 K°. 516 K′. 23 K″. Dz. im 12th. M. an.

Rechnung. Die 3 K°. 516 K′. 23 K″. Dz. sind (nach §. 142 und 143 als 3 516,023 K′. angeschrieben. Sodann sind in Nebenrechn. a) die 3516 K.′ (durch Division mit 1728 n. §. 60) auf 2 K°. 60 K′. Ddz. gebracht, und b) die

3 K°. 516 K′. 23 K″. Dz.
3 516,023 K′.
= 2K°. Ddz.

a) 3516 K′. : (1728)
3456
60 K′.

b) 0,023 K′.
× 1 728
5 184
34 56
39,744K″. Ddz.

0,023 K'. (durch Multiplication mit 1728 nach §. 142) in 39,744 K''. Ddz. verwandelt; so daß nun gefunden ist: die 3 K°. 516 K'. 23 K''. Dz. = 2 K°. 60 K'. 39,744 K''. Ddz.

Anmerkung. Die 0,744 K''., Ddz. könnten noch in K'''., K^{IV}. Ddz. angegeben werden, durch wiederholte Multiplication mit 1728 (nach §. 142).

Uebungsbeispiele.

864) 15° 7' Ddz.; wie viel ist es im zehntheil. Maaß?
865) 8'' 3''' 5^{IV} Dz.; wie viel ist es im zwölftheil. Maaß?
866) 6° 5' 0'' 9''' Dz.; wie viel ist es im zwölfth. Maaß?
867) 42° 11' 8'' 4''' $8,2^{IV}$ Ddz. w. v. ist's im zehnth. M.?
868) 4□° 115□' Ddz.; wie viel ist es im zehnth. Maaß?
869) 2□' 92□'' 36□''' Dz.; wie viel ist es im 12th. Mß.?
870) Das Schäfl. hält 8 K'. 944 K''. Dz.; w. v. im 12 th.?
871) 21□° 52□' 0□'' 31□''' Dz.; w. v. ist's im 12th.?

Zweiter Abschnitt.

Von der Anwendung der Decimalbrüche und den verkürzten Rechnungen mit denselben.

§. 145. Die vortheilhafte Anwendung der Decimalbrüche, welche sich schon aus ihrer einfachen Anschreibeart (§. 133) erklärt, ist sehr ausgedehnt; aber nur einige besondere Fälle können hier erklärt werden:

1) Mühsame Rechnungen in gewöhnlichen (oder gemeinen) Brüchen können durch Verwandlung dieser in zehntheilige um vieles vereinfacht werden.

2) Mehrfach benannte Zahlen von zehntheiliger Eintheilung (§§. 50, 51, 52 a. 2.) werden immer zuerst in Decimalbrüchen angeschrieben, und dann erst wird mit denselben gerechnet.

3) Aber auch bei mehrfach benannten Zahlen von andern Eintheilungen vermeidet man häufig größere Rechnungen durch Anwendung der Decimalbrüche. Da z. B. 1 preußisches Pfund nach bayerischem Gewichte 26 Lth. $2\frac{5001}{4375}$ Qt.

Digitized by Google

r $\frac{4}{5}\frac{6}{0}\frac{7}{0}\frac{2}{0}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$ Pfund oder auch sehr nahe 0,8352 Pfund wiegt, wird man, um jede andere Anzahl preuß. Pfunde, Lth. nach bayer. Gewichte zu finden, weit kürzer mit der letzten Angabe (1 preuß. Pfund = 0,8352 bayer. Pfund), als jeder der beiden erstern, rechnen.

4) Die Abhängigkeit vieler Dinge von einander, wie z. B. der Münz-, Maaß- und Gewichtseinheiten verschiedener Länder, wird anschaulich und zugleich bequem in Decimalbrüchen angegeben. Die obige Angabe 1 pr. Pfund wiegt 8352 (d. i. $\frac{8}{10} + \frac{3}{100} + \frac{5}{1000} + \frac{2}{10000}$) bayer. Pfund bt jedem, welcher das bayer. Pfund kennt, eine viel klarere Vorstellung von der Schwere des preuß. Pfundes als die leichbedeutende Angabe 1 pr. Pfund = $\frac{4}{5}\frac{6}{0}\frac{7}{0}\frac{2}{0}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$ bayer. ℔.

5) Da die Werthe der Decimalbrüche ($\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ .. ℔.) sehr schnell abnehmen, so braucht man in den meisten Fällen nur einige der ersten Decimalen, kann daher die och rechts folgenden wegwerfen, und in dieser Art die Rechnung verkürzen. Die Erkennung der nothwendig beizubehaltenden Decimalen aber fällt, wegen der klaren Vorstellung von em Werthe jeder einzelnen, nicht schwer.

§. 146. Das Abkürzen der Decimalbrüche.

Man versteht hierunter das Wegstreichen oder Auslassen jener Decimalziffern, deren Werth in einem bestimmten Falle unerheblich ist. Läßt man z. B. von 32,45 kr. die zweite Decimale weg (32,45 kr.), so verliert man $\frac{5}{100}$ kr. d. i. $\frac{1}{20}$ kr. Es ist aber $\frac{1}{2}$ hl. = $\frac{1}{10}$ kr.; und $\frac{1}{20}$ kr. ist kleiner als $\frac{1}{10}$ kr. (nach §. 106. B). Man hat daher durch das Wegwerfen der $\frac{5}{100}$ kr. (bei 32,45 kr.) weniger als $\frac{1}{2}$ hl. verloren. In allen Fällen nun, in denen der nicht ausbezahlbare einzelne Werth von $\frac{1}{2}$ hl. unberücksichtigt bleiben darf, kann man anstatt 32,45 kr. die einfachere abgekürzte Zahl 32,4 kr. setzen.

Um aber beim Abkürzen der Decimalbrüche keine Decimalen wegzulassen, deren Werth eben noch erheblich ist, muß man jedesmal wohl beachten:

1) den Zweck der Rechnung, (denn je nachdem dieser mehr oder weniger Genauigkeit verlangt, sind auch mehr oder weniger Decimalstellen beizubehalten);

2) die Größe der Haupteinheit, (denn je größer diese ist, desto mehr Decimalen sind nöthig, bis man zu Ziffern kömmt, deren Werth unerheblich ist);

Digitized by Google

3) ob mit den abzukürzenden Zahlen noch Rechnungen vorzunehmen sind, indem man sodann überlegen muß, ob durch diese der Fehler des Abkürzens verkleinert od. unzulässig vergrößert würde; in welch letzterm Falle man sodann mehr Decimalen beibehalten müßte. Die Beachtung dieser 3 Punkte ist nie schwer, aber sie verlangt Aufmerksamkeit.

Anmerkung zu 1.) Wer z. B. die Schwere des preuß. Pfundes (= 0,8352 bayer. Pfund) nur noch in ganzen bayer. Lothen (d. i. $\frac{3}{32}$ Pfund) richtig angeben will, reicht mit den 100teln, d. i. mit 2 Decimalen (0,83 Pfund) aus; wo aber größere Genauigkeit nöthig ist, müssen mehr Decimalen genommen werden.

Anmerkung zu 2.) Der 1000ste Theil einer Meile (§. 50 f.) hat noch die beträchtliche Länge von 25 Fuß; der 1000ste Theil eines Zolles hingegen hat eine kaum sichtbare Größe.

Anmerkung zu 3.) Wer, wie oben, die Zahl 32,45 kr. auf eine Decimale abkürzt (32,4 kr.), fehlt um weniger als $\frac{1}{2}$ hl. Sollte aber die Zahl 32,4 hl. nach der Abkürzung noch multiplicirt werden, z. B. mit 10, so würde sich der Fehler der Abkürzung 10mal, also über Gebühr, vergrößern, und es müßten daher in diesem Falle mehr Decimalstellen beibehalten werden. Die Regeln nun, Decimalbrüche abzukürzen, sowohl mit Rücksicht auf ihren Namen (Haupteinheit), als auch bezüglich der mit ihnen noch vorzunehmenden Rechnungen, enthalten die folgenden §§.

§. 147. Abkürzungen der Decimalbrüche, mit Bezug auf die Größe ihrer Haupteinheit.

Wenn man Decimalbrüche nur in Rücksicht auf ihre Haupteinheit (fl. oder kr. od. Pfunde ꝛc.) abkürzt, so streicht man jedesmal alle jene Decimalen weg, deren Werth zusammen kleiner ist als die niederste Einheit dieses Namens, (beim fl. also kleiner als $\frac{1}{2}$ hl., beim Pfund klein. als $\frac{1}{2}$ Qt. ist, ꝛc). Diese Genauigkeit wird auf folgende Art erreicht:

Regel. 1) Man behalte nur so viele Decimalen, als die Eintheilungszahl vom Namen des Decimalbruches (z. B. fl.) bis zur niedersten Einheit dieses Namens (hl.) Ziffern hat. 2) Ist hiebei die nächste der weggelassenen Ziffern ein 5er od. größer als Fünf, so vergrößere man um 1 die letzte beibehaltene Decimalziffer. 3) Zur Abkürzung unbenannter Decimalbrüche muß die Anzahl der beizubehaltenden Decimalen angegeben seyn; gewöhnlich aber ist auch diese durch den Zweck der Rechnung ausgesprochen.

Digitized by Google

Beispiel. Man kürze ab a) 2,647531 fl. u. b) 2,647469 fl.

Die Eintheilungszahl vom Namen fl. bis zum hl. ist $60 \times 8 = 480$, also 3ziffrig. Man behält daher 3 Decimalen (2,647), vermehrt aber bei a) die letzte behaltene Stelle (7) um eins, da die nächste der weggelassenen Ziffern ein Fünfer ist. Es ist mithin auf $\frac{1}{2}$ hl. genau abgekürzt:

a) 2,647531 fl. = 2,648 } d. h. man hat bei a) weder $\frac{1}{2}$ hl.
b) 2,647469 fl. = 2,647 } zu viel noch bei b) $\frac{1}{2}$ hl. zu wenig.

Anmerkung 1.) Durch Ueberlesen der Eintheilungszahlen (v. §. 48 bis §. 57) wird man sich ohne große Mühe, für jede unserer Münz-, Maaß- und Gewichts-Einheiten, die beim Abkürzen nöthige Anzahl Decimalstellen merken. Man behält nämlich:
bei Gulden die 3 ersten Decimalen, da 1 fl. = 480 hl. ist;.
bei Kreuzern die erste Decimale (Zehntel) da 1 kr. = 8 hl. ist;
bei Zentnern die ersten 5 Decimalen, da 1 Ztr. = 12800 Qt. ist;
bei Pfunden die ersten 3 Decimalen, da 1 ℔. = 132 Qt. ist; ꝛc.

Anmerkung 2) Wäre wie z. B. bei 9,2375 fl. nur die einzige Decimalziffer 5 wegzuwerfen, so behalte man diese bei; käme aber der Fall in der nämlichen Rechnung einigemal vor, so kann man den 5er jedesmal weglassen, und dafür einmal vergrößern, das anderemal aber nicht.

Beispiele.

c) 0,68527105 Fuß = 0,6853 Fuß } wobei um weniger als
d) 8,6852199 Fuß = 8,6852 Fuß } $\frac{1}{2}$ Scrupel gefehlt ist.
e) 158,3737... Zntr. = 158,37374 Zntr. auf $\frac{1}{2}$ Qt. genau.
f) 29,346009 Kreuz. = 29,3 Kr. auf $\frac{1}{2}$ hl. genau.

Uebungsbeispiele Man kürze ab:

872) 0,8342 kr.;
873) 5,9573 Lth.;
874) 1,8363 Eim.;
875) 8,5656.. □″ Dz.
876) 15,6996307 fl.;
877) 72,4576896... Schfl.;
878) 108,235905°.... Ddz.;
879) 5,999923 fl.

Man verwandle folgende gewöhnliche Brüche in Decimalbrüche mit der nöthigen Anzahl Decimalstellen.

880) $\frac{6}{7}$ fl. 882) $\frac{15}{66}$ fl. 884) $15\frac{2}{3}\frac{1}{2}$ ℔.
881) $\frac{5}{49}$ Fuß. 883) $7\frac{19}{36}$ □′ 885) $92\frac{1}{1}\frac{2}{4}\frac{2}{4}$ □′

Die folgenden Beispiele sind abzukürzen und dann nach §. 142. zu rechnen.

886) 0,134134... fl.; wie viel sind es kr. und pf.?
887) 0,056839074 Ztr., wie viel sind's Pfund, Lth. u. Qt.?
888) 13,255255... Fuß, w. v. sind's Zoll ꝛc. im Ddz.?
889) 0,3002130021... □′, w. v. Ddz. □″, □‴ u. □^{IV} sind's?

890) 1 würtemb. Schäffel = 0,7971 bayer. Schfft.; wie viel sind dieß bayer. Metzen, Viertl ꝛc.? (Aehnliche Beispiele sind aus Anhang II. zu nehmen.)

Beweis. Um die Richtigkeit der Abkürzungsregel einzusehen, muß man vorher noch 2 Eigenschaften der Decimalzahlen kennen lernen, nämlich: 1) Eins von irgend einer Stelle (z. B. 0,001) gilt mehr als alle ihr etwa rechts folgenden Decimalen, und wären diese auch (wie z. B. in 0,001 999...) lauter Neuner; denn es ist $0{,}000999 = \frac{999}{1000000}$ } daher wegen des grös-
und $0{,}001 = \frac{1}{1000} = \frac{1000}{1000000}$ } sern Zählers 1000
offenbar $\frac{1000}{1000000}$ (d. i. 0,001) mehr werth als $\frac{999}{1000000}$ (d. i. 0,000999). Da nun hieraus auch klar ist, daß die Hälfte von 0,001 mehr gilt als die Hälfte von 0,000999 d. i. $\frac{1}{2}$ von 0,001 „ „ „ 0,000499 ($= \frac{0{,}000999}{2}$), so erkennt man: 2) Eine halbe Einheit einer Decimale (z. B. $\frac{1}{2}$ Tausendtel) gilt mehr als alle ihr rechts folgenden Decimalen (Zehn-, Hundert-Tausendtel ꝛc.) zusammen genommen, wenn nur die zunächst folgende (wie in 0,001499..) kleiner ist als 5.

Sind nun benannte Decimalbrüche (z. B. a. 2,647499 fl. oder b. 2,647501 fl.) abzukürzen, deren Eintheilungszahl (480) bis zum niedersten Namen (hl.) dreiziffrig ist, so ist der Werth von der niedersten Einheit, d. i. hier von 1 hl. $= \frac{1}{480}$ fl. und von $\frac{1}{2}$ hl. $= \frac{1}{2}$ von $\frac{1}{480}$ fl.

Streicht man nun solchen Decimalbrüchen alle nach der dritten Decimale folgende Ziffern weg (a. 2,647499 fl. u. b. 2,647501 fl.), so ist der Fehler geringer als $\frac{1}{1000}$ fl. (Sieh oben die erste Eigenschaft). Ist ferner hiebei die zunächst stehende weggestrichene Ziffer kleiner als 5 (wie bei a. 2,647499 fl.), so ist der Fehler selbst geringer als $\frac{1}{2}$ Tausendtel-Gulden (siehe die zweite Eigenschaft); ist aber diese nächste Ziffer größer als 5 oder (wie z. B. bei b) 2,647501 fl.) 5 mit noch folgenden Ziffern, so wirft man zwar 0,000501 fl. d. i. mehr als $\frac{1}{2}$ Tausendtel ($= 0{,}0005$ fl.) weg, zählt aber dafür, indem man 2,648 schreibt, 1 ganzes Tausendtel hinzu; man hat also zugezählt 0,001 fl.
man hat weggeworfen 0,000501 fl.

Also hat man zu viel behalten 0,000499 fl.
Und auch dieses ist wieder weniger werth als $\frac{1}{2}$ Tausendtel

Digitized by Google

(zweite Eigenschaft), daher in beiden Fällen der Abkürzungs-Fehler kleiner als $\frac{1}{2}$ Tausendtel fl. ist.

Endlich ist aber $\frac{1}{1000}$ fl. kleiner als $\frac{1}{480}$ fl. (§. 106 B.), daher auch $\frac{1}{2}$ Tausendtelfl. kleiner als $\frac{1}{2}$ hl., und folglich um so mehr der Abkürzungs-Fehler (der noch kleiner als $\frac{1}{2}$ Tausendtelfl. ist) kleiner als $\frac{1}{2}$ hl., was zu beweisen war.

So wie aber hier die Richtigkeit der Regel für die dreiziffrige Eintheilungszahl 480 gezeigt wurde, völlig so läßt sie sich auch für die größte dreiziffrige Eintheilungszahl 999 nachweisen, indem $\frac{1}{1000}$ auch noch kleiner ist als $\frac{1}{999}$; und in ähnlicher Art kann der Beweis für jede andere 1- oder 2- oder 4- ꝛc. ziffrige Eintheilungszahl geführt werden.

Anmerkung 1.) Ist nur die einzige Ziffer 5 wegzustreichen, wie bei 0,8365, so ist der Fehler $\frac{1}{2}$ Einheit der letzten behaltenen Stelle, gleichviel ob man 0,836 oder 0,837 schreibt. Denn es ist $0{,}0005 = \frac{5}{10000} = \frac{1}{2000} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{1000}$.

Anmerkung 2.) Ganze, namentlich große Zahlen können in ähnlicher Art wie Decimalbrüche abgekürzt werden. Fände man z. B. in einer Rechnung die Größe der Erdoberfläche zu 9 281 916,28 □ Meilen, so könnte man diese Zahl füglich in 9 282 000 □ Meilen abkürzen; denn es ist der Unterschied von 83,72 □ Meilen gegen 9 Millionen sehr gering, und es gibt überdieß die abgekürzte Zahl 9 282 000 eine klarere Vorstellung von der Größe der Erdoberfläche als die vollständige 9 281 916,28.

Anmerkung 3.) Endlich kann man auch gewöhnliche Brüche vom niedersten Namen (als z. B. vom hl., Qt., ꝛc.) abkürzen, nämlich: a) entweder in der Art, daß man ihrem Zähler oder Nenner einige wenige Einheiten zuzählt oder abzieht, wenn hiedurch die Brüche einfacher werden; z. B. $\frac{7}{12}$ hl. in $\frac{6}{12}$ hl. $= \frac{1}{2}$ hl.; $2\frac{45}{62}$ Qt. in $2\frac{45}{63}$ Qt. $= 2\frac{5}{7}$ Qt.; $\frac{7}{18}$ hl. $+ \frac{5}{18}$ hl. in $\frac{7}{18} + \frac{6}{18} = \frac{13}{18} = \frac{7}{9}$ hl. Oder b) in Zahlen, deren Sinn keine Brüche zuläßt, diese wegwirft, indem man für jene, deren Zähler, größer als der halbe Nenner ist, die Ganzen um eins vergrößert; demnach $75\frac{3}{4}$ Mann abkürzt in 76 Mann, $298\frac{3}{7}$ Gewehre in 298 Gewehre ꝛc. Dieses Abkürzen gewöhnlicher Brüche darf aber nur in dem Endresultate und niemals in den Angaben einer Rechnung geschehen, indem man im letztern Falle nicht leicht die Größe der Fehler zu beurtheilen vermag, die hiedurch im Endresultate entstehen könnten; (man finde z. B. den Abkürzungsfehler wenn man $2\frac{45}{62}$ Qt. $\times$ 3065 abkürzt in $2\frac{5}{7}$ Qt. $\times$ 3065). Aber gerade diese Beurtheilung ist bei den Decimalbrüchen möglich, u. gehört mit zu ihren besondern Vorzügen; indem gerade dadurch die Rechnungen verkürzt werden können, ohne in den Endresultaten größere Fehler zu veranlassen, als sie der Rechner im

Digitized by Google

Voraus schon für unerheblich erkennt. (Eine Vereinfachung der gewöhnl. Brüche mit Hülfe der Kettenbrüche ist hier, der Raumersparung wegen, weggelassen.)

§. 148. Verkürzte Addition und Subtraction in Decimalbr.

Regel. Man lasse jedem Decimalbruche eine Decimale (bei mehr als 10 Post. aber 2 Decimalen) mehr, als die Regel des vorigen §. verlangt; rechne dann mit den abgekürzten Zahlen in gewöhnlicher Art (nach §. 137 oder §. 138), u. berichtige die vorletzte Decimale durch die letzte (n. §. 147).

1. Beispiel. Man soll die gewöhnlichen Brüche $7\frac{3}{8}$ fl.; $16\frac{7}{9}$ fl.; $8\frac{5}{11}$ fl.; 12 fl. 13 kr.; $25\frac{6}{7}$ fl.; $\frac{17}{18}$ fl.; $\frac{3}{4\,8}$ fl.; u. $5\frac{2\,9}{8\,5}$ fl. in Decimalbrüche verwandeln, und ihre Summe auf Heller genau angeben.

Ausrechnung. Der Name Gulden bedingt 3 Decimalstellen (§. 147), und da man der Zusammenzählung der (8) abgekürzten Posten wegen auf eine Decimalstelle mehr abkürzen muß, so sind alle gegebenen gewöhnl. Brüche in Decimalbrüche verwandelt (n. §. 141. A.), mit 4 genauen Decimalstellen (§. 147).

$7\frac{3}{8}$ fl. = 7,3750 fl.

$16\frac{7}{9}$ fl. = 16,7778 „

$8\frac{5}{11}$ fl. = 8,4545 „

$12\frac{1\,3}{6\,0}$ fl. = 12,2167 „

$25\frac{6}{7}$ fl. = 25,8571 „

$\frac{17}{18} = \frac{8\,5}{9}$ fl. = 0,9444 „ (:2)

$\frac{3}{4\,8} = \frac{6\,2\,5}{8\,0}$ fl. = 0,7708 „ (:8 / :10)

$5\frac{2\,9}{8\,5} = 5\frac{5\,1\,8}{7}$ fl. = 5,8286 „ (35 444)

Summe = 78,225 „

× 60

13,500 kr.

× 8

4,0 Heller.

Diese sind sodann in gewöhnlicher Art zusammengezählt; d. Summe der ersten Reihe (39) ist jedoch nicht angeschrieben, sondern nur ihre genau gestellte Zehnerziffer 4 (nach §. 147 wegen der weggeworfenen 9) zur folgenden Reihe hinübergezählt. Man findet die Summe 78,225 fl. d. i. (nach §. 142) 78 fl. 13 kr. 4 hl.

Antwort. 78 fl. 13 kr. 4 hl.

Anmerkung. Man findet die nämliche Summe durch Addiren der gegebenen gewöhnl. Brüche (n. §. 110. B.); u. Anfänger werden diesen Versuch nicht unterlassen, indem er ihnen zugleich zeigen wird,

Digitized by Google

wie viel mühsamer diese Rechnung mit den gewöhnlichen Brüchen als mit den zehntheiligen sey.

2. Beispiel. 53,24686519 Fuß — 21,5632439 Fuß.

53,24687
— 21,56324
31,68363

d. i. 3° 1′ 6″ 8‴ 4^{IV} Dz. M.

Ausrechnung. Die Haupteinheit Fuß verlangt 4 Decimalen um noch $\frac{1}{2}$ Scrupel genau zu geben (nach §. 147). Man kürzt nun, wegen der Subtraction, die Zahlen auf 5 Decimalen ab; subtrahirt aber die letzte nur im Kopfe, um zu erkennen, ob die nächstfolgende vierte Decimalstelle um 1 zu vermehren sey oder nicht. Man sagt nämlich 4 bis 7 bleibt 3; dieser Rest wird also ausgelassen (da er kleiner ist als 5); ferner sagt man 2 bis 8 sind 6 u. s. f.

Man findet 31,6836 Fuß als Unterschied, den man, je nachdem es verlangt ist, auf zehntheilige oder zwölftheilige Ruthen, Fuß, Zoll ꝛc. bringt.

Uebungsbeispiele.

891) $37\frac{2}{15}$ ℔. + $3\frac{7}{11}$ ℔. + $9\frac{5}{8}$ ℔. — $6\frac{2}{7}$ ℔. — $2\frac{5}{12}$ ℔.?

892) Nro. 610. (§. 110) auf 4 genaue Decimalstellen?

893) $28\frac{3}{4}$ kr. + $19\frac{5}{9}$ kr. + $35\frac{17}{22}$ kr. — $51\frac{7}{10}$ kr.?

Beweis. Würde man im ersten Beispiele die Posten nur auf 3 Decimalstellen abkürzen, so könnte der Fehler bei jedem einzelnen zwar nur höchstens $\frac{1}{2}$ Heller, (§. 147) bei 10 Stücken hingegen beinahe $10 \times \frac{1}{2}$ Heller (d. i 5 hl.), u. bei 100 Stücken beinahe $100 \times \frac{1}{2}$ hl. (d. i. 50 hl. = 6 kr. 2 hl.) ausmachen, was mehr wäre, als in einer genauen Rechnung zuläßig ist. Behält man nun eine Decimale mehr, so kann der Fehler nicht völlig den zehnten Theil von $\frac{1}{2}$ Heller, bei 10 Stücken also wieder nicht völlig $\frac{1}{2}$ Heller betragen.

Behält man ferner bei 100 Posten, jedem 2 Decimalstellen mehr, so kann der Fehler bei jedem einzelnen nur beinahe $\frac{1}{100}$ vom $\frac{1}{2}$ Heller, bei 100 Stücken also wieder nur beinahe $\frac{1}{2}$ Heller betragen, woraus demnach die Richtigkeit der obigen Regel für die Abkürzung der Posten nachgewiesen ist.

Bei der Subtraction kann durch die Abkürzung der Abzug um beinahe $\frac{1}{2}$ zu klein, das Ganze aber um eben so viel zu groß, daher der Rest um beinahe 1 Ganzes zu groß werden. Behält man aber beiden eine Decimale mehr, so kann der Fehler höchstens noch den zehnten Theil einer Einheit des niedersten Namens betragen.

Digitized by Google

Anmerkung. Anfänger halten es leicht für eine Unrichtigkeit, daß die gegebenen Decimalbrüche sowohl als die gesuchten fast nie genau sind. Sie bedenken dabei nicht, daß es nur auf den Rechner selbst ankömmt den Fehler so klein als er will, also unschädlich, zu machen. Denn reicht z. B. bei einer Rechnung die Genauigkeit von ½ Tausendtel nicht hin, so behalte man statt 3 Decimalen, deren 4, 5 ꝛc. Sind jedoch die Zahlen schon abgekürzt gegeben, so zeigt der obige Beweis, wie viele Decimalen einer Summe oder eines Unterschieds noch verläßig sind. Wären z. B. Decimalbrüche vom fl. zu addiren, die schon auf 3 Decimalen abgekürzt gegeben sind, so würde die Summe von 100 Posten nur noch die ½ Zehntelfl., jene von 10 Posten nur noch die ½ Hundertfl. verläßig angeben. Hiebei ist jedoch noch zu bemerken, daß, weil durch das Abkürzen der gegebenen Stücke einige etwas zu groß, andere dagegen etwas zu klein werden, der Abkürzungsfehler meistens weit unter die Abkürzungsgrenze fällt und sehr häufig sich ganz aufhebt.

*§. 149. **Verkürzte Multiplication in Decimalbrüchen.**

Wenn man im Producte weniger Decimalstellen braucht, als deren die Factoren zusammen genommen haben, so kann man kürzer als nach §. 139 multipliciren. Hiebei sollen zwei Fälle unterschieden werden, nämlich: A.) Wenn in einem der Factoren die erste Ziffer linker Hand eine bedeutende Einerziffer (d. h. nicht Null, sondern 9 bis wenigstens 1) ist; wie z. B. der zweite Factor der Multiplication 0,426872 fl. × 3,6519609; B.) wen dieses nicht der Fall ist.

Regel zu A. 1) Man nehme den Factor (3,6519609), welcher linker Hand mit der bedeutenden Einerziffer (3) anfängt als Anzeiger (Multiplicator), den andern (0,426872 fl.) als das Einfache (Multiplicand), und lasse diesem eine Decimale mehr, als man deren im Producte braucht. Die übrigen werfe oder denke man sich weg; etwa fehlende aber ersetze man durch rechts angehängte Nullen. 2) Hierauf multiplicire man das behaltene Einfache (im obigen Beispiele 0,4268 fl.) in umgekehrter Art, indem man also linker Hand mit der Einerziffer (3) anfängt (nach §. 28. Anmerk. 2). 3) Sobald man mit einer Ziffer des Anzeigers multiplicirt hat, durchstreiche man eine Ziffer des Einfachen (0,4268) und zwar jedesmal jene, welche zunächst den bereits weggeworfenen steht. 4) In dieser Art fahre man fort, bis entweder alle Ziffern des behaltenen Einfachen durchstrichen sind, oder bis man (wenn es

Digitized by Google

früher einträfe) mit allen Ziffern des Anzeigers multiplicirt hat. Die einzelnen Zeilen (stückweise Producte) müßen hiebei so unter einander geschrieben werden, daß rechter Hand ihre ersten Ziffern eine volle aufrechte Reihe ausmachen (also nicht, wie im §. 28. Anmerk. 2, rechts hinaus gerückt stehen), in welcher man sie auch zusammenzählt. 5) Im Producte wird hierauf das Komma so gesetzt, daß es eben so viele Decimalen hat, als man deren dem Einfachen (0,4268 lieβ, und endlich wird mit der letzten Decimale die vorletzte berichtigt (nach §. 147).

Bei den einzelnen Multiplicationen wird jedesmal die zunächst stehende weggestrichene Ziffer noch mit multiplicirt, jedoch nur, um das etwa Herübertreffende zu erfahren und einzählen zu können.

Ausrechnung des Beisp. 0,426872 fl. × 3,651 960 9.

a) 0,4268|72 fl.
3,651 9609.

12 806
2 561
213
4
4

1,5 588 fl.
d. i. 1,5 59 fl.
oder 1 fl. 33 kr. 4 hl.

Die Benennung fl. verlangt 3 Decimalen (§. 147); man behält daher deren vier (0,4268|72 fl.), und denkt sich die übrigen hinweg. Hierauf multiplicirt man mit der Einerziffer (3) des Anzeigers das abgekürzte Einfache (0,4268) in gewöhnlicher Art. Nur sucht man noch zuerst das von der zunächst stehenden weggeworfenen Ziffer (7) Herübertreffende, indem man sagt: 3 × 7 ist 21, behalte 2; sodann 3 × 8 ist 24, und 2 im Sinn geben 26; schreibt 6 unter die multiplicirte 8, behält 2, und fährt nun wie gewöhnlich fort. Man erhält 12806 als erste Zeile unterm Striche, durchstreicht sogleich oben im Einfachen die Ziffer 8, und multiplicirt nun 0,426 mit der Zehntelziffer des Anzeigers (6), indem man wieder von der durchstrichenen 8 die Zehner herüberzählt. Man sagt nämlich 6 × 8 ist 48, behalte 5 im Sinn (nach §. 147, indem die weggeworfene 8 größer ist als 5, oder weil 48 näher an 50 als an 40 liegt), dann 6 × 6 ist 36 und 5 im Sinn geben 41; schreibt die 1 genau unter die 6 der vorigen Zeile (12806), merkt sich 4 und fährt dann wieder wie gewöhnlich fort; man erhält hiebei die

zweite Zeile 2561. In völlig gleicher Art ist die Rechnung fortgesetzt, bis alle Ziffern des Einfachen (0,~~4268~~) durchstrichen sind. Ist man so weit, so sucht man nur noch das von der letzten weggestrichenen Ziffer (4) Herübertreffende. Man multiplicirt hiezu diese 4 mit der folgenden fünften Ziffer (9) des Anzeigers; dieß gibt 36 d. i. abgekürzt 4 Zehner, schreibt diese als letztes theilweises Product (hier fünfte Zeile) an, und addirt nun die einzelnen Producte. Man erhält 15588; und da dieses Product so viele Decimalen als das abgekürzte Einfache (0,4268) haben soll, also vier, so setzt man das Komma zwischen die Ziffern 5 und 1. Das herausgebrachte Product ist daher 1,5588 fl. oder abgekürzt 1,559 fl., welches (nach §. 142) 1 fl. 33 kr. 4 hl. gibt. Ganz das nämliche wird gefunden, aber durch mehr als die doppelte Arbeit, wenn man 0,426872 fl. × 3,6519609 nach §. 139 multiplicirt.

Anmerkung 1. Man kann auch zugleich mit jeder Ziffer des Einfachen (0,4268) jene Ziffer des Anzeigers (3,6519609) durchstreichen, mit der man eben multiplicirte. Beides dient zur Erleichterung der Uebersicht, ist jedoch nicht durchaus nöthig, und kann durch Aufmerksamkeit auf die bereits verbrauchten Ziffern ersetzt werden.

Zur größern Verständigung folgen noch einige Beispiele: b) 0,654′ × 3,1415926? c) 8,00536 Ztr. × 915,514285714

zu b) 0,~~6 5400~~|
× 3,1415:926
1 9 6200:
6540:
2616:
65:
33:
5:
2,0 5459:′
d. i. 2′ 0″ 5‴ 5^{IV} Dz. M.

zu c) 9 15,~~514285~~|714 Zntr.
8,00 536 :
73 24 114286 :
4 577571 :
274654 :
54931 :
73 29,021442 : Zntr.
73 29 Zntr. 2,1442 ℔.
× 32
73 29 Zntr. 2 ℔ 4 Lth. 2 Q.

Erklärung zu b.) Die Benennung Fuß verlangt 4 Decimalen (§. 147); man gibt daher dem Einfachen eine mehr, was hier durch Anhängen von 2 Nullen geschieht, und multiplicirt dann 0,65400′ mit 3,1415926 nach der oben gegebenen Regel.

Erklärung zu c.) Die Zahl (8,00536), deren erste Ziffer Einer zählt, wird als Anzeiger genommen (§. 25. II). Hierauf behält man von der andern Zahl 6 Decimalen

Digitized by Google

(915,514285|71... Zntr.), nämlich eine mehr als der Name Zntr. verlangt (§. 147). Sodann ist wieder wie bei a) gerechnet. Nullen des Anzeigers werden wie bei ganzen Zahlen übersprungen (§. 28), für jede derselben aber (völlig so wie nach der Multiplication mit einer bedeutenden Ziffer) die treffende Ziffer des Einfachen durchstrichen und zwar hier 8 und 2 oben gegen die beiden Nullen unten. Sobald mit allen Ziffern des Anzeigers (8,00536) multiplicirt ist, zählt man zusammen u. erhält das Prod. 7329,021442 Zntr. d. i. 7329 Zntr. 2 Pfund 4 Lth. 2 Quint nach §. 142.

Beispiel d.) Man multiplicire 6 fl. $18\frac{11}{12}$ kr. mit $7\frac{101}{125}$.

Rechnung. 6 fl. $18\frac{11}{12}$ kr. × $7\frac{101}{125}$.

× 60

378,96|66... kr. × 7,808

× 7,808

26 52 41
3 03 13
3 02

29 58,56 kr.

× 8

Antw. 49 fl. 18 kr. 4 hl.

Die 6 fl. $18\frac{11}{12}$ kr. sind in Kreuzer verwandelt (n. §. 59.) u. $7\frac{101}{125}$ in den Decimalbruch 7,808, indem man $\frac{101}{125}$ im Zähler und im Nenner mit 8 multiplicirte. Sodann ist nach der Regel **A.** gerechnet.

Uebungsbeispiele.

894) 8° 5′ 7″Dz. × 3,14159265 auf Linien Dz. Mß.?

895) 4,024024... Fuß × 319,2655.. auf Scrupel Ddz. Mß.?

896) 7,65340958 × 2,56307 auf 4 Decimalstellen?

897) 35,20073829 × 5,02098 auf 5 Decimalstellen?

898) Ein Dresdner-Pfund wiegt 0,466936 × 1,7857 bayer. Pfund; wie viel bayer. Pfund oder Loth u. Quint sind es?

Beweis der Regel **A.** am Beispiel **a.)** Wenn man von der Zahl 0.426872 fl. nur die drei ersten Decimalen (0,426 fl.) behält, so fehlt man um keinen halben Heller (§. 147). Durch die Multiplication dieser Zahl mit einer Einerziffer (z. B. mit der größten, die 9 ist), könnte sich aber der Fehler im Producte beinahe verzehnfachen. Um diesem auszuweichen, braucht man nur (wie bei der Addition §. 148) eine Decimalziffer mehr (also hier 0,4268 fl.) zu behalten.

Die Multiplication dieser Zahl 0,4268|72 fl. kann nun (nach §. 25 III.) mit zerstücktem Anzeiger (3 + 0,6 + 0,05

Digitized by Google

+ 0,001 + 0,0009 ꝛc. geschehen, wobei

1)	0,4268 7	× 3	= 1,2806	gefunden wird, (nach §. 139).
2)	0,426 8	× 0,6	= 0,2560 8	
3)	0,42 68	× 0,05	= 0,0213 40	
4)	0,4 268	× 0,001	= 0,0004 268	
5)	0,4268	× 0,0009	= 3 8412	

Das erste dieser stückweisen oder Partial-Producte gibt vier Decimalen, daher so viele als man deren im Endresultate haben will; man multiplicirt aber noch die fünfte (7) um zu finden, wie viele Einheiten von ihr zur vierten Decimale herüber zu zählen sind. Bei der zweiten Multiplication hat der Anzeiger (0,6) eine Decimale; damit also das Product nur die nöthigen vier erhalte, dürfen vom Einfachen (0,4268) nur drei multiplicirt werden. Man hat also eigentlich nur 0,426 mit 0,6 zu multipliciren; man multiplicirt aber noch die weggestrichene (8), um zu erfahren, wie viel von dieser 8 im Sinne behalten und herüber gezählt werden muß. Die ähnliche Betrachtung wiederholt sich bei der dritten und vierten theilweisen Multiplication. Bei der fünften endlich ist der Anzeiger 0,0009; um daher im Producte nur 4 Decimalen zu erhalten, darf man mit diesem Anzeiger auch nicht eine Decimale mehr vom andern Factor 0,4268 multipliciren. Um aber die von der fünften in die vierte Decimale herüber treffenden Einheiten zu finden, multiplicirt man noch 0,4 mit 0,0009. Dieß gibt 0,00036 und auf vier Decimalen abgekürzt 0,0004 (nach §. 147). Da nun das Product jeder folgenden Decimale (0,00006 ꝛc.) des Anzeigers mit dem Einfachen (0,4...) nichts mehr in die vierte Decimale des gesuchten Productes herüber zählt, so geht aus der vorstehenden Auseinandersetzung die Richtigkeit des bei **A.** angegebenen Verfahrens hervor.

Regel zu B. 1.) Wenn keiner der beiden Factoren mit der Einerziffer anfängt, so versetze man in dem einen derselben das Komma so weit zur Rechten oder Linken, bis seine erste Ziffer linker Hand nichts anders als Einer zählt. Zugleich versetze man im andern Factor das Komma um gleichviele Zifferstellen, aber nach der gerade entgegengesetzten Seite. 2) Mit diesen veränderten Zahlen multiplicire man sodann wieder völlig nach der oben bei **A.** angegebenen Regel.

Digitized by Google

Man multiplicire z. B.

d) 0,004 268 72 fl. × 365,19609 auf genaue halbe Heller.

Rechnung. Man versetzt im Factor 365,19609 das Komma um 2 Stellen zur Link. (3,6519609), dagegen im andern 0,00426872 fl. um 2 Stellen zur Recht. (0,426872 fl.), und multiplicirt dann wie oben bei **a**. Oder man versetzt im Factor 0,00426872 das Komma um drei Stellen zur Rechten (4,26872), dagegen im andern 365,19609 um drei Stellen zur Linken (0,36519609), und multiplicirt dann wieder nach der Regel **A**. Man erhält bei der einen wie bei der andern Multiplication das Product 1,5588 fl. = 1 fl. 33 kr. 4 hl.

0,4268|72 fl.	oder	0,3651|9609 fl.
× 3,6519.609		× 4,26872	
1 2806		1 4608	
2561		730	
213		219	
4		29	
4		2	
1,5588 fl.		1,5588	

Die einfachen Gründe dieser Regel **B**. beruhen auf den §§. 136 u. 25. V. Versetzt man nämlich in dem einen Factor (365,19609) das Komma um zwei Stellen zur Linken, im andern (0,00426872) aber um zwei Stellen zur Rechten, so wird der erstere 100mal kleiner der andere aber 100mal, also gleichvielmal, größer (§. 136). Im Producte aber bringt diese Versetzung der Komma keine Veränderung hervor (§. 25. V).

Anmerkung 2) Man braucht die neue Stelle der Komma auch nur anzudeuten, z. B. durch einen zwischengesetzten Punkt, wie unt. bei **f**. 3) Die Stellung der Factoren ist gleichgültig; im Falle jedoch beide links mit ihrer ersten bedeutenden Ziffer unter einander stehen, so schneidet der Abkürzungsstrich des Einfachen zugleich die überflüßigen Decimalen des Anzeigers ab. 4) Erhält man bereits abgekürzte Zahlen zu multipliciren, so zeigt die Anzahl der anzuhängenden Nullen oder die leeren Stellen des Anzeigers, wie viele Decimalen im Producte unverläßig sind.

Zur Uebung rechne man **f**) auf 3 Decim.; **g**) auf 1 u. **h**) auf 5.

f) 635,289 0761 } = 635,289 0761 } = 259 199,265
× 408,002 0807 } = 408,002 0807 }

g) 0,7850379 } = 7 850,379 } = 25 202,85
× 32 104 } = 3,210 4 }

h) 0,070 70983 } = 0,0007 07 098 3 } = 0,005 00 oder
× 0,070 70983 } = 7,07 098 3 } = 0,005.

899) 30,799 17 fl. × 0,3547808?
900) 836,9766′ × 0,003 584 33?

* §. 150. Verkürzte Division in Decimalbrüchen.

Regel. Beim Anschreiben der Division (nach §. 36.) versetze man im Divisor und im Dividenden das Komma so weit nach der nämlichen Seite hin, bis im Divisor die erste Ziffer links zur Einerziffer wird; 2) lasse sodann dem Dividenden eine Decimale mehr als man im Quotienten braucht; schneide die übrigen durch einen aufrechten Strich ab, der zugleich den Divisor abkürzt, und ersetze etwa fehlende Decimalstellen durch Nullen. 3) Hierauf dividire man mit den abgekürzten Zahlen in gewöhnlicher Art; schreibe jedoch die zuerst gefundene Ziffer des Quotienten genau über die Einerziffer des Divisors, und durchstreiche, anstatt den letzten Resten Nullen anzuhängen (§. 140.), hiefür jedesmal im Divisor die letzte Ziffer rechter Hand. 4) In dieser Art fahre man fort, bis vom abgekürzten Divisor alle Ziffern durchstrichen sind, und setze endlich im Quotienten das Komma über jenes des Dividenden, welche also beide gleichviel Decimalen haben.

Beispiel a.) Man finde 2,4653888 Pfund : 0,0719 Pfund auf genaue 10tel.

Ausrechnung. Man versetzt das Komma um zwei Stellen zur Rechten, sowohl im Divisor (7,19) als auch im Dividenden (246,53888); schreibt zugleich beide in gewöhnlicher Art an (§. 36.); läßt sodann dem Dividenden noch Hundertel (246,53), zieht rechts von diesen den Abkürzungsstrich, und dividirt dann in gewöhnlicher Art; nämlich: 7 in 24 geht 3mal, schreibt 3 über die Einerziffer 7 des Divisors, und multiplicirt mit dieser 3 den Divisor 719. Man erhält 2157 und zieht es von 2465 ab. Dem Reste 208 wird die folgende Ziffer (3) des Dividenden angehängt,

Quotient = 3 4,29	mal	
Dividend 246,53	888 ℔.	
Divisor :(7,1 9)	℔	
21 5 7		
3 0 8 4		
:(7 1 9		
2 8 76		
2 0 8		
:(7 1	9)	
1 4 4		
6 4		
:(7	19)	
6 4		
0		

die wegen der weggeworfenen 8 auf 4 erhöht ist (n. §.147). Man hat nun 3084 : 719 und findet, in gewöhnlicher Art, den Quotienten 4 und den Rest 208. Anstatt nun diesem (weil vom abgekürzten Dividenden 246,54 schon alle Ziffern verbraucht sind) eine Null anzuhängen, durchstreicht man im Divisor die letzte Ziffer 9, und dividirt nun 208 durch 71~~9~~. Dieß gibt 2, schreibt es in den Quotient., u. multiplicirt damit den Divisor 71~~9~~, wobei der ~~9~~ nur multiplicirt wird, um die von ihm herüber treffende Zehnerziffer einzuzählen. Man erhält 144, und dieß von 208 abziehend, den Rest 64. In dieser Art geht nun die Rechnung fort, bis alle Ziffern vom abgekürzten Divisor durchstrichen sind. Man findet hier den Quotienten 34,29mal d. i. 34,3mal auf genaue Zehntel.

Anmerkung 1.) Als Probe multiplicire man (abgekürzt n. §. 149) den Quotienten 34,29 mit dem gegebenen Divisor 0,0719 ℔, und es wird, wenn nirgends gefehlt wurde, der gegebene Dividend herauskommen. Ein allenfallsiger Rest (wie unten bei c.) muß zum Probeproduct addirt werden.

b) Man dividire 6,4 Fuß durch 3,141 59265 auf Dz. Scrupel.

Ausrechnung. Der Divisor fängt schon mit der Einerziffer an. Es ist daher keine Versetzung der Komma nöthig, und man schreibt den gegebenen Divisor unverändert unter den Dividenden 6′,4. Der Quotient erhält den Namen Fuß, und verlangt also (im Dz. Mß.) drei Decimalen. Man gibt daher dem Dividenden (6,4) durch Anhängen von 3 Nullen vier Decimalen, u. zieht nach der vierten den Abkürzungsstrich. Die Division ist nun wie im vorigen Beispiele. Der erste Rest ist 1168; dieser getheilt durch 3141~~5~~ gibt Null. Man schreibt dieß 0 in den Quotienten; streicht wieder eine Decimale im Divisor aus (314~~15~~), und hat nun 1168 : 314, dieß gibt 3 u. s. f. Der Quotient heißt 2′,0372; daher ist die

= 2′,0372	
6′,4000	
: (3 ,1415	9265)
6 2832	
1168	
:(314	~~15~~)
942	
226	
:(31	~~415~~)
220	
6	
:(3	~~1415~~)
6	
~~0~~	

Antwort 6′,4 : 3,141 5926 = 2′ 0″ 3‴ 7^{IV} Dz. Mß.

Anmerkung 2.) Man kann auch, anstatt die Komma wirklich zu versetzen, ihre neue Stelle nur durch Punkte andeuten, wie im §. 149.

Digitized by Google

Anm. 2. Ferner kann man, anstatt den abgekürzten Divisor unter den jedesmaligen Rest anzuschreiben, dessen Ziffern gleich im Ansatze nach und nach durchstreichen (wie unten bei c).

c) Man dividire 5 Zntr. $28\frac{5}{11}$ Pfund durch $9063\frac{14}{15}$.

Ausrechnung. Der Divid. 5 Zntr. $28\frac{5}{11}$ ℔. = 528,2727 ℔. und der Divisor $9063\frac{14}{15}$ = 9063,9333 . . . (nach §. 141.)

= 0,05 82	Pfund.
0,52 82	72727
: (9,06	39333
45 32	
7 51	
7 25	
26	
18	
Rest 8	

In beiden wird das Komma um 3 Stellen links versetzt, und die Division dadurch in 0,5282727 . . . ℔ : 9,063933 verwandelt. Der Name Pfund verlangt 3 Decimalen. Man behält daher deren vier im Dividenden, und dividirt wieder wie im Beispiel a. Man sagt: 9 in 52 geht 5mal, schreibt diese 5 über die Einerziffer 9 des Divisors, und fährt nun fort, wie es die nebenstehende Rechnung vollständig ausweiset. Im Quotienten ist wieder das Komma über jenes des Dividenden geschrieben, und dann sind die leeren Stellen über der Zehntel- und der Einer-Ziffer mit Nullen ausgefüllt. Der Quotient ist daher 0,0582 Pfund d. i. 1 Loth 3,4 Quint (nach §. 142).

Anmerkung 3.) Soll man mit bereits abgekürzten Zahlen dividiren, deren weggeworfene Ziffern man nicht kennt, so sind jene Zahlen des herausgebrachten Quotienten unverläßig, welche über angehängten Nullen des Dividenden oder über leeren Stellen des Divisors stehen.

Uebungsbeispiele.

901) 38,096753 fl. : 9,24? ‖ **902)** 216,333'. . .: 89,4747. . .?

903) 15° 8' 9'' 4''' Dz. : 3,1415926?

904) $89\frac{4}{5}\frac{7}{0}$ Zntr. : $2\frac{2}{5}\frac{4}{5}$ Zntr. auf 5 Decimalstellen?

905) 7 : 0,03095783 } auf 6 genaue Decimalstellen?

906) 8,570684 : 4539 }

907) Die bayer. Meile ist 25 406' bayer., die churhessische hingegen 33810' bayer. lang. Man finde auf 3 genaue Decimalen wie viele bayer. Meilen die churhessische hält.

Beweis. Man veränderte bei a) durch Versetzung der Komma die Division 2,4653888 : 0,0719 in 246,53888 : 7,19. Hiedurch wurde sowohl der Dividend als auch der Divisor 100mal größer (§. 136). Im gesuchten Quotient. aber bringt dieses keine Veränderung hervor (§. 116. A), während man

Digitized by Google

hiedurch einen Divisor (7,19) erhält, der links mit der Einerziffer anfängt. Theilt man nun mit dieser (7) den Dividenden (246,53888) stückweise (§. 33. III.), so wird jede Ziffer des Quotienten mit der getheilten Ziffer des Dividenden gleichnamig (§. 33. Zus. 3.), u. man braucht daher im Dividenden nur noch Decimalen von solchem Range zu behalten, die man auch im Quotienten finden soll (im Beispiel a Zehntel und zum Genaustellen Hundertel). Nämlich 21 Zner. : 7 gibt 3 Zner.; 28 Einer : 7 gibt 4 Einer; 14 Ztel. : 7 gibt 2 Ztel; 56 Hdtel. : 7 gibt 8 Hdtel.; wollte man nun auch noch Tausendtel ꝛc. des Dividenden theilen, so gäbe dieses im Quotienten (des Beispiels a) ebenfalls Tausendtel ꝛc., welche doch nicht mehr gesucht werden sollen. Daß aber im Divisor (7,19) der Einerziffer (7) noch Decimalen folgen, kann in dieser Betrachtung nichts ändern; denn obgleich z. B. 8 noch größer ist als 7,19, so geben doch 21 Zehner : 8 nichts anders als Zehner, wenn auch ihre Anzahl (2) geringer wird.

Hiemit aber ist die Versetzung der Komma und die Abkürzung des Dividenden (246,53) gerechtfertigt. Um auch jene des Divisors zu rechtfertigen, ist hier nebenan 246,53888 : 7,19 vollständig nach §. 140. ausgerechnet. Bei **A.** ist im Divisor 7,19 die 9 weggestrichen, weil sie beim folgenden Producte schon Tausendtel gibt, näml. $\frac{9}{100} \times \frac{2}{10} = \frac{18}{1000}$, und nur der herüberzählenden Hundertel (0,018 = 0,02 nach §. 147) wegen, ist die 9 noch multiplicirt. Die nämliche Betrachtung wiederholt sich bei **B.** und **C.** Man erkennt daher, daß durch das Wegstreichen der Ziffern des Divisors nichts verloren geht, was im Geringsten zu den noch gesuchten Hunderteln

	= 34,28	9
	246,53	888
	:(7,19	...
	215,7	...
	30,83	...
	:(7,19	...
	28,76	...
	2,07	8 ...
A.	:(7,1	9 ...
7,19 × 0,2	= 1,43	8 ...
	0,64	88 ...
B.	:(7,	19 ...
7,19 × 0,08	= 0,57	52 ...
	6	588
C.		:(7,19)
7,19 × 0,009	= 6	474
	Rest 0	997

(eigentlich nur Zehnteln) des Quotienten (34,3) beitrüge. Es wäre daher verlorne Zeit und Mühe, die rechts vom Abkürzungsstriche stehenden Ziffern finden zu wollen.

Beispiel d.) Man berechne $\frac{23{,}75372 \times 0{,}06805307}{0{,}820849}$ fl.

Rechn. $\frac{237{,}5372 \times 0{,}06805307}{8{,}20849} = \frac{2{,}375372 \times 6{,}805307}{8{,}20849}$

2,3753	72;	= 1,9693	fl.
× 6,8053	07	16,1650	fl.
14 2522		: (8,2084	9)
1 9002		7 9565	
119		7 3876	
7		5689	
16,1650		4925	
		764	
		738	
		26	
		25	
		Rest 1	

Erklärung. Damit im Nenner (Divisor) (0,820849) die erste Ziffer links zur Einerziffer werde, versetzt man sein Komma u. jenes des erst. Factors im Zähler um eine Stelle rechts. Hierauf noch im Zähler das Komma des ersten Factors um 2 Stellen links u. jenes des andern um 2 Stellen rechts (n. §. 149). Sodann ist 2,375372 × 6,805307 fl. n. §. 149 gerechnet, u. das erhaltene Product 16,1650 fl. durch 8,20849 dividirt (n. §. 150). Man erhält 1,969 fl. d. i. 1 fl. 58 kr. 1 hl.

Vermischte Uebungsbeispiele.

908) $\frac{127}{5{,}60438 \times 6{,}2154}$ ℔ ?

909) $\frac{0{,}00634 \times 12{,}4040}{31{,}007852}$ Fuß?

910) $\frac{134{,}2678005 \times 0{,}093876}{89{,}666.... \times 5{,}03278}$ auf 6 genaue Decimalen?

911) Was ist die Mittelzahl von 23,789; 8,62; 34,507; 16,073; 27,4531; $2\frac{3}{8}$ und $\frac{11}{18}$ auf 2 genaue Decimalen?

912) Die badener Wegstunde hat 14814,8148 bad. Fuß, u. 1 bad. Fuß hält 1,0280 bayer. Fuß; wie viel bayer. Fuß hält daher die badener Wegstunde? Man finde genau Zehntel-Fuß

913) Um wie viel ist die badener Wegstunde größer als die bayer.?

914) Der rhein. K'. Wasser wiegt 55,1886 bayer. Pfund; was wiegt der rhein. K'. Kanonenmetall, da letzteres 8,67118 mal schwerer ist als Wasser? (Genaue $\frac{1}{2}$ Quint.)

915) Der rhein. K''. Wasser wiegt 0,031938 bayer. Pfund; der rhein. K''. Gußeisen aber 0,22703 bayer. Pfund; wie vielmal ist daher Eisen schwerer als Wasser? Man finde 3 genaue Decimal.

916) 1 K'. Pulver wiegt 50,989 bayer. Pfund; was 3 K'. 248 K''.?

917) Ein Baumstamm von 5° 8' 9'' 7''' Dz. kostete 4 fl. 42 kr; was würden demnach 325 laufende Fuß von solchem Holze kosten?

Digitized by Google

Sechste Abtheilung.

Von den Verhältnißen, den Proportionen und ihrer Anwendung auf zusammengesetzte Aufgaben.

Erster Abschnitt.

Erklärungen und einfachste Sätze der Verhältniße und Proportionen.

§. 151. Erklärung, was ein Verhältniß ist.

Jede zwei unbenannte oder gleichbenannte Zahlen (z. B. 4 kr. und 8 kr.) haben die Eigenschaft, daß die zweite (8 kr.) aus der ersten (4 kr.) durch Multiplication entstehen kann. So z. B.

a) bei 4 kr. und 8 kr. ist die IIte Zahl 8 kr. = der Iten 4 kr. × 2;
b) „ 8 kr. „ 4 kr. „ „ „ „ 4 kr. = „ „ 8 kr. × $\frac{1}{2}$;
c) „ 9 ℔ „ 24 ℔ „ „ „ „ 24 ℔ = „ „ 9 ℔ × $2\frac{2}{3}$;
d) „ 24 u. 9. „ „ „ „ 9 = „ „ 24 × $\frac{3}{8}$.

Diese Eigenschaft zweier Zahlen heißt ihr Verhältniß; und um anzuzeigen, daß man das Verhältniß zweier Zahlen finden will, setzt man dieselben, getrennt durch das Divisionszeichen (:), nebeneinander an. Man schreibt nämlich a) „das Verhältniß 4 kr. : 8 kr;“ u. liest diesen Ansatz „das Verhältniß von 4 kr. zu 8 kr.“

Hiebei heißt die linksstehende Zahl (4 kr.) das erste oder das Vorderglied, die rechtsstehende (8 kr.) das zweite oder Hinterglied, und die Zahl (2), welche angibt „mit was das erste Glied (4 kr.) multiplicirt werden müße“ um das IIte Gld. (8 kr.) zu geben, heißt der Größe-Anzeiger oder (kurzweg) der Anzeiger des Verhältnisses.

Digitized by Google

Anmerkung. Im Divisionsansatze 8 kr. : 4 kr. wird gesucht, wie viel Theile, zu 4 kr. jeder, sich die Zahl 8 kr. theilen läßt, und man findet 2 als die Anzahl dieser Theile. Beim Verhältnißansatze 8 kr. : 4 kr. aber wird gesucht, wie aus der ersten Zahl 8 kr. die zweite 4 kr. durch Multiplication entstehen kann; und man findet die Zahl $\frac{1}{2}$, welche die bezügliche Größe der Zahlen 8 kr. und 4 kr. angibt. Um beide Ansätze nicht zu verwechseln, wird dem letztern das Wort Verhältniß vorangeschrieben.

§. 152. Ausrechnung des Verhältniß-Anzeigers.

Regel. Man dividire das zweite Glied durch das erste; der gefundene Quotient ist der Anzeiger des Verhältnißes. So z. B. ist vom Verhältniße 5 fl. : 20 fl., der Anzeiger $= \frac{20 \text{ fl.}}{5 \text{ fl.}} = 4$; denn dieser Quotient (4) gibt an, um was das erste Glied (5 fl.) multiplicirt werden müsse, um das zweite Glied (20 fl.) zu geben (§. 32. Anmerk). Ferner ist vom Verhältniße 20 fl. : 5 fl. der Anzeiger $= \frac{5 \text{ fl.}}{20 \text{ fl.}} = \frac{1}{4}$.

Zusatz. Der Anzeiger eines jeden Verhältnißes ist eine unbenannte Zahl, indem er der Quotient zweier gleichbenannten Zahlen ist. (§. 33. II).

Uebungsbeispiele. I.) Man finde die Anzeiger der folgenden Verhältniße:

a) 7 Mann : 14 M. (Er ist $= 2$)
b) 15 fl. : 9 fl. (Anz. $= \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$)
c) 7 kr. 2 pf. : 45 kr. (Anz. $= 6$)
d) 12 : 30 (Anz. $= \frac{30}{12} = 2\frac{1}{2}$);
e) $\frac{1}{2} : \frac{3}{6}$ (Anz. $= \frac{3}{4}$);
f) $5\frac{1}{4} : \frac{7}{8}$ (Anz. $= \frac{1}{6}$).

II.) Man finde das zweite Glied eines Verhältnißes, wenn gegeben ist: a) das erste Glied 5 fl. u. der Anzeiger 4.

Rechnung. Man multiplicire das erste Glied (5 fl.) mit dem Anzeiger (4); das erhaltene Product (5 fl. × 4 = 20 fl.) ist das gesuchte zweite Glied.
b) das erste Gl. 8 Stund. u. d. Anz. $3\frac{1}{2}$? (zweite Gl. = 28 St.)
c) „ „ „ 3 ℔. 4 Lth., u. „ $\frac{1}{16}$? (zweite Gl. = 6 Q. 1 D.)

Anfänger müßen viele dergleichen Beispiele rechnen, um sich die Bedeutung des gefundenen Anz. anschaulich machen.

§. 153. Erklärung, was eine Proportion ist.

Zwei oder mehrere Verhältniße mit gleichen Anzeigern (wie z. B. 3 ℔. : 6 ℔. = 27 kr. : 54 kr.) sind einander gleich. Es entsteht nämlich in ihnen das zweite Glied aus dem ersten auf völlig gleiche Art (z. B. durch

Digitized by Google

Verdopplung ꝛc. des ersten); sie haben daher die gleiche Eigenschaft, welche Verhältniß heißt.

Setzt man zwei gleiche Verhältnisse einander gleich, so nennt man diesen Ansatz eine **Proportion**; wie z. B.

3 Pfund : 6 Pfund = 27 kr. : 54 kr.

Diese wird entweder gelesen „das Verhältniß 3 ℔. zu 6 ℔. ist dem Verhältniße 27 kr. zu 54 kr. gleich", oder kürzer „3 ℔. (verhalten sich) zu 6 ℔., wie 27 kr. zu 54 kr." Jede Proportion hat 4 Glieder oder Sätze. Man nennt sie entweder **a**) der Ordnung nach, erstes, zweites, drittes und viertes Glied (oder Satz); oder **b**) das erste und vierte die äußern, das zweite und dritte die innern Glieder; oder auch **c**) erstes und zweites Glied des ersten, dann des zweiten Verhältnißes.

Zusatz. Die Glieder einer Proportion können wie die jedes einzelnen Verhältnißes benannte oder unbenannte Zahlen seyn. Wenn sie benannt sind, so muß zwar das vierte Glied mit dem dritten einerlei Namen haben, und eben so auch das zweite mit dem ersten; aber es ist nicht nöthig, daß die Benennung im letzten Verhältniße einerlei mit jener im ersten sey. So z. B. ist das Verhältniß 3 ℔. : 12 ℔. dem Verhältniße 7 fl. : 28 fl. gleich (da in beiden das IIte Glied = ist 4 × dem Iten); es ist daher die Proportion

3 Pfund : 12 Pfund = 7 fl. : 28 fl.

richtig, obgleich im ersten Verhältniße Gewicht, im zweiten Geld steht. Auch erkennt man hieraus, daß eine Proportion richtig bleibt, wenn man die Benennungen des einen oder selbst ihrer beiden Verhältniße wegwirft, indem hiedurch die Verhältniß-Anzeiger nicht geändert werden. So z. B. sind noch richtig 3 : 12 = 7 fl. ; 28 fl. u. auch 3 : 12 = 7 : 28.

§. 154. Erklärung von steigenden, fallenden und von verkehrt gleichen Verhältnißen.

1.) Ein Verhältniß heißt steigend, wenn sein zweites Glied größer ist als sein erstes, wie z. B. im Verhältniße 4 Tag : 12 Tag. Ist hingegen das zweite Glied kleiner als das erste, wie im Verhältniße 27 Mann : 9 Mann, so heißt es fallend. Der Anzeiger jedes steigenden Verhältnißes

ist größer als 1; im fallenden aber ist er kleiner als 1, also ein eigentlicher Bruch.

II.) Zwei Verhältniße heißen verkehrt gleich, wenn das eine steigend, das andere aber gleichmäßig fallend ist. So z. B. sind die Verhältniße „4 Tag : 12 Tag“ und „27 Mann : 9 Mann“ einander verkehrt gleich; denn im steigenden „4 Tag : 12 Tag“ ist das zweite Glied das dreifache des ersten, und im fallenden Verhältniße „27 Mann zu 9 Mann“ ist das zweite Glied nur das Drittel des ersten Gliedes.

Auch mit zwei verkehrt gleichen Verhältnißen (z. B. 4 Tag : 12 Tag und 27 Mann : 9 Mann) kann man eine Proportion ansetzen; man braucht nur zuvor in dem einen dieser Verhältniße z. B. (im ersten „4 Tag : 12 Tag“) die Glieder unter sich zu verwechseln (nämlich „12 Tag : 4 Tag“ anzuschreiben). Man erhält sodann aus den obigen zwei verkehrt gleichen Verhältnißen die Proportion:

12 Tag : 4 Tag = 27 Mann : 9 Mann

deren Richtigkeit einleuchtet, da ihre beiden Verhältniße einerlei Anzeiger (nämlich $\frac{1}{3}$) haben.

Uebungsbeispiel. Welche von den Verhältnißen: **a)** 5 : 10; **b)** 3 : 15; **c)** $\frac{1}{2}$: 1; **d)** 6 : 11 u. **e)** 110 : 22 sind einander 1) gleich, 2) verkehrt gleich, und 3) welche Proportionen können mit denselben angesetzt werden?

Antwort. 1.) Die Verhältniße bei **a)** und **c)** haben gleiche Anzeiger (nämlich 2), sind also einander gleich; 2) jene bei **b)** und **e)** hingegen sind einander verkehrt gleich; denn bei **b)** ist der Anzeiger = 5 u. bei **e)** ist er $\frac{22}{110} = \frac{11}{55} = \frac{1}{5}$. 3) Man erhält daher die Proportionen

5 : 10 = $\frac{1}{2}$: 1 und 15 : 3 = 110 : 22.

§. 155. Zu drei gegebenen Gliedern einer Proportion das vierte unbekannte durch Rechnung zu finden.

Soll zu den drei ersten Gliedern einer Proportion z. B.

5 fl. : 20 fl. = 12 Pfund : (?)

das vierte Glied gefunden werden, welches man mit (?) oder gewöhnlicher mit x bezeichnet, so verfahre man auf folgende Art:

Regel A. Man suche vom ersten Verhält-

Digitized by Google

ißе (5 fl. : 20 fl.) den Anzeiger (4, nach §. 152), i. multiplicire damit das gegebene dritte Glied 12 ℔). Das herausgebrachte Product iſt das geſuchte vierte Glied der Proportion. Es iſt nämlich

5 fl. : 20 fl. = 12 ℔. : x
.....:(5)....× 4
48 Pfund.

Regel B. Oder man multiplicire das dritte Glied 12 ℔. (ſiehe unterhalb) mit der Zahl (20) des zweiten Gliedes 20 fl. (ſiehe hier unten), und dividire das Product (12 ℔. × 20 = 240 ℔.) durch die Zahl (5) des erſten Gliedes (5 fl.). Man erhält $x = \frac{240}{5}$ Pfund = 48 Pfund wie bei **A**.

5 fl. : 20 fl. = 12 Pfund : x
.....× 20
240 Pfund = 48 Pfund
.....:(5)

Beweis der Regel A. Die beiden Verhältniße jeder Proportion (5 fl. : 20 fl. = 12 ℔. : x) haben einerlei Anzeiger (§. 153). Nun iſt im erſten Verhältniße 5 fl. : 20 fl. der Anzeiger $= \frac{20\text{ fl.}}{5\text{ fl.}} = 4$ (nach §. 152); folglich iſt dieſes auch der Anzeiger des zweiten Verhältniſſes 12 ℔. : x. Da vom letztern überdieß das erſte Glied (12 ℔) gegeben iſt, ſo ergibt ſich (n. §. 152 II.) deſſen zweites Glied $x = 12\text{ ℔} \times \frac{20\text{ fl.}}{5\text{ fl.}}$, wie es die Regel **A**. angibt.

Beweis zu B. Im Bew. **A.** iſt gefunden $x = 12\text{ ℔.} \times \frac{20\text{ fl.}}{5\text{ fl.}}$; hebt man hiebei $\frac{20\text{ fl.}}{5\text{ fl.}}$ mit 1 fl. (nach §. 116. **A.**), ſo wird $x = 12\text{ ℔.} \times \frac{20}{5}$; und multiplicirt man hierin (nach §. 106. Zuſ. I.), ſo iſt $x = \frac{12\text{ ℔.} \times 20}{5}$, d. h. es iſt in jeder Proportion das IVte Glied $= \frac{\text{dem IIIten Gliede} \times \text{der Zahl des IIten}}{\text{getheilt durch die Zahl des Iten Gliedes}}$, wie es die Regel B. angibt.

Zuſatz. Aus den vorſtehenden Regeln erkennt man auch, daß, wenn im erſten oder im zweiten Gliede oder in beiden Gliedern mehrf. benannte Zahlen vorkommen, dieſe (w. i. §. 91) auf einen einzigen Namen gebracht werden müßen, den man

sodann ganz weglassen kann. Das dritte Glied aber kann mehrfach benannt bleiben, und mit diesem ist das gesuchte vierte Glied (x) jederzeit gleichnamig (§. 153. Zus.)

Uebungsbeispiele.

Man finde in den folgenden Proport. das vierte Glied (x).

a) 3 Metz. 1 Vrtl. : 2 Schffl. 4 Metz. 1 Vrtl. = 1 fl. 46 kr. : x.

b) 8 Ztnr. : 3 Ztnr. 25 ℔. = 172 fl. 32 kr. : (x).

Man muß das Nämliche herausbringen wie in den Beispielen 1 und 2 des §. 128.

Anmerkung. Die Ausrechnungsart des vierten Gliedes einer Proportion ist ganz einerlei mit der Ausrechnung eines Dreisatzes (§. 128). Dieses erhellt daraus, weil jedem Dreisatze, z. B.

„12 Pfund Brod kosten 31 kr.; was kosten 19 Pfund?"

eine Proportion zu Grunde liegt. Denn man kann offenbar sagen: das so Vielfache als vom ersten Satze 12 Pfund der dritte Satz 19 Pfund ist, das eben so Vielfache wird vom zweiten Satze 31 kr. der gesuchte Preis $49\frac{1}{2}$ kr. seyn; indem z. B. 2 (oder 3, 4 ꝛc.) mal so viel Brod auch sicher 2 (3, 4 ꝛc.) mal so viel kosten wird. Hieraus aber folgt die Gleichheit der Verhältniße (12 ℔ : 19 ℔ und 31 kr. : x). Der Ansatz im §. 128 ist jedoch nicht den Gesetzen der Proportion gemäß, indem die 12 Pfund mit den 31 kr., als ungleichnämige Dinge, in keinem Verhältnisse stehen können. Will man solche Beispiele durch Proportion ausrechnen, so muß man schreiben

12 Pfund : 19 Pfund = 31 kr. : x

und findet hieraus $49\frac{1}{2}$ kr. wie nach dem Ansatze des §. 128. Es hat aber die Ausrechnung durch Proportion einen großen Vorzug. Sie gewährt nämlich die klare Einsicht, welche Aufgaben nach dem Dreisatze gerechnet werden können, und welche nicht. Dieses wird im §. 157 vollständig erklärt werden.

§. 156. Die Haupteigenschaften einer Proportion.

A. In jeder Proportion ist das Product der beiden äußern Glieder dem Producte der beiden innern Glieder gleich.

So z. B. ist in der Proportion $3 : 6 = 5 : 10$ wirklich $3 \times 10 = 6 \times 5$, indem jedes dieser Producte gleich 30 ist.

Beweis. Um sich aber von der Nothwendigkeit dieser Eigenschaft zu überzeugen, überlege man wie folgt:

Die beiden Verhältnisse jeder Proportion ($3 : 6 = 5 : 10$) haben (nach §. 153) einerlei Anzeiger (hier 2), und es ist

jedesmal das IIte Glied (6) ein Product dieses Anzeigers (2) mit dem Iten Gliede (3), also auch das IVte Glied (10) der Proportion ein Product des nämlichen Anzeigers (2) mit dem IIIten Gl.(5). Es ist folglich in jeder Proport. das IIte Glied = dem Iten × dem Anzeiger ($6 = 3 \times 2$) das IVte Glied = dem IIIten × dem näml. Anz. ($10 = 5 \times 2$)

Man kann daher jede Proportion wie hier unten schreiben: Ites : Ites × Anzeiger = IIItes : IIItes × Anzeiger. ($3 : 3 \times 2 = 5 : 5 \times 2$). Und in dieser ist das Product der äußern Glieder = Ites × IIItes × Anz. ($3 \times 5 \times 2$), der innern Glieder = Ites × Anz. × IIItes ($3 \times 2 \times 5$).

Diese beiden Producte bestehen also jedesmal aus den nämlichen 3 Factoren „Ites Glied, IIItes Glied und Anzeiger der Proportion", sind also offenbar einerlei.

B. Das vierte Glied einer Proportion bleibt unverändert, wenn man die Zahlen der beiden innern Glieder unter sich verwechselt.

So z. B. findet man aus der Proportion 12 Pfund : 11 Pfund = 3 kr. : x; $x = \frac{11 \times 3 \text{kr.}}{12}$.

Verwechselt man nun die Zahlen (11 und 3) der innern Glieder, so erhält man die Proportion 12 Pf. : 3 Pf. = 11 kr. : x aus welcher $x = \frac{3 \times 11 \text{ kr.}}{12}$ folgt.

Es ist aber 3×11 kr. einerlei mit 11×3 kr. (n. §. 25. II.), daher ist auch $\frac{3 \times 11 \text{ kr.}}{12}$ einerlei mit $\frac{11 \times 3 \text{ kr.}}{12}$

d. h. es sind die IVten Glieder obiger 2 Proportion. einerlei.

Anmerkung. Wollte man nicht blos die Zahlen der innern Glieder (11 Pfund und 3 kr.) verwechseln, sondern auch ihre Namen und also schreiben 12 Pfund : 3 kr. = 11 Pfund : x, so würde zwar dadurch für das gesuchte vierte Glied kein Rechnungsfehler entstehen, indem man wieder $x = 2$ kr. 3 pf. fände; es kämen aber hiedurch Pfund u. kr. in ein Verhältniß, die doch in keinem Verhältniße stehen können (§. 151.)

C. Das vierte Glied einer Proportion bleibt ungeändert, wenn man das erste Glied und eines der beiden innern Glieder mit einerlei Zahl multiplicirt oder dividirt.

Beweis. Da in jeder Proportion das gesuchte IVte Glied $x = \frac{\text{IIIten Glied} \times \text{IIten}}{\text{Ite}}$ ist (§. 155. B.),

so wird die Richtigkeit dieser Eigenschaft völlig so nachge-

Digitized by Google

wiesen wie die Abkürzung des Dreisatzes (§. 129), und es hat auch diese Abkürzung hier wie dort einerlei Anwendung, nämlich die Vereinfachung der Rechnung.

Uebungsbeispiele.

Man suche x nach §. 155. B., nachdem man zuerst wie im §. 129 abgekürzt hat. Es muß das nämliche wie dort herausgebracht werden.

a) 24 Pfund : 108 Pfund = 4 fl. 10 kr. : x
b) $\frac{1}{4}$ Klafter : $5\frac{7}{8}$ Klafter = $3\frac{1}{2}$ fl. : x
c) 15 Pfund : 45 Pfund = 31 fl. 16 kr. : x
d) 48 Ztnr. : 55 Ztnr. = 550 fl. 35 kr. : x

Zu a.
:12) 24 Pfund : 108 Pfund = 4 fl. 10 kr. : x
:2) 2 " 9 " 4 " 10 "
1 " 2 " 5 "
x = 18 fl. 45 kr. ×9

Zweiter Abschnitt.

Anwendung der Proportionen zur Ausrechnung practischer Aufgaben.

§. 157. Erkennungszeichen, ob die Zahlen einer Aufgabe in geradem oder verkehrtem Verhältniße stehen.

Jede vier Dinge, welche paarweise gleichnamig sind, (wie z. B. 1000 Patronen u. 1870 Patronen, dann 12 Mann u. x Mann), geben zwei Verhältniße (nämlich 1000 Patron. : 1870 Patr., dann 12 Mann : x Mann). Jede zwei solche Verhältniße können dann seyn, entweder 1) einander gleich (§. 153) oder 2) einander verkehrt gleich (§. 154) oder 3) einander ganz ungleich.

Um nun zu erkennen, in welcher von diesen drei Beziehungen die Zahlen einer Aufgabe stehen, stelle und beantworte man sich folgende Fragen: „Wenn das Hinterglied des einen Verhältnißes das doppelte seines Vordergliedes wäre, müßte dann im andern Verhältniße das Hinterglied 1) auch das doppelte seines Vordergliedes seyn? oder könnte es dann 2) nur halb so groß werden? oder könnte vielleicht 3) keines von beiden statt finden?“ Im Falle man auf die erste Frage bejahend antworten muß, so sind die bei-

en vorkommenden Verhältniße einander gleich (§. 153), und ıan kann mit ihnen ohne weiters eine Proportion anſetzen, ıdem man ſagt: das eine Paar Dinge ſteht mit dem an=ern Paar im geraden Verhältniße oder iſt ihm gehörig pro=ortionirt. Kann man aber nur die zweite Frage bejahen, ſo ınd die Verhältniße einander verkehrt gleich (§. 154), und ıan muß daher, vor dem Anſatze der Proportion, das eine Verhältniß, z. B. das erſte umkehren (§. 154), indem nan ſagt: das eine Paar Dinge ſteht mit dem andern Paar m verkehrten Verhältniße. Im 3ten Falle endlich kann man ar keine Proportion anſetzen, ſondern man muß auf länge=em Wege und zuweilen nach Regeln rechnen, die im vor=iegenden Lehrbuche nicht aufgenommen ſind, da Aufgaben dieſer Art im gewöhnlichen Leben ſelten vorkommen.

Die eigentliche Entſcheidung aber, ob, dem Sinne der Aufgabe gemäß, ein Paar gleichnamiger Dinge einem andern Paar gerade oder verkehrt oder gar nicht proportionirt ſey, muß jedesmal der geſunden Vernunft des Rechners überlaſ=ſen bleiben. Die folgenden Beiſpiele werden jedoch Anfän=gern zur Leitung dienen.

Im geraden Verhältniße ſtehen z. B.

a) die Mengen einer Waare mit den Zahlungen hiefür; denn für die doppelte Menge wird auch (bei einerlei Güte der Waare) das doppelte bezahlt;
b) der Arbeitslohn mit der Größe der Arbeit, denn ꝛc. ꝛc.;
c) die Arbeiter=Anzahl mit der Größe der Arbeit, denn ꝛc.;
d) die Größe der Vorräthe mit der Anzahl der Verzeh=renden, denn ꝛc.; u. dgl. m.

Im verkehrten Verhältniße ſtehen z. B.

a) die Arbeiteranzahl mit der zur (nämlichen) Arbeit nö=thigen Zeit; denn die zweifache Anzahl Arbeiter kann die (nämliche) Arbeit in der halben Zeit vollenden;
b) die zu einem Anzuge ꝛc. nöthige Ellenzahl mit der Breite des Zeuges; denn bei doppelter Breite braucht man nur halb ſo viel Ellen nach der Länge;
c) bei einerlei Vorrath die Verbrauchszeit mit der Anzahl der Verzehrenden; denn bei ꝛc.;
d) bei einerlei zurückzulegendem Wege die hiezu nöthige Zeit mit den täglichen Märſchen (Geſchwindigkeit) ꝛc.

Weder im geraden noch im verkehrten Verhältniße ſtehen z. B. a) Dinge, deren Schwierigkeit der Anfertigung

Digitized by Google

mit der Größe zunimmt; wie etwa bei Papier, bei Spiegeln ꝛc., in welchen man für doppelte Bezahlung wohl zweimal so viel Stücke, aber keine Stücke von zweifacher Größe erhält.

b) Gegenstände, bei welchen die Seltenheit der Größe den Werth erhöht, wie z. B. bei Perlen, Edelsteinen ꝛc.

§. 158. Bestimmung und Eintheilung der Aufgaben, deren Ausrechnung durch Proportionen geschehen kann.

Es kömmt sehr oft vor, daß man mittelst einer gemachten Erfahrung in einem andern ähnlichen Falle, der jedoch nicht vollständig bekannt ist, die noch unbekannten Zahlen ausrechnen soll. So z. B. in der Aufgabe: „47 Mann haben einen Graben von 213 Fuß Länge (in einer Nacht) „vollendet; wie viele Mann werden nöthig seyn, um einen „solchen Graben von 325 Fuß Länge (in gleicher Zeit) „zu vollenden?“ unterscheidet man deutlich zwei Fälle;

1) den Erfahrungs- oder gegebenen Fall: 47 M. voll. 213′ Länge;
2) den gesuchten oder Fragefall: Wie viele (?) Mann werden nöthig seyn, um eine Länge von 325 Fuß zu vollenden.

Solche Aufgaben nun sind es, welche am leichtesten mittelst Proportionen ausgerechnet werden können, und man unterscheidet hiebei die folgenden 4 Arten.

I. Wenn der gegebene Fall nur zwei Sätze, und der Fragefall nur einen gegebenen Satz enthält, zu welch letzterm die zugehörige Zahl durch Rechnung zu finden ist. Aufgaben dieser Art heißen einfache Proportions-Aufgaben, weil sie durch eine einzige Proportion ausgerechnet werden können. (Oder auch Regeldetri- oder Dreisatz-Aufgaben, wegen der 3 gegebenen Sätze).

Von dieser Art ist z. B. die obige Aufgabe oder auch die folgende: Wenn 1 Zntr. 17 Pfund Zinn 85 fl. 43 kr. 3 hl. kosten, was werden 80 Pfund dieser Waare kosten?

Anmerkung. Man nennt die bei diesen Arten von Aufgaben vorkommenden Zahlen die Sätze derselben, und zwar zusammengehörende Sätze jene, welche zum nämlichen Falle gehören. Da jeder der Sätze eine mehrfach benannte Zahl seyn kann, so muß man Acht geben, die verschiedenen Benennungen eines und desselben Satzes nicht als so viel verschiedene Sätze anzusehen. In obiger Aufgabe hat z. B. der Fragefall einen gegebenen Satz (80 Pfund);

Digitized by Google

der gegebene Fall hat zwei Sätze, von denen der eine (1 Zntr. 17 Pfund) zwei Benennungen, der andere (85 fl. 43 kr. 3 hl.) deren sogar drei hat.

IIte Art. Wenn der gegebene Fall wieder nur zwei Sätze hat, mit Hülfe desselben aber mehrere Fragefälle auszurechnen sind, wie im Beispiele:

(Gegeb. Fall). 3 Kompagnien haben zusammen 192 Mann präsent, und geben 32 Mann auf Dienst.

(1.Fr.-Fall) Da nun die 1te Komp. 72 } Mann präsent hat,
(2. „ „) „ ferner die 2te Komp. 54 } wie viel muß jede auf
(3. „ „) und die 3te Komp. 66 } Dienst geben, da dieser nach Verhältniß des Präsenstandes der Kompagnien zu vertheilen (repartiren) ist. Die Ausrechnung dieser Art Aufgaben heißt die Vertheilungs- oder Gesellschafts-Rechnung, und die Regel hiezu enthält der später folgende dritte Abschnitt.

IIIte Art. Wenn die Aufgabe mehrere gegebene Fälle von zwei Sätzen enthält, hingegen nur einen Fragefall mit einem bekannten Satze. z. B.

(Fragefall.) Wie viele Kreuzer, nach bayer. Gelde, kostet das bayer. Pfund Pulver, wenn von diesem Pulver
(1ter geg. Fall.) 3 preußische Pfunde 1 preußisch. Thaler kosten,
(2ter „ „ .) 4 preuß. Thaler 7 fl. nach bayer. Gelde geben,
(3ter „ „ .) 10000 pr. ℔ nur 8352 bayer. ℔ wiegen, und
(4ter „ „ .) 60 kr. einen Gulden (n. b. Gelde) ausmachen.

Die Ausrechnung dieser Art Aufgaben geschieht nach der zusammengesetzten Verwandlungsregel (auch Kettenregel genannt), welche der vierte Abschnitt enthält.

IVte Art. Wenn die Aufgabe wieder wie bei der ersten Art nur einen gegebenen Fall und nur einen Fragefall hat, diese aber mehr als drei bekannte Sätze enthalten, von denen im Fragefall jedesmal einer weniger als im gegebenen Falle steht.

(Geg. Fall). 25 Mann haben in 16 Tagen zu täglich 6 Arbeitsstunden 37000 Infant.-Patr. angefertigt;
(Fragefall.) wie viel Tage (?) werden 32 Mann zur Anfertigung von 100 000 solchen Patronen brauchen, wenn sie täglich 7 Stunden lang arbeiten?

Die Aufgaben dieser vierten Art heißen zusammen-

Digitized by Google

gesetzte Proportions- (oder zusammengesetzte Regeldetri-) Aufgaben, weil sie mittelst mehrerer Proportionen (oder Dreisätze) ausgerechnet werden können. Die Regel hiezu enthält der fünfte Abschnitt gegenwärtiger Abtheilung.

§. 159. Einfache Proportions-Aufgaben.

(Auch gerade und verkehrte Regel de tri genannt. Siehe §. 158. Ite Art.)

Regel. 1) Man schreibe die Sätze des gegebenen Falles in eine Zeile, unter diese sodann jene des Fragefalls in solcher Art, daß nur Gleichartiges unter einander stehe (also Zeit unter Zeit, Geld unter Geld, ꝛc.), und bezeichne hiebei die gesuchte Zahl, d. i. den Fragesatz, mit x.

Die Angaben des 1. Beispiels vom §. 158 stehen demnach:

(Geg. Fall.) 47 Mann vollendeten 213′ Länge
(Fragefall.) x „ vollenden 325′ Länge.

2) Hierauf schreibe man das Verhältniß der gesuchten Zahl an, diese als Hinterglied setzend. Nämlich

47 Mann : x Mann.

3) Links von diesem schreibe man sodann die beiden andern Sätze (213′ und 325′) in ein Verhältniß; beurtheile aber zuvor (nach §. 157), ob dieses Verhältniß dem bereits angeschriebenen (47 M. : x M.) gerade oder verkehrt gleich sey. Im Falle der geraden Proportionirung schreibe man dann, gerade so wie im Verhältniße (47 : x), den **obern** Satz (213′) voraus; im Falle der verkehrt. Proportionirung aber schreibe man umgekehrt den **untern** Satz (325′) voran.

Demnach lautet im obigen Beispiele die **Beurtheilung**: Wenn der Graben anstatt 213′ die zweifache Länge 2 × 213′ erhalten sollte, würde dann auch die zweifache Arbeiterzahl nöthig seyn oder nur die Hälfte? Ganz gewiß die zweifache Arbeiterzahl, indem doppelte Arbeit auch (bei im Uebrigen gleichen Umständen) die doppelte Anzahl Arbeiter verlangt. Man schreibt daher, gerade so wie im bereits angesetzten Verhältniße 47 M. : x M., auch beim andern Paar gleichartiger Dinge die obere Zahl (213′) voran, und erhält hiedurch die Proportion

213′ : 325′ = 47 Mann : x Mann.

4) In der so angeschriebenen Proportion wird nun das vierte Glied x nach §. 155 gesucht. Nämlich

213′ : 325′ = 47 Mann : x M.

× 47

2275
1300

15275 Mann = $71\frac{1}{2}\frac{5}{1}\frac{2}{3}$ Mann.

: (213)

1491

365
213

152

Zuerst ist das Product der beiden innern Gl. 325 × 47 gerechnet, wobei man immer die größere Zahl als das Einfache ansetzt (§. 28). Das erhaltene Product 15275 Mann ist sodann durch 213 dividirt. Man erhält $71\frac{1}{2}\frac{5}{1}\frac{2}{3}$ Mann, d. i. abgekürzt 72 Mann. (§. 147 Anmerk. 3.) Und dieses ist die nöthige Mannschaft, um einen Graben von 325′ Länge in einer Nacht zu vollenden, wenn 47 Mann einen solchen Graben auf 213′ Länge (unter übrigens gleichen Umständen) ausheben.

Antwort. Man braucht 72 Mann.

5) Die Probe endlich besteht in einem zweimaligen Durchrechnen, oder (wie im §. 130) in einer Umkehrung der Aufgabe. Man setzt nämlich:

(den gegeb. Fall.) 47 Mann vollendeten 213′ Länge,
(den Fragefall.) $71\frac{1}{2}\frac{5}{1}\frac{2}{3}$ Mann vollenden x′ Länge,

und rechnet nun diese Aufgabe völlig nach der so eben angegebenen Regel aus. Man muß 325′ Länge herausbringen, wenn weder in der Haupt- noch Proberechnung gefehlt ist.

Diese Regel ist einfach in den §§. 151, 153, 154 und 155 begründet. Es stehen nämlich je zwei gleichnamige Dinge im Verhältniße (§. 151); ferner geben jede zwei (gerade oder verkehrt) gleiche Verhältniße eine Proportion (§. 153 oder 154), und aus dieser endlich kann das vierte Glied durch Rechnung gefunden werden (§. 155 B). Das Untereinanderschreiben des gegebenen und des Fragefalls aber geschieht nur zur Erleichterung der Uebersicht.

2. **Beispiel.** Ein Detachement ist so mit Brod versehen, daß, 5 Tage hindurch, jedem Manne täglich $1\frac{1}{2}$ Pfund abgegeben werden können. Wegen eingetretener Hindernisse kann aber erst nach 8 Tagen neuer Vorrath ankommen; wie viel Brod trifft nun täglich auf den Mann?

Ausrechnung. 1. Gegeb. Fall. 5 Tage — $1\frac{1}{2}$ Pfund täglich
Fragefall. 8 „ — x Pfund „

Digitized by Google

2.) Ansatz des Verhältnißes der unbekannt. Zahl: $\frac{3}{2}$ ℔ : x ℔

3.) Beurtheilung des Verhältnißes der Zahlen 5 Tag und 8 Tag: „Wenn man anstatt 5 Tage, zweimal so lange (d. i. 2 × 5 Tage) ausreichen sollte, könnte dann dem Manne täglich auch zweimal so viel Brod (2 × $1\frac{1}{2}$ ℔) abgegeben werden?" Ganz gewiß nicht, sondern nur halb so viel; das Verhältniß der Tage ist daher hier dem Verhältniße der Portionen verkehrt gleich, und so wie man die Zahlen des Verhältnißes $\frac{3}{2}$ ℔. : x ℔. von oben herunter anschrieb, so muß man umgekehrt im andern Verhältniße die Zahlen von unten hinauf, also 8 Tage : 5 Tage anschreiben. Man erhält die Proportion

8 Tage : 5 Tage = $\frac{3}{2}$ Pfund : x Pfund,

aus der x nach §. 155 gefunden wird.

Die ganze Ausrechnung steht demnach:

Gegeb. Fall. 5 Tage —— $1\frac{1}{2}$ Pfund täglich
Fragefall. 8 Tage —— x Pfund täglich

Verk. Verh. 8 : 5 = $\frac{3}{2}$: x
16 : 5 = 3 : x
—×3
15 = $\frac{15}{16}$ ℔.
:16
= 30 Lth.

Mit 2 das erste und dritte Glied multiplicirt, damit der Bruch wegfällt (§. 156. C).

Antwort. Die tägliche Portion darf demnach nur 30 Lth. wiegen, wenn man 8 Tage ausreichen soll.

3. **Beispiel.** Ein Kourier kann das Ziel seiner Reise in $16\frac{1}{2}$ Tagen erreichen, wenn er täglich $8\frac{2}{3}$ Meilen zurücklegt. Wie viele Tage wird er hingegen brauchen, wenn er täglich $14\frac{3}{4}$ Meilen zurück legt?

Ausrechnung. Gegeb. Fall. $16\frac{1}{2}$ Tag —— $8\frac{2}{3}$ Meilen
Fragefall. x „ —— $14\frac{3}{4}$ „

Beurtheilung. Wenn er täglich doppelt so weit ginge (2 × $8\frac{2}{3}$ Meilen), so würde er zur nämlichen Reise nur die halbe Zeit brauchen. Die Verhältniße sind daher verkehrt gleich u. man hat

(verk. Verh.) $14\frac{3}{4}$: $8\frac{2}{3}$ = $16\frac{1}{2}$ Tag : x Tag

woraus x = $9\frac{41}{59}$ Tage gefunden wird (§. 156 und 129).

Antwort. Der Kourier braucht nur $9\frac{41}{59}$ Tage, (d. i. beinahe 10 Tage), wenn er täglich $14\frac{3}{4}$ Meilen zurücklegt.

Digitized by Google

4. Beispiel. Wie viel Ellen Zeug, von $1\frac{7}{8}$ Ellen Breite, sind zu einem Zelte nöthig, zu welchem man $6\frac{5}{8}$ Ellen von einem $2\frac{1}{4}$ Ellen breiten Zeuge brauchte?

Gegeb. Fall. $6\frac{5}{8}$ Ellen Länge bei $2\frac{1}{4}$ Ellen Breite
Fragefall. x " " " $1\frac{7}{8}$ " "

Beurtheilung. Wäre der neue Zeug nur halb so breit, so würde man gewiß zweimal so viel Ellen brauchen. Die Verhältniße sind daher verkehrt gleich, und der Ansatz ist:

(verk. Verh.) $1\frac{7}{8} : 2\frac{1}{4} = 6\frac{5}{8}$ Ellen : x Ellen,

woraus $x = 7\frac{1}{20}$ Ellen gefunden wird.

Antwort. Von dem Zeuge, welcher nur $1\frac{7}{8}$ Ellen breit ist, braucht man $7\frac{1}{20}$ Ellen.

5. Beispiel. Jemand hat ein Kapital von 492 fl. 42 kr. zu $3\frac{1}{2}$ Procent auf Zinsen ausgeliehen (siehe §. 127. *Anmerk.); was sind die jährlichen Zinsen?

Rechnung. Der gegebene Fall ist in dieser und in ähnlichen Aufgaben der angegebene Zinsfuß ($3\frac{1}{2}$ Prct.);

100 fl. Kapital tragen $3\frac{1}{2}$ fl. Zins,
$492\frac{7}{10}$ fl. " " x fl. "

(G. V.) $100 : 492{,}7 = 3{,}5 : x$

$1 : 4{,}927 = 3{,}5 : x$

$\times\ 3{,}5$

24635
14781

17,2445 fl.

$\times\ 60$

14,6700 kr.

$\times\ 8$

5,360 hl.

Beurtheilung. Doppelt. Kapit. (2×100 fl.) würde auch doppelt. Zins ($2 \times 3\frac{1}{2}$ fl.) tragen. Es ist daher dem Verhältniße $3\frac{1}{2} : x$ das Verhältniß $100 : 492\frac{7}{10}$ gerade gleich. Die Ausrechnung der Proportion kann nun entweder mit den gewöhnlichen Brüchen, kürzer aber mit Decimalbrüchen geschehen, da 42 kr $= \frac{7}{10}$ fl. $= 0{,}7$ fl. und $3\frac{1}{2}$ fl. $= 3{,}5$ fl. ist. In der angesetzten Proportion ist das erste und zweite Glied mit 100 dividirt (nach §. 156. C. und §. 136. III). Sodann sind 4,927 fl. mit 3,5 multiplicirt, und endlich ist das erhaltene Product 17,2445 fl. auf fl., kr. und hl. gebracht (nach §. 142).

Antwort. Die jährlichen Zinsen von 492 fl. 42 kr. zu $3\frac{1}{2}$ Procent sind 17 fl. 14 kr. 5 hl.

Digitized by Google

6. **Beispiel.** A hat von B 230 fl. zu fordern, jedoch erst nach Verlauf von 12 Jahren, und zwar bis dahin unverzinslich. A wünscht aber das Geld sogleich zu erhalten; was ist nun der jetzige oder baare Werth seiner Forderung, wenn die Zinsen zu 5 Procent gerechnet werden.

Rechnung. Da 100 fl. jährl. 5 fl. tragen sollen, so geben
100 fl. in 12 Jahren 60 fl. Zins.
(Gegeb. Fall.) 100 baare fl. sind daher nach 12 Jahr 160 fl. werth
(Fragefall.) x „ „ „ „ „ „ „ 230 fl. „
Und man erhält die Proportion (aus geraden Verhältnißen)

$$160 : 230 = 100 : x$$

woraus (nach §. 155) $x = 143$ fl. 45 kr. folgt.

Antwort. Der jetzige Werth der Forderung ist 143 fl. 45 kr.

Anmerkung. Will man die Probe machen, und sucht deßwegen die Zinsen, welche die 143 fl. 45 kr. dem A. in 12 Jahren tragen, so sage man 100 fl. geben in 12 J. zu 5 Prct. 60 fl. Zins
143 fl. 45 kr. in 12 J. zu 5 Prct. x fl. „
und findet dann $x = 86$ fl. 15 kr. (nach der Regel §. 159).
A hat also nach 12 Jahren empfangen 143 fl. 45 kr. + 86 fl. 15 kr. d. i. zusammen 230 fl., mithin seine volle Forderung.

7. **Beispiel.** Wenn von einer bestimmten Sorte Blei beim Kugelgießen 4 Procent verloren gehen, wie viel Blei ist daher nöthig, um 486 ℔ Kugeln (d. i. 9600 Musketen-Kugeln, jede zu 1 Lth. $2\frac{1}{2}$ Quint.) zu gießen?

Rechnung. 100 ℔. Blei geben nur 96 ℔. Kugeln;
x ℔. „ „ daher 486 ℔. Kugeln.
(Ger. V.) $96 : 486 = 100 : x$

Man findet aus dieser Proportion $x = 506\frac{1}{4}$ Pfund (nach §. 155).

Antwort. Um also bei 4 Procent Feuerabgang 486 ℔. Kugeln zu erhalten, braucht man $506\frac{1}{4}$ ℔ Blei.

Anmerkung. Die Probe wird ähnlich jener des vorigen Beispiels gerechnet.

Uebungsbeispiele.

Alle Beispiele der §§. 127, 128 und 129 können auch hier gerechnet werden; die dort vorkommenden Verhältniße sind alle einander gerade gleich.

918) 12 Mann fertigten in einem Tage 1000 Patronen; wie viele Mann sind nöthig, um in gleicher Zeit 1750 solcher Patronen zu vollenden?

919) Die Stampfzeit für einen Kriegspulver-Einsatz ist

14 Stunden, wenn jeder Stampf in einer Minute 48mal herunterfällt, (was bei normalem Wasserstande Statt hat.) Um wie viel muß nun die Stampfzeit verlängert werden, wenn (wegen verminderten Wasserstandes) der Stampf per Minute nur noch 28mal herabfiele?

920) Als das Schäffel Korn 7 fl. 58 kr. kostete, wurde die tägliche Brodportion mit 2 kr. 5 hl. vergütet. Was kann diese Vergütung betragen, wenn der Preis des Schäffels auf 11 fl. 5 kr. steigt?

921) Als das Schäffel Weizen 12 fl. 21 kr. kostete, wog der Groschenwecken von Weizen 18 Lth. 3 Quint. Was wird derselbe wiegen, wenn das Schäffel 16 fl. kostet?

922) Wenn 5 Mann eine Arbeit in 9 Stunden vollenden; wie lange werden dann 3 Mann hiezu brauchen?

923) Wie lange reichen 1080 Mann mit einem Vorrathe, mit welchem 1635 Mann $6\frac{1}{2}$ Monat reichen würden?

924) Wie viel Getreide bedarf eine Besatzung in 1 Jahr 5 Monaten, die in $3\frac{1}{3}$ Monat $254\frac{5}{6}$ Schäffel verzehrte?

925) Eine Abtheilung braucht, um einen bestimmten Ort zu erreichen, 15 Tage, wenn sie täglich 8 Stundensäulen zurücklegt. Da sie aber 5 Tage früher ankommen soll, so fragt es sich, wie viele Säulenstunden sie nun täglich zurücklegen müsse.

926) Eine Besatzung von 800 Mann ist so mit Proviant versehen, daß dem Manne täglich $1\frac{1}{2}$ Pfund Brod und 15 Loth Fleisch abgegeben werden können. Dieselbe wird um 250 Mann vermehrt; wie sind nun die täglichen Portionen?

927) Ein Detachement von 125 Mann ist so mit Proviant versehen, daß es sich bei kleinstmöglichen Portionen 14 Tage halten kann. Es erhält Ordre sich 20 Tage zu halten, und die Mannschaft, welche nicht verproviantirt werden kann, fortzuschicken. Wie viele Mann müssen entfernt werden?

928) Eine bestimmte Anzahl Bleikugeln soll in $5\frac{1}{2}$ Tagen gegossen seyn. 12 Mann könnten damit erst in $9\frac{5}{8}$ Tagen fertig werden; um wie viel Mann muß man daher mehr nehmen?

929) Ein Mantel, an welchem $7\frac{1}{2}$ Ell. $1\frac{3}{4}$ Ell. breites Tuch sind, soll durchaus mit einem $\frac{5}{4}$ Ellen breiten Zeuge gefüttert werden; wie viele Ellen Futterzeug sind hiezu nöthig?

Digitized by Google

930) Neun Mann haben in $6\frac{1}{2}$ Tagen die Hälfte einer Arbeit vollendet. Man nimmt zur andern Hälfte 4 Arbeiter mehr; in welcher Zeit wird diese fertig werden?

931) Jemand, der wöchentlich 4 fl. 18 kr. 3 pf. ausgibt, reicht mit seinem Gelde 112 Tage. Ein anderer, welcher die nämliche Summe Geldes besitzt, verbraucht wöchentlich 5 fl. 45 kr.; wie lange reicht er mit seinem Gelde?

932) Wie viel beträgt die Fracht von 72 Pfund 24 Loth, wenn von $5\frac{2}{3}$ Zntr. die Fracht 26 fl. 38 kr. kostete?

933) Wie viele Ellen Tuch von $1\frac{3}{4}$ Ellen Breite braucht man zu einem vollständigen Anzuge, zu dem man $26\frac{1}{4}$ Ellen bei $1\frac{7}{8}$ Ellen Breite nöthig hatte?

934) Zu einem gewissen Garnisonswechsel würde ein Regiment 21 Tage brauchen, wenn es täglich $3\frac{1}{2}$ Meil. zurücklegt; wie viel Tage sind ihm hingegen nöthig, wenn es täglich $4\frac{1}{2}$ Meilen Wegs macht?

935) Einer Compagnie von 150 Mann ist eine solche Belohnung zugedacht, daß jeder Mann 8 fl. 45 kr. erhalte. Vor der Vertheilung vermindert sich die Kopfzahl der Compagnie um 27 Mann. Wenn nun unter die noch bleibende Mannschaft die vorige Summe vertheilt werden soll, was trifft sodann den Mann?

936) Aus Erfahrung ist bekannt, daß der Schall in einer Secunde 1168 bayer. Fuß zurücklegt; und jemand kennt aus Beobachtung seiner Taschenuhr, daß sie $4\frac{2}{5}$ Spindelschläge in einer Secunde macht. Wenn nun dieser zwischen dem gesehenen Blitze und dem gehörten Knalle einer in der Entfernung abgefeuerten Kanone $11\frac{1}{2}$ solche Spindelschläge zählen kann, wie weit ist er vom abgefeuerten Geschütze entfernt?

937) Das Einstandskapital eines Mannes beträgt 445 fl. und ist zu $4\frac{1}{4}$ Pret. ausgeliehen. Was sind die jährlichen Zinsen?

938) Wie groß ist das Kapital, welches bei $3\frac{1}{2}$ procentiger Verzinsung jährlich 13 fl. 44 kr. 3 pf. Zins trägt?

939) Jemand hatte 285 fl. 12 kr. auf ein Jahr ausgeliehen, unter der Bedingung, daß ihm nach Verlauf des Jahres 300 fl. als Kapital sammt Zinsen zurück gegeben werden. Zu wie viel Procent war dieses Kapital ausgeliehen?

Digitized by Google

940) Welche Interessen bringt ein Kapital vom 29. Octob. 1838 bis zum 14ten Mai 1841, wenn die jährlichen Zinsen 35 fl. 24 kr. betragen? der Monat zu 30 Tage ger.

941) Jemand schuldet 2318 fl. 20 kr., deren Benützung ihm jedoch auf $5\frac{1}{2}$ Jahr ohne Verzinsung zukömmt. Er möchte seine Schuld gleich jetzt abtragen; jedoch um so viel weniger bezahlen, daß er, bei Zinsenberechnung von $4\frac{1}{2}$ Prct., keinen Verlust erleide?

942) Kaufleute gestehen meistens bei Baarzahlungen einen Nachlaß (Rabatt genannt) zu. Dieser Rabatt wird wie der Zins eines Kapitals nach Procenten bestimmt. Wenn nun eine Rechnung von 536 fl. 32 kr. mit 12 Procent Rabatt bezahlt werden soll, wie viel ist zu bezahlen?

943) Zuweilen wird auch (nach besonderer Uebereinkunft) der Rabatt erst über das Hundert gestattet; so daß im vorigen Beispiele die 12 fl. erst von 112 fl. abgerechnet werden. Wie viel beträgt nach dieser Art der Rabatt im vorigen Beispiele?

944) Wenn aus Erfahrung bekannt ist, daß beim Gießen der Bleikugeln höchstens 6 Procent Blei verloren gehen, was ist dann der höchste Feuerabgang bei 24 Ztnr. 39 ℔. 20 Loth Blei?

945) Wie viel Blei braucht man zum Gießen von 10 000 Kugeln der bayerischen Muskete, von denen jede 1 Loth 2,47566 Quint (nach bayer. Gewichte) wiegt; wenn beim Gießen $3\frac{3}{4}$ Procent Blei verloren gehen?

946) Bei einem Versuche gaben 24 Pfund $29\frac{1}{2}$ Loth Brodteig 20 Pfund 25 Loth gut ausgebackenes Brod. Wie viel Teig muß daher zu einem Laib Brod genommen werden, der nach dem Ausbacken noch 3 Pfund wiegen soll?

Dritter Abschnitt.

Die Vertheilungs- oder Gesellschafts-Rechnung.

(Siehe §. 158. IIte Art und Beispiel hiezu.)

§. 160. Erklärung.

Man soll zuweilen eine Zahl in solcher Art zertheilen,

Digitized by Google

daß einzelne Stücke derselben das zwei- oder drei- ꝛc. fache der andern sind. Dieses wird z. B. in der IIten Aufgabe des §. 158 nöthig, oder auch in der hier folgenden: Ihrer vier (N., M., P. und Q.) kauften ein Haus; N. bezahlte hiezu 344 fl., M. 180 fl., P. 476 fl. und Q. 500 fl. Nach einiger Zeit verkaufen sie es wieder, und zwar mit einem Gewinn (oder Verlust) von 300 fl. Dieser nun soll (wie es billig ist) im Verhältniße ihrer Hausantheile, d. i. ihrer Geldbeiträge zum Hauskaufe, vertheilt werden. Was ist der Gewinn- (od. Verlust-) Antheil eines jeden der vier Theilnehmer N, M, P u. Q? Aufgaben dieser Art können nicht durch einfache Division (§. 32. u. folg.) ausgerechnet werden, sondern es geschieht dieses nach der folgenden sogenannten Vertheilungs- oder Gesellschafts-Regel, deren Name sich aus dem Sinne der obigen Aufgaben von selbst erklärt.

§. 161. Die Vertheilungs- oder Gesellschafts-Regel.

Regel.

1.) Man schreibe die Fragefälle einen unter den andern an. (Die gesuchten Antheile können hiebei der Ordnung nach durch römische Ziffern bezeichnet werden, die man x anhängt, wie x_I, x_{II}, x_{III}, x_{IV} u. s. f.)

2.) Addire hierauf die bekannten Zahlen der Fragefälle, und schreibe ihre Summe (192) über oder unter die Fragefälle als gegebenen Fall an.

3.) Sodann sage man: Die Summe aller Beiträge (192 Mann) verhält sich zur ganzen zu vertheilenden Zahl (32 Mann auf Dienst), wie der Beitrag von jedem einzelnen Fra-

Anwendung.

(Auf das Beispiel II. des §. 158.)

1.) Präs. Mann. — Mann auf Dienst

Gegeb. Fall: 192 geben 32
1. Fragefall: 72 treffen x_I
2. Fragefall: 54 „ x_{II}
3. Fragefall: 66 „ x_{III}

2.) Die Summe der in den Fragefällen stehenden Beiträge (72 + 54 + 66 d. i. 192) ist gleich oberhalb angeschrieben und rechts daneben die zu vertheilende Zahl 32 Mann.

3.) Nun sind die Proportionen angesetzt.

(Erst.) Präs. M. M. auf Dienst. Pr. M. M. a. D.
$$192 : 32 = 72 : x_I$$
wor. $x_I = 12$ M. folgt, n. §. 155.

Zweit.) $192 : 32 = 54 : x_{II}$
wor. $x_{II} = 9$ M. gefunden wird.

Digitized by Google

gefall zum Antheil dieses Falles.

Hiedurch erhält man so viele Proportionen, als die Aufgabe Fragefälle hat, und rechnet jede derselben nach §. 155. aus.

4. Als Probe zählt man die gefundenen Antheile zusammen, und erhält, wenn nirgends gefehlt ist, zur Summe die ganze zu vertheilende Zahl.

Dritt.) 192 : 32 = 66 : x_{III}
wor. sich x_{III} = 11 M. ergibt.

4.) Antwort und Probe.

	präs. Mann		auf Dienst	
Die 1. Cp. mit	72	gibt	12	M.
„ 2. „ „	54	„	9	„
„ 3. „ „	66	„	11	„
Summa	192	geben	32	„

Da nun die Summe der gefundenen Dienstantheile (12 Mann + 9 Mann + 11 Mann = 32 Mann) einerlei ist mit der zu vertheilenden Zahl (32 Mann auf Dienst), so ist die Vertheilung richtig geschehen.

§. 162. Beweis der Vertheilungs-Regel.

Berücksichtigt man anfänglich nur den gegebenen Fall mit dem ersten Fragefall, als sollte nur der Dienst-Antheil der ersten Compagnie ausgerechnet werden, so hat man eine einfache Proportions-Aufgabe (§. 159). Nämlich

(Gegebener Fall.) 192 Mann geben 32 Mann auf Dienst;
(Fragefall.) 72 „ werden x_I Mann stellen.

Man findet daher (nach §. 159) durch die gewöhnliche **Beurtheilung**: „wenn die erste Compagnie die volle Hälfte des Präsentstandes der Garnison hätte, so müßte sie auch die volle Hälfte des Wachtdienstes übernehmen;" daß dem Verhältniße der Dienstmannschaft ..... 32 : x_I
jenes der präsenten Mannschaft ..... 192 : 72
gerade gleich ist, und man erhält daher die Proportion:
192 pr. M. : 72 pr. M. = 32 M. auf Dienst : x M. a. D.

Beurtheilt man hierauf nur den zweiten Fragefall, so hat man: 192 M. geben 32 M.
54 „ „ x_{II} M.
und hieraus nach §. 159. die Proportion
192 : 54 = 32 : x_{II}

Und beurtheilt man endlich nur den dritten Fragefall, so erhält man 192 M. geben 32 M.
66 „ „ x_{III} „
und demnach die Proportion
192 : 66 = 32 : x_{III}.

Verwechselt man nun in jeder der 3 gefundenen Pro-

portionen die Zahlen der beiden innern Glieder, was nach §. 156. B. geschehen darf, so heißen diese Proportionen:

1.) 192 : 32 = 72 : x_I
2.) 192 : 32 = 54 : x_{II}
3.) 192 : 32 = 66 : x_{III}

und es ist demnach die Vertheilungs-Regel bewiesen, nämlich: Es verhält sich die Summe aller Beiträge (192 präs. M.) zur ganzen zu vertheilenden Zahl (32 Mann auf Dienst), wie der Beitrag von jedem einzelnen Fragefalle (72 präs. M. oder 54 oder 66 präsente Mann) zum Antheil dieses Falles (x_I M. auf Dienst oder x_{II} oder x_{III} M. auf Dienst).

Anmerkung. Alle im §. 163 folgenden Beispiele können nun nach der obigen Vertheilungsregel gerechnet werden. Meistens aber kann dieses mit bedeutenden Verkürzungen geschehen, welche deswegen im folgenden §. 163 an Beispielen erklärt werden sollen.

§. 163. Abkürzungen bei der Vertheilungsrechnung.

I.) Die wesentlichste Abkürzung besteht darin, daß man das Verhältniß „aller Beiträge zur ganzen Vertheilungszahl" möglichst hebt oder etwa vorhandene Brüche wegschafft (nach §. 156. C). Man rechne z. B. die Aufgabe des §. 160.

	Beitrag.	Gewinn-Antheil.
N hat	344 fl. und	x_I fl.
M „	180 „ „	x_{II} „
P „	476 „ „	x_{III} „
Q „	500 „ „	x_{IV} „
Summe	1500 fl. :	300 fl.
abgekürzt	5 fl. :	1 fl.

Die Summe der Beiträge ist 1500 und der ganze Gewinn 300. — Das Verhältniß dieser Zahlen ist daher

1500 : 300.

Dieses läßt sich (nach §. 156. C.) mit 300 heben, und man erhält das abgekürzte Verhältniß 5 : 1.

Mit diesem und den 4 Fragefällen sind sodann 4 Proportionen angesetzt, u. diese (nach §. 155.) ausgerechnet.

1) 5 : 1 = 344 : x_I
daher $x_I = 68\frac{4}{5}$ fl. = 68 fl. 48 kr.

2) 5 : 1 = 180 : x_{II}
woraus x_{II} = 36 fl.

3) 5 : 1 = 476 : x_{III}
wor. $x_{III} = 95\frac{1}{5}$ fl. = 95 fl. 12 kr.

4) 5 : 1 = 500 : x_{IV}
woraus x_{IV} = 100 fl. folgt.

Antwort. N bekömmt 68 fl. 48 kr.; M erhält 36 fl.
P „ 95 fl. 12 kr.; u. Q „ 100 fl.
vom Gewinn, und da die Summe der Gewinn-Antheile den ganzen Gewinn von 300 fl. gibt, so ist die Vertheilung richtig.

Der Grund dieser Abkürzung beruht einfach auf §. 156. C.

Digitized by Google

Anderes Beispiel. Drei Arbeiter A, B und C haben gemeinschaftlich eine Arbeit gefertigt und dafür 3 Gulden erhalten. Wie ist dieser Verdienst unter sie zu vertheilen, da A $8\frac{1}{2}$ Stunden, B nur $6\frac{4}{5}$ Stunden u. C nur $4\frac{7}{12}$ Stunden zur Arbeit half?

Ausrechnung. Die Beiträge (hier an Zeit) sind gemischte Zahlen. Diese werden eingerichtet (nach §. 104. b.), dann auf einerlei kleinste Benennung gebracht (nach §. 109), und sodann der allgemeine Nenner ganz weggelassen. Im übrigen aber geht die Rechnung nach der Regel (§. 161).

	Stundenbeiträge.	12	Beiträge.		Antheile am Verdienst.
A hat	$8\frac{1}{2} = \frac{17}{2}$	6	102	und	x_I fl.
B „	$6\frac{4}{5} = \frac{20}{5}$	4	80	„	x_{II} fl.
C „	$4\frac{7}{12} = \frac{55}{12}$	1	55	„	x_{III} fl.
			Summe 237	:	3
			Dieß mit 3 gehoben, gibt 79	:	1

und nun die Proportionen angesetzt:

1.) $79 : 1 = 102 : x_I$ 2.) $79 : 1 = 80 : x_{II}$

daher $x_I = 1\frac{23}{79}$ fl. (n. §. 155) $\quad x_{II} = \frac{80}{79}$ fl.

$= 1$ fl. 17 kr. $3\frac{59}{79}$ hl. (§. 118) $\quad = 1$ fl. $6\frac{6}{79}$ hl.

3) $79 : 1 = 55 : x_{III}$

woraus $x_{III} = \frac{55}{79}$ fl. $= 41$ kr. $6\frac{14}{79}$ hl. folgt. (§§. 155 u. 118.)

Antwort. A bekömmt 1 fl. 17 kr. $3\frac{59}{79}$ hl.

B „ 1 fl. — kr. $6\frac{6}{79}$ hl.

C „ — fl. 41 kr. $6\frac{14}{79}$ hl.

Probe. Die Summe ist 3 fl. — kr. — hl., und folglich die Vertheilung richtig.

Der Grund dieser Abkürzung ist ersichtlich, sobald man den Brüchen ihren allgemeinen Nenner (12) anschreibt. Die erste Proportion heißt dann: $\frac{25.7}{12} : 3 = \frac{102}{12} : x_I$ (n. der Regel §. 161). Multiplicirt man nun das erste Glied $(\frac{25.7}{12})$ und das dritte Glied $(\frac{102}{12})$ mit dem gemeinschaftlichen Nenner 12 (nach §. 156. C.), so fällt dieser weg, und eben so auch in der zweiten und dritten Proportion.

II. **Abkürzung.** Wenn die bekannten Zahlen (Beiträge) der Fragefälle ein gemeinschaftliches Maaß haben, so kann man diese Zahlen noch vor ihrer Addition damit heben.

Z. B. Zu gutem Pulver werden auf 75 Theile Sal-

Digitized by Google

peter, $12\frac{1}{2}$ Theile Schwefel und auch $12\frac{1}{2}$ Theile Kohle genommen. Wie viel von diesen 3 Bestandtheilen muß man zusammensetzen, um 45 Pfund Pulver zu erhalten?

Ausrechnung. Die Einsätze haben den Factor $12\frac{1}{2}$ gemein. Man hebt sie damit, u. rechnet nun, als hieße die Aufgabe: Zu 6 Theilen Salpeter werden genommen 1 Theil Schwefel und 1 Theil Kohle. Das erste Verhältniß ist daher 8 : 45; die erste Proportion 8 : 45 = 6 : x_I u. die fernere Rechnung geht n. §. 161.

Einsatz.	abgek.	Antheil.
Salpeter 75 Theile	6.	und x_I ℔.
Schwefel $12\frac{1}{2}$ „	1.	„ x_{II} ℔.
Kohle $12\frac{1}{2}$ „	1.	„ x_{III} ℔.
Summe	8	: 45

1.) 8 : 45 = 6 : x_I (§. 161.)
woraus $x_I = 33\frac{3}{4}$ Pfund. (§. 155.)

2.) 8 : 45 = 1 : x_{II} (§. 161.)
woraus $x_{II} = 5\frac{5}{8}$ Pfund. (§. 155.)

u. zugl. $x_{III} = 5\frac{5}{8}$ Pfund folgt.

Antwort. Man muß $33\frac{3}{4}$ Pfund Salpeter, $5\frac{5}{8}$ Pfund Schwefel und $5\frac{5}{8}$ Pfund Kohle nehmen; und da dieses zusammen 45 Pfund gibt, so ist die Vertheilung richtig.

Beweis. Den Grund dieser Abkürzung sieht man ein, wenn man zuerst den Ansatz nach der Regel bildet. Nach dieser ist $(75 + 12\frac{1}{2} + 12\frac{1}{2}) : 45 = 75 : x_I$, d. i. die Summe aller Einsätze verhält sich zum ganzen gewonnenen Pulver, wie der einzelne Einsatz zu seinem Antheil am Pulver. Nun läßt sich das erste Glied (nach §. 33. III.) durch $12\frac{1}{2}$ theilen und auch das dritte Glied (75); man erhält daher (nach §. 156. C.) die Proportion

$(6 + 1 + 1) : 45 = 6 : x_I$

d. i. $8 : 45 = 6 : x_I$ wie oben bei der Abkürzung angegeben ist. In der nämlichen Art wird auch die Richtigkeit der zweiten und dritten Proportion bewiesen.

Anmerkung. Aus der vorstehenden Rechnung erkennt man auch, daß, wenn mehrere Fragefälle einerlei Einlagen haben (wie oben der zweite und dritte), dann auch ihre Antheile einerlei werden. Ferner ersieht man auch, daß, wenn eine der Einlagen (6 Theile) ein Vielfaches von einer andern Einlage (1 Theil) ist, dann auch der Antheil des einen Fragefalles das gleichvielfache (6fache) des andern sey. So hätte man z. B. in obiger Aufgabe nur

die Quantität Schwefel ($x_{II} = 5\frac{5}{8}$ ℔) zu berechn. brauch., um hieraus
„ „ Kohle $x_{III} = 5\frac{5}{8}$ ℔ und die
„ „ Salpeter $x_{I} = 6 \times 5\frac{5}{8}$ ℔ $= 33\frac{3}{4}$ ℔ zu erhalten.

III. Abkürzung. Sind die Zahlen einigermaßen groß, so schreibe man das Verhältniß „der Summe aller Beiträge zur ganzen zu vertheilenden Zahl" nur einmal an, und suche dessen Anzeiger (nach §. 152). Man dividire nämlich die Vertheilungszahl durch die Summe aller Beiträge (nach §. 150), und suche hiebei so viele Decimalen, als es die Genauigkeit der Rechnung verlangt (nach §. 147). Den so herausgebrachten Verhältnißanzeiger multiplicire man sodann mit dem Beitrage des ersten Fragefalls (nach §. 149), hierauf mit jenem des zweiten u. s. f. Die erhaltenen Producte sind die Theile, in welche die Vertheilungszahl zu theilen ist.

Zum Beispiel. Unter 4 Compagnien sollen 88 fl. 40 kr. nach Verhältniß ihres Präsentstandes vertheilt werden. Wie viel gebührt daher jeder derselben, da die erste Compagnie 37 Mann, die zweite Comp. 24 Mann, die dritte 41 und die vierte Compagnie 59 Mann präsent hat.

Ausrechnung. Der ganze Präsentstand ist 161 Mann, und die zu vertheilende Zahl ist 88 fl. 40 kr. d. i. (nach §. 141) 88,6666... fl. Der Antheil jedes einzelnen Mannes ist daher offenbar der 161te Theil von 88,66.. fl. d. i. 0,55072 fl. (n. §. 150), wobei wegen der Benennung fl. und den folgenden Multiplicat. mit 37, dann 24 u. s. f. 5 Decimalen gesucht sind.

Comp.	Präsent.	Antheil.
1te	37	x_I
2te	24	x_{II}
3te	41	x_{III}
4te	59	x_{IV}

161 : $88\frac{40}{100}$
161 : $88\frac{2}{3}$
161 : 88,666..

Anzeiger = 0,5 5072
,8 8666
: (1,61)
8 05
816
805
116
113
3

Um nun den Antheil der einzelnen Compagnien zu finden, braucht man nur 0,55072 fl. mit 37 zu multipliciren für die erste Compag., mit 24 für die zweite Comp. u. s. f., indem 37 Mann sicher 37mal so viel erhalten als 1 Mann.

Digitized by Google

Man findet den Antheil

der ersten Comp.	= 20,377 fl.	= 20 fl. 22 kr. 5 hl.	nachden
„ zweiten „	= 13,217 „	= 13 „ 13 „ – „	§§. 149,
„ dritten „	= 22,5795 „	= 22 „ 34 „ 6 „	142 und
„ vierten „	= 32,4925 „	= 32 „ 29 „ 4 „	147.

Zur Probe add., erh. man d. Summe 88 fl. 39 kr. 7 hl.; diese ist um 1 hl. zu klein. Dieser scheinbare Rechnungsfehler erklärt sich wie folgt: Die Antheile der einzelnen Compagnien sind nur auf $\frac{1}{2}$ hl. genau gesucht (§. 147.), da ja doch keine genauere Ausbezahlung möglich ist. Bei den 4 Comp. könnten daher die Fehler zusammen beinahe $4 \times \frac{1}{2}$ hl. d. i. beinahe 2 hl. ausmachen. Dieselben betragen aber in der obigen Vertheilung nur 1 hl.; daher ist diese, in der erreichbaren Genauigkeit, richtig.

Die Gründe dieser Abkürzung sind in der Rechnung selbst nachgewiesen, können aber auch aus §. 155. A. erklärt werden.

Anmerkung. Hat man viele Multiplicationen mit dem gefundenen Antheil (0,55072) zu rechnen, so geschieht dieß nach §. 43. IV., indem man sich eine Tafel des 1 bis 10fachen dieses Antheils anlegt.

Uebungsbeispiele und Angabe der Fälle, in welchen die Vertheilungsrechnung ihre Anwendung findet.

Diese Fälle kommen vor hauptsächlich bei der Vertheilung: 1.) des Dienstes auf Abtheilungen von verschiedener Stärke; 2.) von Contributionen; 3.) von Feuerschäden (Brandassekuranz); 4.) von Gewinn, Verlust und Kosten bei gemeinschaftlichen Unternehmungen; 5.) bei Zubereitung von Dingen, als z. B. bei Pulver, bei Kanonenmetall ꝛc. ꝛc., deren Güte von dem richtigen Verhältniße der Bestandtheile abhängt u. s. w.

947) Vier Compagnien haben 45 Mann zum Schanzbau zu geben. Wie viel muß jede derselben hiezu stellen, wenn die erste Comp. 16 Mann, die zweite 32, die dritte 48 und die vierte Compagnie 24 Mann hat, welche noch nicht im Dienste verwendet sind?

948) Zwei Arbeiter M und N hatten gemeinschaftlich um 25 fl. 30 kr. eine Arbeit in Accord übernommen. M konnte wegen Erkrankung nur $1\frac{1}{2}$ Wochen arbeiten; N aber arbeitete 2 Wochen hindurch, u. es wurde in dieser Zeit die Arbeit fertig. Wie viel gebührt nun jedem am Arbeitslohn?

Digitized by Google

949) Zur Anfertigung des Knallpulvers, (welches zur Füllung der Zündhütchen dient), werden 50 Theile chlorsaures Kali auf 25 Theile Schwefel und 15 Theile Schwefelantimon genommen; wie viel Lothe und Quint muß man von jedem dieser Bestandtheile nehmen, um $1\frac{1}{2}$ Pfund von diesem Pulver zu erhalten?

950) Eine Compagnie zählte im vergangenen Quartale 3681 präsente Tage der Gemeinen und 1152 Wachtposten. Man soll zur Prüfung des Wachtrosters finden, wie viele Wachten die Gemeinen A, B, C, D, E, F ꝛc. treffen konnten, da A in diesem Quartale 92 Tage präsent war, B nur 80, C 84, D 35 Tage, E 60 Tage, F 12 Tage u. s. f.?

951) Ein Jäger-Bataillon zu 1174 Mann soll in 4 Dörfern A, B, C und D Winterquartiere beziehen. Die Dislocirung soll nach der Anzahl Feuerstellen dieser Dörfer geschehen. Wie viel Mann treffen daher auf jedes, da A 46, B 35, C 70 und D 52 Feuerstellen zählt?

952) Zur Verproviantirung einer Festung müßen 5 Dörfer Fourage liefern. A hat bereits $30\frac{1}{2}$ Zntr. Heu, B 45 Zntr., C $39\frac{1}{3}$ Zntr., D 122 Zntr. u. E $57\frac{1}{4}$ Zntr. Heu geliefert; sie sollen nun nach dem nämlichen Verhältnisse $229\frac{1}{4}$ Schfl. Hafer liefern; wie viel trifft jedes Dorf?

953) Bei einer Schuldenmasse erscheinen vier Gläubiger mit gleich rechtskräftigen Forderungen und zwar A mit 300 fl., B mit 250 fl., C mit 400 fl. und D mit 700 fl. Wie viel gebührt jedem, wenn das Vermögen des Schuldners nach Abzug der Gerichtskosten noch 1235 fl. 36 kr. beträgt?

954) Die Unteroffiziere eines Infanterie-Regiments vereinigten sich zu einem Feste, dessen Kosten für Musik u. dgl. sie unter sich im Verhältniße ihrer Löhnungen theilen wollen. Es beliefen sich diese Kosten auf 16 fl. 17 kr., und anwesend waren 11 Feldwebel, 23 Sergeanten und 45 Korporäle. Man finde nun a) den Kostenantheil jeder Charge (nach §. 161), und dann b) was hievon jeden Einzelnen trifft (nach §. 36).

955) Bei einem Umzuge hatten ihrer 3 gemeinschaftlich einen Wagen gemiethet; wie viel muß jeder an den Transportkosten bezahlen, wenn das Gepäck des A $3\frac{1}{8}$ Zntr., jenes des B $5\frac{2}{5}$ Zntr., und jenes von C $2\frac{2}{5}$ Zntr. wiegt; die

Digitized by Google

Transportkosten aber sich auf 3 fl. 48 kr. für Fuhrlohn, 4 fl. 13 kr. für Verköstigung des Fuhrmanns und der Pferde, und 27 kr. für Weggeld belaufen?

956) Drei Dörfer sollen nach der Grundsteuer, die sie entrichten, 1000 fl. Contribution zahlen. Wie viel muß jedes der drei Dörfer geben, wenn A 217 fl. 13 kr., B 181 fl. 25 kr. und C 439 fl. 46 kr. Grund-Steuer entrichtet?

957) Bei mehreren Versuchen erhielt man aus 16 Pfund Roggenmehl, 3 Pfund 10 Loth Wasser zum Anmachen des Teiges, 1 Pfund 14 Loth Sauerteig, 12 Loth Salz und 20 Loth Wasser zum Ausarbeiten des Brodes, 20 Pfund gutes Brod. Wie viel von jedem dieser Bestandtheile wird man nehmen müßen, um 700 Portionen oder 1050 Pfund Brod zu backen?

958) Eine Compagnie erhielt 1 Zntr. Fleisch und 2 Eimer Bier zur gehörigen Vertheilung in ihre 4 Menagen; was trifft jede? da in der ersten Menage 22 Mann, in der zweiten 18 Mann und in jeder der beiden andern 15 Mann beisammen sind.

§. 164. Die Vertheilung (Repartition) des Wachtdienstes.

Diese Vertheilung geschieht leicht und mit vieler Genauigkeit nach der Abkürzung III. des §. 163. Dieses soll hier folgend an einem für mehrere Tage fortgesetzten Beispiele gezeigt werden.

Allgemeines Verfahren. (Siehe die unten folgenden Beisp.)

Erster Tag. a) Man addire die zum Wachtdienste präsente Mannschaft aller Compagnien; b) dividire mit der herausgebrachten Summe (319) in den ganzen zu gebenden Wachtdienst des ersten Tages (113 Mann); und c) multiplicire den so gefundenen Quotienten ($\frac{11}{32}$ od. 0,354 Mann) mit der Präsentzahl jeder Compagnie. Die herausgebrachten Producte sind die Wachtantheile der einzelnen Compagnien, und als Probe der richtigen Vertheilung muß die Summe dieser Antheile den ganzen Wachtdienst (113) wiedergeben. d) Die gefundenen Wachtantheile der einzelnen Compagnien werden beinahe immer gemischte Zahlen seyn. Die Summe ihrer ganzen Zahlen allein kann daher nicht den vollen Wachtdienst (113) geben; so viele Mann nun in den Brü-

Digitized by Google

chen stecken, so viele Abtheilungen läßt man am ersten Tage um einen Mann mehr geben, als ihre ganze Zahl ausmacht, und bestimmt hiezu diejenigen, in deren Wachtantheilen die größten Brüche sind. e) Den Theil, um welchen diese hiedurch am ersten Tage zu viel geben, schreibt man ihnen auf den zweiten Tag als Guthaben, den andern Compagnien aber ihre Mindergabe als Schuld an; und als Probe der richtigen Bestimmung von Gut und Schuld muß die Summe der Guthaben gleich der Summe der Schuld seyn.

Zweiter Tag. Die Vertheilung geschieht wie am ersten Tage unter a), b) und c). Sodann wird zu den gefundenen Antheilen die Schuld vom vorigen Tage addirt oder das Guthaben abgezogen; hierauf wieder aus den so veränderten Wachtantheilen der Dienst jeder Compagnie in ganzen Zahlen bestimmt (wie oben bei d), und endlich (wie bei e) Guthaben und Schuld für den folgenden Tag eingetragen und geprüft.

In dieser Art aber wird die Repartition an allen folgenden Tagen vorgenommen.

Beispiel. Erster Tag.

Das in **M** eingerückte Regiment **K** soll am 1ten September den Wachtdienst mit 113 Mann übernehmen. Wie viel Mann muß jede seiner 12 Compagnien hiezu stellen, da ihre zum Wachtdienste präsente Mannschaft, wie folgt, ist: die erste Schützen-Comp. hat 29 Mann, die erste Füsilier-Comp. 33 Mann, die zweite Füsil. 24 M., die dritte Füs. 39 M., die vierte 27 M., die fünfte 39 M., die zweite Schützen-Cp. 28 M., die sechste Füs. 22 M., die siebente 20 M., die achte 19 M., die neunte 23 M. u. die zehnte 16 Mann.

Erklärung der unten folgenden Rechnung.

Bei a) ist die präsente Mannschaft aller Compagnien addirt (nach §. 14). Die Summe ist 319. Es treffen daher am 1ten September

auf 319 präsente Mann 113 Mann zum Wachtdienste, folglich
„ 1 präsenten „ $\frac{113}{319}$ „ „ „ ; nämlich nur der 319te Theil des ganzen Dienstes.

Dieser gewöhnliche Bruch $\frac{113}{319}$ ist, der leichtern Rechnung wegen, bei b) in den Decimalbruch 0,354 verwandelt (nach §. 141), und da dieses der Wachtantheil ist, welcher

am 1ten September auf jeden einzelnen präsenten Mann trifft, so ist der Wachtdienst

der 1. Schütz.=Cmp. für 29 präs. M. 0,354×29 M. od. $\frac{1}{3}\frac{1}{1}\frac{5}{9}$×29
„ 1. Füsil.=Comp. „ 33 „ „ 0,354×33 „ od. $\frac{1}{3}\frac{1}{1}\frac{5}{9}$×33
„ 2. „ „ „ 24 „ „ 0,354×24 „ od. $\frac{1}{3}\frac{1}{1}\frac{5}{9}$×24
u. s. f.

Diese Multiplicationen sind wegen des allen gemeinschaftlichen Factors 0,354 nach §. 43. IV. gerechnet. Zu diesem Zwecke ist unten bei c. eine Tafel des 1 bis 10fachen von 0,354 angelegt. Um nun aus dieser die Wachtantheile der einzelnen Compagnien zu finden, sagt man z. B. bei der ersten Schützen=Compag.: der Wachtantheil für 2 Mann ist 0,708 M. (siehe unten bei c. die zweite Zeile), daher ist er für 20 Mann 10mal so groß d. i. 7,08 (nach §. 136. II). Man hat also den Wachtdienst für 20 präs. Mann 7,08
ferner für 9 präsente Mann (siehe bei c. die neunte Zeile) 3,19*
Folglich für die 29 präs. M. der 1ten Schützen=Comp. 10,27

In völlig gleicher Art sind die Wachtantheile der folgenden 11 Comp. durch einfaches Zusammenzählen gerechnet.

Rechnung für den ersten Tag.

a) Präsentstand.		b) Wachtantheil eines Mannes.	c) Tafel des 1 bis 10fachen dieses Antheils.
1te Schütz.=Cp.	29 M.	$\frac{1}{3}\frac{1}{1}\frac{5}{9}$ = 0,354	1) 0,354
1te Füs.=Comp.	33 „	1130	2) 0,708
2te „ „	24 „	957	3) 1,062
3te „ „	39 „	1730	4) 1,416
4te „ „	27 „	1595	5) 1,770
5te „ „	39 „	1350	6) 2,124
2te Schütz.=Cp.	28 „	1276	7) 2,478
6te Füs.=Comp.	22 „	Rest 74	8) 2,832
7te „ „	20 „		9) 3,186
8te „ „	19 „		10) 3,540
9te „ „	23 „		
10te „ „	16 „		
Summe	319 Mann.		

* Bei dem Wachtdienste für die Einerzahl (9) der präsenten Mannschaft sind nur 2 Decimalen aus der Tafel der Vielfachen herausgeschrieben, da bei der Zehnerziffer (2) durch die Versetzung des Komma auch nur 2 Decimalen (7,08) blieben. Wenn hiebei die weggeworfene dritte Decimale ein Fünfer oder größer als 5 ist, so wird die zweite Decimale um 1 größer angeschrieben. Man setzte daher oben bei der 1ten Schütz. 3,19 anstatt 3,186 (§. 147).

Digitized by Google

Zu c) 1te Sch.=C.	1. Füs.=Cp. auf	2. Füs.=Cp. auf	3. Füs.=Cp. auf
auf 20 M. 7,08	30 M. 10,62	20 M. 7,08	30 M. 10,62
auf 9 M. 3,19	3 M. 1,06	4 M. 1,42	9 M. 3,19
a. 29 M. 10,27	33 M. 11,68	24 M. 8,50	39 M. 13,81

4. Füs.=Cp. auf	5. Füs.=Comp.	2. Schütz.=C. auf	6. Füs.=Cp. auf
20 M. 7,08	Wie die	20 M. 7,08	20 M. 7,08
7 M. 2,48	3te Füs.=Comp.	8 M. 2,83	2 M. 0,71
27 M. 9,56	a. 39 M. 13,81	28 M. 9,91	22 M. 7,79

7. Füs. C. a. 20 M.	8. Füs. C. auf 19	9. Füs. C. auf 23	10. Füs C. auf 16
7,08	10) 3,54	20) 7,08	10) 3,54
	9) 3,19	3) 1,06	6) 2,12
	6,73	8,14	5,66

Diese Antheile sind sodann in eine Tabelle (siehe Seite 275 1ter September) eingetragen, hiebei aber die zweite Decimale weggeworfen, und hiefür die erste um 1 größer angeschrieben, wenn die weggeworfene Decimale 5 oder größer als 5 ist. Demnach ist der 1ten Schützen=Comp. 10,3 anstatt 10,27 eingetragen, der 1ten Füs. 11,7 anstatt 11,68, der 2ten Füs. 8,5 statt 8,50, der 3ten Füs. 13,8 statt 13,81 u. s. f. Zur Probe sind sodann alle Wachtantheile des 1ten Septembers addirt, und da ihre Summe den ganzen Wachtdienst von 113 M. gibt, so ist die Vertheilung richtig gerechnet.

d) Bei diesem Zusammenzählen erkennt man zugleich, daß 7 Mann in den Brüchen stecken. Man läßt daher jene 7 Compagnien in deren Antheilen die 7 größten Decimalbrüche sind, um so viele Zehntel mehr geben, daß diese Mehrgabe ihre Zehntelziffer (erste Decimale) zu 1 ergänzt. Diese Compagnien sind in der Tabelle Seite 275 1ten September durch einen Punkt bezeichnet, nämlich die 2. Schütz., die 3te, 5te, 6te, 8te, 10te und die 1te Füs.=Compagnie.

Die 2te Schütz. gibt näml. 9,9+0,1 d. i. 10 M. u. hat dah. 0,1 gut;
„ 3te u. 5te geben jede 13,8+0,2 d. i. 14 M. „ haben „ 0,2 „ ;
„ 6te gibt 7,8+0,2 d. i. 8 Mann, u. hat daher 0,2 gut; u.
„ 8te, die 10te und die 1te Füs. geben jede 0,3 mehr.

Diesen 7 Compagnien ist ihre Mehrgabe auf den folgenden Tag (siehe den 2ten September Seite 275) zu gut geschrieben, den 5 andern Compagnien aber ihre Zehntelziffer als Schuld eingetragen.

Digitized by Google

Zur Probe sind dann noch addirt 1) die in ganzen Zahlen eingetragenen Wachtantheile des 1ten Septembers; ihre Summe ist 113, also richtig; 2) das auf den 2ten September übergetragene Guthaben so wie die Schuld. Die Summe beider sind einerlei, nämlich 1,6; es ist daher auch Guthaben und Schuld richtig bestimmt, und somit die Repartition für den 1ten September geschlossen.

Anmerkung 1. Da bei dieser Vertheilung die Wachtantheile der einzelnen Compagnien auf genaue Zehntel berechnet sind, so gibt keine derselben täglich um $\frac{1}{2}$ Zehntel Mann d. i. $\frac{1}{20}$ Mann zu viel oder zu wenig (§. 147). Der größte Fehler, der hiedurch auf den einzelnen Mann treffen kann, ist, selbst bei einem Präsentstande von nur 10 Mann per Compagnie, $\frac{1}{200}$ Mann; in 200 Tagen könnte daher einmal bei einer Compagnie Jeden Mann eine Wacht zu viel, und bei einer andern Jeden eine Wacht zu wenig treffen. Dieser Vertheilungsfehler wird jedoch meistens von selbst dadurch weit geringer, daß eine Compagnie bald etwas zu viel, ein andermal etwas zu wenig treffen kann.

Wenn die Genauigkeit auf $\frac{1}{200}$ Mann zu gering erschiene, so dürfte man nur durchgängig mit einer Decimale mehr rechnen; nämlich den Wachtantheil jedes einzelnen Mannes ($\frac{11}{31}$) auf 4 Decimalen (0,3542) und den jeder Compagnie auf 2 genaue Decimal. suchen. Der größtmögliche Fehler wäre dann für den einzelnen Mann nur noch $\frac{1}{2000}$; in 2000 Tagen, d. i. in beinahe 6 präsenten Jahren, könnte daher den Mann einmal eine Wacht zu viel oder zu wenig treffen. Wollte man hingegen den Wachtdienst der einzelnen Compagnien nur auf ganze Mann genau finden, so wäre der Decimalbruch (0,3542), welcher den Dienstantheil des einzelnen Mannes (am 1ten September) angibt, nur auf 2 Decimalen (0,35) zu berechnen; die eine derselben verschwindet dann durch die Multiplication mit der Zehnerziffer der Präsentzahlen der Compagnien, und die andere Decimale ist zur Genaustellung der Einerziffer nöthig. In diesem Falle könnte den Mann nach 20 Tagen eine Wacht zu viel oder zu wenig treffen.

Im Allgemeinen ist aus der vorstehenden Anmerkung erkennbar, daß der Wachtantheil ($\frac{11}{31}$) immer auf zwei Decimalen mehr gesucht werden müsse, als man deren in den Wachtantheilen der einzelnen Compagnien behalten will, und daß man sodann die Repartition mit jeder verlangten Genauigkeit rechnen kann.

Zweiter Tag. (2ter September.)

Das Wachtquantum betrage nur 109 Mann, und die zum Wachtdienste präsente Mannschaft der Comp. habe sich, durch Abgabe eines Commandos, zu dem unter a) folgenden Stande vermindert.

Digitized by Google

Rechnung (völlig so wie am ersten Tage).

a) Präsentstand.		b) Wachtantheil jedes einzelnen Mannes.	c. Tafel des 1 bis 10fachen dieses Antheils.
1te Schütz.Cp.	25 M.	$\frac{109}{226} = 0{,}482$	1) 0,482
1te Füsil. Cp.	12 „	1090	2) 0,964
2te „ „	14 „	904	3) 1,446
3te „ „	13 „	1860	4) 1,928
4te „ „	17 „	1808	5) 2,410
5te „ „	18 „	520	6) 2,892
2te Schütz. Cp.	28 „	452	7) 3,374
6te Füsil. Cp.	21 „	Rest 68	8) 3,856
7te „ „	20 „		9) 4,338
8te „ „	19 „		10) 4,820
9te „ „	23 „		
10te „ „	16 „		
Summe	226 „		

1te Schütz. C. auf		1te Füsil. C. auf		2te Füsil. C. auf		3te Füsil. C. auf	
20)	9,64	10)	4,82	10)	4,82	10)	4,82
5)	2,41	2)	0,96	4)	1,93	3)	1,45
25)	12,05	12)	5,78	14)	6,75	13)	6,27

4te Füsil. C. auf		5te Füsil. C. auf		2te Schütz. C. auf		6te Füsil. C. auf	
10)	4,82	10)	4,82	20)	9,64	20)	9,64
7)	3,37	8)	3,86	8)	3,86	1)	0,48
17)	8,19	18)	8,68	28)	13,50	21)	10,12

7te Füsil. C. auf		8te Füsil. C. auf		9te Füsil. C. auf		10te Füsil. C. auf	
20)	9,64	10)	4,82	20)	9,64	10)	4,82
		9)	4,34	3)	1,45	6)	2,89
		19)	9,16	23)	11,09	16)	7,71

Diese gefundenen Antheile des 2ten Septembers sind nun in die Tabelle (Seite 275) unter der Rubrik „treffen demnach die Compagnie“ eingetragen, und dann zur Probe addirt. Die Summe ist 109,1 also um 0,1 zu groß, ohne daß im Rechnen gefehlt wäre. Dieß erklärt sich wie folgt: der Antheil jeder Compagnie ist nur auf $\frac{1}{2}$ Zehntel Mann genau gesucht; bei 12 Compagnien kann daher dieses $12 \times \frac{1}{2}$ Zehntel d. i. 6 Zehntel ausmachen. So lange sich also in der Summe nicht 0,6 zu viel oder zu wenig zeigen, kann der Fehler darin liegen, daß man nur mit einer Decimalstelle (Zehntel) rechnete. In einem solchen Falle läßt man eine Compagnie, z. B. die 1te Schützen-Cp. (dann die

Digitized by Google

andern der Reihe nach) so viele Zehntel weniger geben, als sich in der Summe (109,1) zu viel zeigen; hingegen läßt man ein andersmal die nämliche Compagnie um so viele Zehntel mehr geben, als in der Summe zu wenig herauskommen, damit sich der Fehler wieder ausgleicht.

Die 1te Schützen-Comp. gibt daher am 2ten Septemb. mit 12,0 und nach Einrechnung ihrer Schuld vom Gestrigen 12,3 (hingegen gibt sie am 3ten Sept., wo in der Summe 0,2 fehlen, diese mehr). Hierauf ist auch bei den andern Compagnien das Guthaben von gestern abgezogen, und die Schuld hinzugezählt. Hiedurch erhält man am 2ten September die Rubrik „trifft nach Einrechnung von Gut und Schuld", deren Summe als Probe 109 Mann geben muß. Bei dieser Probe erkennt man zugleich, daß 6 Mann in den Brüchen stecken, und bestimmt die 6te, 8te, 4te, 7te, 1te und 5te Füsil.-Comp. zur Mehrgabe eines Mannes, wie dieses in der folgenden Rubrik „gibt daher heute" eingetragen ist. Die Addition gibt wieder 109 Mann. Gut und Schuld wird endlich noch in der Zusammenstellung für den folgenden Tag (3ten September) eingesetzt und zur Probe addirt.

Das folgende Beispiel wird nun ohne Erklärung deutlich seyn.

Dritter Tag. (3ter September.)

Das Wachtquantum sey auf 121 Mann erhöht worden, und der Präsentstand der Comp. habe, durch Einberufungen von Urlaub, die hier unter a) angeg. Stärke erhalten.

a) Präsentstand.			b) Antheil von 1 Mann.	c) Tafel des 1 bis 10fachen.
1te Schütz.-Comp.		96	$\frac{1}{9}\frac{2}{8}\frac{1}{2} = 0{,}123$	
1te Füsilier	„	78	1210	1) 0,123
2te „	„	86	982	2) 0,246
3te „	„	74	2280	3) 0,369
4te „	„	62	1964	4) 0,492
5te „	„	88	3160	5) 0,615
2te Schütz.	„	104	2946	6) 0,738
6te Füsilier	„	79		7) 0,861
7te „	„	69	Rest 214	8) 0,984
8te „	„	90	Kürzer dividirt	9) 1,107
9te „	„	81	man nach §. 150.	10) 1,230
10te „	„	75		
	Summe	982		

NB. Die Fortsetzung der Rechnung für den dritten Tag siehe Seite 276.

Datum	Compagnie	Hat präsent	Der Präsentst. des Regim. ist.	Heutiges Wachtquant.	Treffen demnach die Compagnie.	Von Gestern Gut	Von Gestern Schuld	Treffen nach Abzug von Gut oder Addition von Schuld	Die Compagn. gibt also	Bemerkungen.
1ter September	1. Sch.	29			10,3	—	—	—	10	
	1. Füs.	33			11,7.	—	—	—	12	
	2. „	24			8,5	—	—	—	8	
	3. „	39			13,8.	—	—	—	14	
	4. „	27			9,6	—	—	—	9	
	5. „	39			13,8.	—	—	—	14	
	2. Sch.	28	319	113	9,9.	—	—	—	10	
	6. Füs.	22			7,8.	—	—	—	8	
	7. „	20			7,1	—	—	—	7	
	8. „	19			6,7.	—	—	—	7	
	9. „	23			8,1	—	—	—	8	
	10. „	16			5,7. 7	—	—	—	6	
Summen		319			113,0	—	—	—	113	
2ter September	1. Sch.	25			12,1*	—	0,3	12,3	12	*gibt 0,1 weniger
	1. Füs.	12			5,8	0,3	—	5,5.	6	
	2. „	14			6,8	—	0,5	7,3	7	
	3. „	13			6,3	0,2	—	6,1	6	
	4. „	17			8,2	—	0,6	8,8	9	
	5. „	18			8,7	0,2	—	8,5	9	
	2 Sch	28	226	109	13,5	0,1	—	13,4	13	
	6. Füs.	21			10,1	0,2	—	9,9.	10	
	7. „	20			9,6	—	0,1	9,7	10	
	8. „	19			9,2	0,3	—	8,9.	9	
	9. „	23			11,1	—	0,1	11,2	11	
	10. „	16			7,7	0,3	—	7,4 6	7	
Summen		226			109,1	1,6	1,6	109,0	109	
3ter September	1 Sch.	96			11,8*	—	,3	12,3	12	*gibt 0,2 mehr
	1. Füs.	78			9,6	,5	—	9,1	9	
	2. „	86			10,6	—	,3	10,9.	11	
	3. „	74			9,1	—	,1	9,2	9	
	4. „	62			7,6	,2	—	7,4	8	
	5. „	88			10,8	,5	—	10,3	10	
	2. Sch.	104	982	121	12,8	—	,4	13,2	13	
	6. Füs.	79			9,7	,1	—	9,6.	10	
	7. „	69			8,5	,3	—	8,2	8	
	8. „	90			11,1	,1	—	11,0	11	
	9. „	81			10,0	—	,2	10,2	10	
	10. „	75			9,2	—	,4	9,6.	10	
Summen		982			120,8*	1,7	1,7	121,0	121	

Digitized by Google

1te Schütz.C. auf		1te Füs.C. auf		2te Füs.C. auf		3te Füs.C. auf	
90)	11,07	70)	8,61	80)	9,84	70)	8,61
6)	0,74	8)	0,98	6)	0,74	4)	0,49
96)	11,81	78)	9,59	86)	10,58	74)	9,10

4te Füs.C. auf		5te Füs.C. auf		2te Schütz.C. auf		6te Füs.C. auf	
60)	7,38	80)	9,84	100)	12,30	70)	8,61
2)	0,25	8)	0,98	4)	0,49	9)	1,11
62)	7,63	88)	10,82	104)	12,79	79)	9,72

7te Füs.C. auf		8te Füs. C. auf		9te Füs.C. auf		10te Füs. C. auf	
60)	7,38	90)	11,07	80)	9,84	70)	8,61
9)	1,11			1)	0,12	5)	0,62
69)	8,49			81)	9,96	75)	9,23

Diese gefundenen Wachtantheile sind wieder in der vorstehenden Tabelle (3ten September) eingetragen, und zur Probe addirt. Die Summe ist 120,8 also um 0,2 zu klein; es gibt daher die 1te Schütz.-Compag. 0,2 mehr (siehe den 2t. Sept). Nachdem nun noch am 3t. Sept. Gut u. Schuld eingerechnet, und dann der Dienst in ganzen Zahlen bestimmt und geprüft ist, wird Gut und Schuld für den folgenden Tag (4ten Septemb.) eingetragen und geprüft. Letztere Fortsetzung der Tabelle ist hier, zur Raumersparung, weggelassen.

§. 165. Wachtrepartition ohne Anwendung der Decimalbrüche.

Will man mit gewöhnlichen, statt mit Decimalbrüchen, rechnen, so wird die Repartition zeitraubender. Man hat dann am 1ten September den Wachtantheil der

1. Sch.-C. zu $\frac{113}{319} \times 29 = 10\frac{87}{319}$
1. Füsil.-C. zu $\frac{113}{319} \times 33 = 11\frac{220}{319}$
2. " " " $\frac{113}{319} \times 24 = 8\frac{160}{319}$
3. " " " $\frac{113}{319} \times 39 = 13\frac{260}{319}$
4. " " " $\frac{113}{319} \times 27 = 9\frac{190}{319}$
5. " " " $\frac{113}{319} \times 39 = 13\frac{260}{319}$
2. Sch.-C. zu $\frac{113}{319} \times 28 = 9\frac{293}{319}$
6. Füsil.-C. zu $\frac{113}{319} \times 22 = 7\frac{253}{319}$
7. " " " $\frac{113}{319} \times 20 = 7\frac{27}{319}$
8. " " " $\frac{113}{319} \times 19 = 6\frac{233}{319}$
9. " " " $\frac{113}{319} \times 23 = 8\frac{47}{319}$
10. " " " $\frac{113}{319} \times 16 = 5\frac{203}{319}$

*) Die einzelnen Multiplicationen und Divisionen sind hier, da sie in bekannter Art geführt werden, weggelassen.

Auch hier geben dann jene Compagnien, in deren Antheilen die größten Brüche sind, am laufenden Tage einen Mann mehr als ihre ganze Zahl ausmacht. Gut u. Schuld werden hierauf als gewöhnliche Brüche auf den folgenden Tag übergetragen, und bei den für diesen Tag repartirten Dienstantheilen eingerechnet. Hiebei werden aber die Brüche nicht auf einerlei Nenner gebracht, sondern man sieht jene des vorigen Tages so an, als hätten sie mit denen des laufenden Tages einerlei Nenner. Der hiedurch entstehende Fehler ist unbedeutend, in so lange keine große Veränderung im Präsentstande der Compagnien vor sich geht; in diesem Falle aber muß man die Vertheilung auf's neue beginnen, indem nämlich Gut und Schuld vom vorigen Tage ganz weggeworfen werden.

Die täglich zu rechnenden 12 Multiplicationen und 12 Divisionen können nach den Abkürzungen IV. §. 43. und III. §. 44. geschehen.

Anmerkung. Es ist leicht erkennbar, daß die Repartition mittelst Decimalbrüchen leichter ist, indem die ganze Rechnung in einer Division und dann nur noch in Additionen besteht, die sich überdieß gegenseitig prüfen. Ferner weiß man bei den Decimalbrüchen immer die Größe der Abkürzungsfehler, und kann diese nach Belieben verringern; dieses ist in gewöhnlichen Brüchen, bei denen man an zwei aufeinander folgenden Tagen die Nenner als gleich betrachtet, und bei größern Veränderungen im Präsentstande Gut und Schuld vom vorigen Tage wegwirft, ohne große Rechnung nicht möglich.

§. 166. Zusammengesetzte Vertheilungs-Rechnung.

In manchen Fällen muß man, außer auf die Größe der Beiträge, auch noch auf die Zeit Rücksicht nehmen, während welcher die Beiträge benützt werden. Die Ausrechnung dieser Art von Aufgaben geschieht nach der zusammengesetzten Vertheilungsregel. Diese heißt: Man bilde das Product jedes Beitrags mit seiner Zeit; dann verhält sich die Summe dieser Producte zur ganzen zu vertheilenden Zahl, wie jedes einzelne Product zum gesuchten zugehörigen Antheile.

Beispiel. 3 Compagnien sollen 10000 Patronen verfertigen. Die 1te Compagnie kann hiezu 12 Mann 7 Tage hindurch, die 2te 8 Mann auf 4 Tage, und die 3te 42 M.

Digitized by Google

2 Tage lang stellen. Die Anfertigung von wie viel Patronen ist demnach jeder dieser Compagnien zuzutheilen?

Rechnung.		Mann	Tage	Producte	Antheile
	1te Comp.	12	7	84	x_1
	2te „	8	4	32	x_{11}
	3te „	42	2	84	x_{111}
				Summe 200 :	10000

abgekürzt mit 200 | 1 : 50 = 84 : x_1 daher x_1 = 4200 Patr.
u. die Prop. angef. | 1 : 50 = 32 : x_{11} und x_{11} = 1600 Patr.

Sobald die Producte gebildet sind, ist der Ansatz und die Ausrechnung wie in den §§. 163 u. 164. Man findet: die 1te u. 3te Compagnie müßen jede 4200, die 2te Comp. aber 1600 Patronen anfertigen.

Der Grund der obigen Regel beruht darauf, daß

12 M. in 7 T. nicht mehr arbeit. können als 12×7 d.i. 84 M.
8 „ „ 4 „ „ „ „ „ „ 8×4 d.i. 32 „ } = 42×2
42 „ „ 2 „ „ „ „ „ „ 42×2 d.i. 84 „

Man kann daher das obige Beispiel, und alle derartigen Aufgaben, so umformen, daß bei allen Theilnehmern nur noch einerlei Zeit vorkömmt (im obigen Beispiele 1 Tag), und kann dann nach der einfachen Repartitions-Regel (§. 161) rechnen.

Uebungsbeispiele.

959) Vier Compagnien sollen eine Schanze von 150 Fuß Länge aufwerfen. Wenn nun die 1te Comp. mit 38 M. Abends 9 Uhr, die zweite mit 52 Mann Abends 10 Uhr, die dritte mit 41 Mann um 11 Uhr und die vierte mit 19 Mann erst Morgens um 1 Uhr zur Arbeit kommen kann, wie muß dann die Länge vertheilt werden, da die Schanze Morgens 4 Uhr vollendet seyn kann und soll?

960) Zwei Fuhrleute übernahmen einen Transport von 73 Zntrn. um 106 fl. 24 kr. Der Eine führte hievon 26 Zntr. 33 Stunden weit, der Andere den Rest von 47 Zntr. 48 Stund. weit. Was gebührt Jedem?

961) Zu einem Unternehmen gaben A 2400 fl. auf 6 Jahre, B 6000 fl. auf ein Jahr, und C 8000 fl. auf ½ Jahr. Das ganze Kapital ging verloren. Was ist der Verlust jedes Einzelnen, wenn dieser im Verhältniß ihrer Einlage und Zeit vertheilt werden soll, und welche gegenseitige Entschädigung können sie verlangen?

Digitized by Google

Vierter Abschnitt.

Verwandlung der Maaß-, Münz- und Gewichts-Einheiten eines Landes in die eines andern.

(Zusammengesetzte Verwandlungs- oder Kettenregel. Siehe die Aufgabe des §. 158. IIIte Art.)

§. 167. Erklärung.

Da sich die Maaß-, Gewichts- und Geldeinheiten der meisten Länder im Werthe von jenen Bayerns unterscheiden, selbst im Falle sie einerlei Namen (Pfund oder Elle oder Gulden ꝛc.) haben, so muß Jeder, der nicht möglicher Weise in Schaden gerathen will, die Münz-, Maaß- und Gewichts-Angaben fremder Länder in heimische, und umgekehrt, zu verwandeln wissen. Hiezu sind im ersten Anhange (§. 189.) die nöthigsten Angaben über die gesetzliche Größe der Haupteintheiten einiger Länder zusammengetragen, und die Verwandlung geschieht mit Hülfe dieser Angaben nach der im §. 168 folgenden Regel.

§. 168. Zusammengesetzte Verwandlungs- oder Kettenregel.

Die Aufgabe des §. 158 IIIte Art zeigt, daß in derlei Verwandlungs-Aufgaben ein Fragefall und mehrere gegebene Fälle vorkommen. Diese werden zeilenweise in folgender Ordnung angeschrieben:

1.) Man fange mit dem Fragefalle an, und schreibe seine gesuchte Zahl (x) links voraus. 2.) Unter diese Zeile schreibe man die gegebenen Fälle so an, daß jeder folgende Fall mit der nämlichen Benennung anfängt, mit welcher der nächst vorhergegangene endete, u. schließe diesen Ansatz, sobald man eine Benennung angeschrieben hat, welche mit der allerersten Benennung (d. i. mit jener der gesuchten Zahl x) einerlei ist. 3.) Hat man in dieser Art den Ansatz geschlossen, so multiplicire man alle links stehenden Zahlen miteinander, dann 4.) eben so alle rechter Hand stehenden, und dividire endlich 5.) das Product rechts durch jenes links. Der herauskommende Quotient ist der Werth der gesuchten Zahl x.

Digitized by Google

Anmerkung 1. Der Ordnung der Sätze wegen, welche durch ihre Benennungen wie die Glieder einer Kette (sogar der letzte mit dem ersten) zusammenhängen, heißt dieser Ansatz der Kettensatz.

Anmerkung 2. Als Probberechnung kann man die gefundene Zahl als bekannt annehmen, hingegen eine der gegebenen Zahlen als gesucht (x) setzen, und nun diese nach der obigen Regel suchen. Wenn nirgends gefehlt ist, muß der schon für x gegebene Werth herauskommen. Man kann aber auch statt dessen die Rechnung zweimal arbeiten.

Ausrechnung des Beispiels §. 158 IIIte Art.

x kr. bayer.	kostet 1 bayer. Pfund ist der Fragefall; da
8352 bay. ℔.	wiegen 10000 preuß. ℔. er mit bayerisch.
3 preuß. ℔.	kosten 1 preuß. Thaler Pfund endet, so
4 preuß. Thlr.	gelten 7 bayer. fl. muß die zweite
1 bayer. fl.	zählt 60 kr. bayer. Zeile auch mit
100224	4200000 = 41 kr. 7 hl. dieser Benennung
	: (100224) anfangen. Man
	400896 schreibt deswegen
	191040 u. s. w. jen. Erfahrungs-

fall in die zweite Zeile, in welchem die Benennung bay. Pfund vorkömmt. Dieser ist „8352 bayer. Pfund wiegen 10000 preuß. Pfund." Diese zweite Zeile endet mit preuß. Pfund; man schreibt daher in die dritte Zeile den gegebenen Fall „3 preuß. Pfund kosten 1 preuß. Thaler," und fährt so fort, bis man auf die Benennung „Kreuzer nach bayer. Gelde" kömmt, mit welcher der Ansatz links oben anfing.

Sodann ist multiplicirt; das Product links gibt $8352 \times 12 = 100224$ u. jenes rechts $10000 \times 60 \times 7 = 4200000$. Letzteres (4200000) durch ersteres (100224) dividirt, gibt $x = 41$ kr. 7 hl., und dieses ist der Preis von 1 bayer. Pfund Pulver, von dem 3 preuß. Pfund 1 preuß. Thaler kosten.

§. 169. Gebrauch der Maaß- ꝛc. Bestimmungen verschiedener Länder (siehe §. 189.) zum Ansatze des Kettensatzes.

Nicht jede Aufgabe enthält wie jene des vorigen §. alle Fälle, die zum Ansatze des Kettensatzes unentbehrlich sind. Kömmt man nun an eine solche Lücke, und hat man keinen Fall gegeben, der mit jener Benennung anfinge, mit welcher die vorhergehende Zeile endete, so findet man diese im §. 189

unter jenem Lande aufgeführt, von dem oder in welches die Verwandlung zu geschehen hat. (Zum leichtern Nachschlagen stehen daher dort die Länder in alphabetischer Ordnung.)

So z. B. hätte die obige Aufgabe heißen können:

Was kostet das bayer. Pfund Pulver nach bayer. Gelde, wenn von diesem Pulver 3 preuß. Pfund mit 1 preuß. Thaler bezahlt werden?

Ausrechnung. Man hätte angesetzt

zuerst den Fragefall . . . . x kr. bayer.	kostet 1 ℔. bay.,
dann (siehe §. 189. Preuß.) 0,8352 bay. ℔.	wiegen 1 pr. ℔.,
hierauf den gegebenen Fall . . . 3 pr. ℔.	kosten 1 pr. Thlr.,
dann wieder aus §. 189 Preuß. 4 pr. Thlr.	gelten 7 fl. bay.,
und endlich nach §. 48 . . . . 1 fl. bayer.	zählt 60 kr. bay.

Hiedurch ist aber die Kette geschlossen, da die letzte Benennung (kr. bayer.) einerlei mit der ersten ist, u. die Rechnung wird nun wie oben ausgeführt.

Anmerkung. Da 0,8352 bay. Pfund = 1 preuß. Pfund ist, so wird auch, wenn man beide 10000mal vergrößert, noch 8352 bay. Pfund = 10000 preuß. Pfund seyn (§ 136. Grundsl. II.), und wer nicht mit Decimalbrüchen rechnen will, kann jedesmal beim Herausschreiben aus den Maaßbestimmungen des §. 189. die nämliche Veränderung vornehmen.

§. 170. Abkürzungen bei der Ausrechnung des Kettensatzes, nebst deren Anwendung auf Beispiele.

Erste Abkürzung. Wenn eine der Zahlen links mit einer rechts ein gemeinschaftliches Maaß hat (Erkennungszeichen §. 98.), so werden beide damit gehoben, sodann durchstrichen, und neben die durchstrichenen Zahlen die herauskommenden kleinern Zahlen angeschrieben. Zuletzt werden dann wieder die nicht durchstrichenen Zahlen links miteinander multiplicirt, und eben so jene rechts, und das Product rechts wird durch jenes links dividirt.

Beispiel. Jemand kauft in München 12 Visir-Eimer Bier um 66 fl., und läßt sie nach Speyer transportiren. Der Transport bis dahin kostete 62 fl. Wie theuer kömmt demnach von diesem Biere der Liter in Speier zu stehen?

Ausrechnung. Der Ansatz geschieht nach der Regel, indem man die Größe des Liters in den gesetzlichen Maaß-Bestimmungen für die Pfalz (§. 189) nachschlägt. Sodann

x kr.	1 Liter
1 Liter	0,9354 bay. Mß.
8; 64 b. Mß.	1 Visir-Eimer
12 Vis.-Eim.	128 fl.; 16; 2
1 fl.	60 kr.; 5

9,354 kr.
—× 8
2,832 hl.

ist links 12 und rechts 60 mit 12 gehoben. Es bleibt links 1 (was nicht angeschrieben wird, da es nicht multiplicirt) u. rechts 5. Ferner ist links 64 und rechts 128 mit 8 gehoben, und die erhaltenen Zahlen 8 u. 16 nochmals mit 8, wodurch rechts 2 bleibt.

Da sich nun nichts mehr heben läßt, so multiplicirt man. Das Product rechts ist $0{,}9354 \times 2 \times 5 = 9{,}354$; jenes links ist 1, u. dividirt also nicht, so daß $x = 9{,}354$ kr. ist, welches (n. §. 142) 9 kr. 2,832 hl. d. i. 9 kr. 3 hl. gibt.

Antwort. Der Liter des obigen von München nach Speier transportirten Bieres kostet demnach in Speier 9 kr. 3 hl.

§. 171. Zweite Abkürzung bei der Ausrechnung des Kettensatzes.

Wenn auf der rechten oder linken Seite Brüche stehen, so streicht man ihre Nenner aus, und schreibt diese auf die andere Seite; also rechts hinüber, wenn der Bruch links stand, und so umgekehrt. Die weitere Rechnung ist dann wie im §. 170. Stehen aber gemischte Zahlen im Ansatze, so richtet man diese zuerst ein (§. 104 b.), und bringt dann, in der eben erklärten Art, ihre Nenner weg.

Beispiel. Die bayerische Muskete wiegt $8\frac{1}{2}$ bay. Pfund, die preußische aber $10\frac{3}{4}$ preuß. Pfund; welche von beiden ist schwerer, und was ist der Unterschied nach bayer. Gewichte?

Ausrechnung. Man verwandelt die $10\frac{3}{4}$ preuß. Pfund in bay. Gewicht, indem man den Ansatz n. §. 169 bildet. Dann wird $10\frac{3}{4}$ in $\frac{43}{4}$ eingericht., aber nur der Zähler 43 rechts gelassen, der Nenner 4 hingegen links geschrieben; dann wird links 4 und rechts 0,8352 durch 4 gehoben, und zuletzt noch 0,2088 mit 43 multiplicirt. Man findet:

4; x bay. ℔.	$\frac{3}{4}$ preuß. ℔.; 43
1 preuß. ℔.	0,8352 bay. ℔.; 0,2088

6264
8352
8,9784 bay. Pfund.

Digitized by Google

das Gewicht der preuß. Flinte ist 8,9784 bayer. Pfund,
" " " bay. Muskete " 8,5 " "

Es ist daher die preuß. Flinte um 0,4784 bayer. " d. i. um beinahe $\frac{1}{2}$ bayer. Pfund schwerer als die bayer. Muskete.

2. **Beispiel.** Man finde, was der bayerische oder Species-Thaler im $24\frac{1}{2}$ Guldenfuß werth ist.

Rechnung. Siehe die Angaben in der Anmerkung 2. des §. 188.

x fl. (im $24\frac{1}{2}$ fl.-Fuß)	= 1 bayer. Thaler,
$8\frac{1}{2}$ bayer. Thaler	geben 1 Mark Speciesthal.-Legirung
1 Mark Thalerlegirung	hält $13\frac{1}{3}$ Loth fein Silber,
16 Loth fein Silber	geben $24\frac{1}{2}$ fl. (im $24\frac{1}{2}$ Guldenfuß.)

	x	
5	25	3
	3	40; 8
2	16	49
	2	
	x	$= \frac{49}{20}$ fl. $= 2\frac{9}{20}$ fl. = 2 fl. 27 kr.

Antwort. Der bayerische oder Species-Thaler gilt also 2 fl. 27 kr. nach dem $24\frac{1}{2}$ Guldenfuß, wie dieses auch schon im §. 48 u. §. 188 angegeben ist.

§. 172. Dritte Abkürzung bei der Ausrechnung des Kettensatzes.

Wenn die Verwandlungs-Aufgabe mehrfach benannte Zahlen enthält, so bringe man diese gleich beim Anschreiben des Kettensatzes auf einen einzigen Namen. Man wähle hiezu jenen, den man am schnellsten im Kopfe finden kann, und wodurch zugleich die Kette der Benennungen nicht unterbrochen wird. Brüche werden hiebei wie in der vorigen Abkürzung (§.171) behandelt oder auch mit Vortheil in Decimalbrüche verwandelt, wenn dieses schnell ausführbar ist. Z. B.

Wie viel sind 10 Francs 16 Sous französische Münze nach sächsischem Gelde (14 Thalerfuß)?

Ausrechnung. Zuerst steht der Fragefall. Anstatt 10 Francs 16 Sous schreibt man aber $10\frac{16}{20}$ Francs (§. 189) d. i. $10\frac{8}{10} = 10{,}8$ Francs.

Da diese Zeile mit französisch. Gelde endet, so entnimmt

man aus §. 189 die französische Geldbestimmung: 1 Franc = 28,287 kr. bayer. Weil aber nach sächsischem Gelde gefragt wird, so findet man im §. 189 (unter Sachsen), daß 1fl. 45 kr. bayer. = 1 Thaler sächsisch ist. Anstatt jedoch 1 fl. 45 kr. anzusetzen, schreibt man es als (105) Kreuzer, indem die vorige Zeile mit Kreuzer aufhörte. Ansatz und Rechnung sind demnach:

x Thaler sächsisch	10,8 Francs; 3,6; 0,72
1 Franc	28,287 kr. bayer.; 4,041
7; 35; 105 kr. bay.	1 sächs. Thaler

$$\frac{4{,}041}{3{,}2328} \times 0{,}8 \times 0{,}9$$

2,90952 sächsische Thaler.

Antwort. 10 Francs 16 Sous sind demnach 2,90952 sächs. Thal. oder 2 Th. 27 Silbergrosch. $3\frac{2}{5}$ Pfenn. sehr nahe.

§. 173. Vierte Abkürzung bei der Ausrechnung des Kettensatzes.

Wenn man öfter oder viele Zahlen von Maaß, Gewicht oder Geld eines Landes in die eines bestimmten andern Landes zu verwandeln hat (z. B. bayer. Geld in französisches), so verwandelt man ein für allemal nur die Einheiten (1 fl. dann 1 kr. ꝛc.), bildet von denselben sich Tafeln des 1 bis 10fachen (§. 43. IV.), und rechnet mit diesen alle nöthigen Producte blos durch Addition aus (§. 43. IV.); z. B.:

Man soll die 11tägige Löhnung einer Escadron für den hier unten folgenden Stand zuerst in bayerischem, dann in französischem Gelde ansetzen.

Ausrechnung. Zuerst wird die Löhnung nach Gulden, Kreuzern u. Hellern berechnet (§. 62 u. 63). Hierauf wird 1 fl. in Francs verwandelt (nach §. 168). Man findet (unten folgend bei A) 1 fl. = 2,12112 Fr. auf 5 Decimalen. Da nämlich der Franc 100 Centimen hat, so sind 2 Decimalstellen nöthig, ferner eine zum Genaustellen (§. 147), u. weitere 2 wegen der Multiplication mit 100, welche bei der Gemeinen-Löhnung von 156 fl. 45 kr. vorkömmt. In Allem sind demnach 5 Decimalstellen nöthig.

Sodann ist (unten bei B) eine Tafel des 1 bis 10fachen vom Guldenwerthe = 2,12112 Francs aufgestellt (n. 43. IV.), und dann unter C eine vom Kreuzerwerthe = $\frac{1}{60}$ fl. = $\frac{2,12112}{60}$ Francs = 0,03535 Francs.

Mit diesen beiden Tafeln sind dann unten folgend (bei *) die Löhnungen in französisches Geld verwandelt, wie an der Gemeinen-Löhnung von 156 fl. 45 kr. gezeigt werden soll.

Um nämlich die 100 fl. zu verwandeln, nimmt man aus der Tafel B den Werth von 1 fl. d. i. 2,12112 Francs 100mal, was durch Versetzung des Komma um zwei Stellen geschieht; daher sind . . . . 100 fl. = 212,112 Frcs.

Ferner hat man aus Tafel B bei 5 fl., durch Versetzung des Komma um eine Stelle, den Werth von . . 50 fl. = 106,056 Frcs.

Sodann auch aus der Tafel B bei 6 den Werth von . . . . . 6 fl. = 12,727 Frcs.

Hierauf aus der Tafel C bei 4, durch Versetzung des Komma um eine Stelle, den Werth von . . . . 40 kr. = 1,414 Frcs.

und endlich aus der Tafel C bei 5, den Werth von . . . . . 5 kr. = 0,177 Frcs.

Daher ist die Löhnung der 90 Gemeinen 1ter Capitulation = 156 fl. 45 kr. = 332,486 Frcs.

Nachdem in dieser Art alle Löhnungen (Seite 286. D.) verwandelt sind, und die Summe zu 484 Francs 18 Sous 4 Cent. gefunden ist, verwandelt man noch zur Probe die Summe von 228 fl. 37 kr. in Francs. Man findet 228 fl. 37 kr. = 484 Fr. 18 Sous 2 Cent. (nach §. 168), also um 2 Centim. kleiner als die zuerst gefundene Summe von 484 Fr. 18 S. 4 Cent. Dieser Fehler aber ist zuläßig; denn weil die Summe aus 12 Posten gezogen ist, von denen jeder einzelne um beinahe $\frac{1}{2}$ Ct. (§. 147.), alle zusammen also um beinahe 12 × $\frac{1}{2}$ Cent. d. i. 6 Cent. = 1 Sou. 1 Cent., fehlen können, so rührt dieser Fehler daher, daß es keine kleinere Geldeinheit gibt als der Centime.

Endlich ist in der letzten Rubrik der obigen Löhnungs-Uebersicht noch die 11tägige Gebühr jedes einzelnen Mannes eingetragen; diese ist durch Division n. §. 94 od. §. 140 b. gefunden. So erhält man z. B. die 11tägige Löhnung je-

des Gemeinen erster Capitulation zu 332,49 Francs : 90 = 3,694 Fr. = 3 Fr. 13 Sous 4 Centimen.

A.

x Francs | 1 fl. bayer.
1 fl. bay. | 60 kr. 20
28,237 kr. | 1 Franc.
9,429

= 2,12112 Fr.

9,429 | 20,.....
:(9,429)
18 858
1 1420
9429
19910
18858
1052
u. s. w.

Gulden.	B. Beträgt Francs.	Kreuzer.	C. Beträgt Francs.
1	= 2,12112	1	0,03533
2	4,24224	2	0,07070
3	6,36336	3	0,10605
4	8,48448	4	0,14140
5	10,60560	5	0,17675
6	12,72672	6	0,21210
7	14,84784	7	0,24745
8	16,96896	8	0,28280
9	19,09008	9	0,31815
10	21,21120	10	0,35350

D.

1ter Wachtmstr.	2 zweite Wacht.	7 Corporäle.	2 Vice-Corp.
10,606	14,848	42,422	8,484
1,768	0,707	2,121	1,768
0,071	15,56 Frcs.	1,414	0,247
12,45 Frcs.		0,318	10,50 Frcs.
		46,28 Frcs.	

1 Tromp. 1. Cl.	1 Tromp. 2. Cl.	1 Schmid.	1 Sattler.
6,363	4,242	6,363	8,484
1,414	1,414	0,247	0,707
7,78 Frcs.	0,177	6,61 Frcs.	0,318
	5,83 Frcs.		0,018
			9,53 Frcs.

8 Gefreite.	1 Gem. III. Cap.	1 Gem. II. Cap.	90 Gem. I. Cap.
21,211	4,242	2,121	212,112
6,363	0,035	1,768	106,056
1,768	4,28 Frcs.	0,177	12,727
0,212		0,018	1,414
29,55 Frcs.		4,08 Frcs.	0,177
			332,49 Frcs.

Digitized by Google

Präsent-Stand.	Chargen.		Tägl. Löhnung per Mann. kr.	Löhnung für 11 Tage nach fl.	kr.	hl.	Löhnung für 11 Tage nach Franc	Sou.	Cent.	11 tägige Gebühr jedes M. Franc	Sou.	Cent.
—	Offiziers		.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
1	Erster Wachtmeist.		32	5	52	.	12	9	.	12	9	—
2	Zweiter „		20	7	20	.	15	11	1	7	15	3
7	Corporäle		17	21	49	.	46	5	3	6	12	1
2	Vice-Corporäle		13½	4	57	.	10	10	.	5	5	—
1	Tromp. erster	Staff	20	3	40	.	7	15	3	7	15	3
1	„ zweiter	Staff	15	2	45	.	5	16	3	5	16	3
1	Schmid		17	3	7	.	6	12	1	6	12	1
1	Sattler		24½	4	29	4	9	10	3	9	10	3
8	Gefreite		9½	13	56	.	29	11	.	3	13	4
1	Gemeiner III	Capitul.	11	2	1	.	4	5	3	4	5	3
1	„ II	Capitul.	10½	1	55	4	4	1	3	4	1	3
90	„ I	Capitul.	9½	156	45	.	332	9	4	3	13	4
116	Summe		. . .	228	37	.	484	18	4	.	.	.

Anmerkung 1. Die Verwandlung von ausländischem Gelde, Maaß ꝛc. in bayerisches geschieht sehr einfach nach §. 189, da in diesem §. der Werth ausländischer Geld-, Maaß-, u. Münz-Einheiten unmittelbar nach bayer. Einheiten angegeben ist. Man entnimmt nämlich aus §. 189 den Werth einer Einheit, und legt sich von demselben eine Tafel des 1 bis 10fachen an (n. §. 43. IV.) z. B.

Preußisches Geld.	Beträgt nach bay. Gelde. fl.	kr.	hl.	Russisches Geld.	Beträgt nach bay. Geld. fl.	kr.	hl.	Rheinisches Längen-Maaß.	Beträgt nach bay. Läng. Mß. Fuß.
1 Thaler	1	45	—	1 Silb. Rub.	1	53	0,6	1 Fuß	1,07536
2 Thaler	3	30	—	2 Silb. Rub.	3	46	1,2	2 Fuß	2,15072
u. s. fort bis				3 Silb. Rub.	5	39	1,8	3 Fuß	3,22608
zu 10 Thal.	17	30	—	4 Silb. Rub.	7	32	2,4	4 Fuß	4,30144
				u. s. f.				5 Fuß	5,37680
								u. s. f.	
1 Silbergr.	—	3	4						
2 Silbergr.	—	7	—	1 Kopecke	—	1	1,05	1 Odz.-Zoll	0,08961
u. s. f.				2 Kopecke	—	2	2,09	2 Odz.-Zoll	0,17923
1 Pfennig	—	—	2⅓	3 Kopecke	—	3	3,14	3 Odz.-Zoll	0,26884
2 Pfennig	—	—	4⅔	u. s. f.				u. s. f.	
u. s. f.									

Digitized by Google

Anmerkung 2. Die vorstehenden Aufgaben des 4ten Abschnitts könnten auch, anstatt nach der Kettenregel, durch einfache Proport. ausgerechnet werden. Die Rechnung wäre jedoch mühsamer.

§. 174. Uebungsbeispiele.

962) Für die bayerische Muskete, den Karabiner und die Pistole sind Kugeln vorgeschrieben, von denen 18 auf ein Pfund des ehemaligen Nürnberger-Gewichtes gehen. Wie viele von diesen Kugeln gehen auf 1 bayer. ℔. (S. §. 188.)

963) Was ist der Werth von 1 Franc nach bayer. Gelde, da der Franc $4\frac{1}{2}$ franz. Grammen reines Silber enthält, die bayer. Münz-Mark aber 233,855 franz. Grammen wiegt, und aus dieser Mark reinen Silbers $24\frac{1}{2}$ bayer. Gulden geprägt werden?

964) Im Frühjahre 1840 betrug in Frankreich der Mittelpreis des Hectoliters Weizen 22 Franken 62 Centimen. Was würde demgemäß das bayer. Schäffel nach bayer. Gelde kosten? (Die nöthigen Angaben siehe im 1ten Anhang.)

965) Man gebe folgende nach rheinischen Duodezimal-Zollen gemessenen Maaße der bayer. Muskete und des Karabiners in bayer. Duodecimal-Zollen bis auf 3 genaue Decimalstellen an. Nämlich:

	Muskete.	Karabiner.
a) Durchmesser der Kugel	0,634	0,634
b) Durchmesser der Bohrung . . .	0,68	0,68
c) Ganze Länge des Laufes . . .	42,—	22,08
d) Aeußere Dicke beim Stoßboden .	1,24	1,13.
e) des Laufes bei der Mündung	0,83	0,8.

Wobei nur als bekannt anzunehmen ist, daß der bayer. Fuß = 129,38 Pariser-Linien, der rheinische Fuß aber = 139,13 Pariser-Linien ist.

966) Man finde, ob und mit welchem Spielraume die folgenden Musketen-Kugeln aus der bayer. Muskete geschossen werden können, da der Durchmesser

a) der franz. Musk.-Kugel = ist 7‴ 1^{IV} zwölftl. Par. Mß.
b) „ österr. „ „ = ist 0,618 Wiener 12th. Zoll;
c) „ preuß. „ „ = ist 0,640 rhein. 12theil. Zoll;
d) „ bayer. „ „ = ist 0,634 rhein. Ddz.-Zolle.

967) In der russischen Armee erhält jährlich der Gemeine 12 Silber-Rubel, der Unteroffizier 24 Silber-Rubel. Was beträgt dieses täglich nach bayer. Gelde?

Digitized by Google

968) 13 Schäffel 5 Simri würtemberg. Getreidemaaß, wie viel beträgt es nach badischem Getreidemaaß? (§.189. enthält die nöthigen Angaben.)

969) Wie viel wiegt die Kugel des bayer. Karabiners nach bayer. Gewichte (Loth, Quint und Zehntel Quint), da 18 dieser Kugeln auf das ehemalige Nürnberger-Pfund gehen? (Der § 188 enthält die gesetzlichen Angaben.)

970) In Berlin wurde der Zentner Leder für 29 preußische Thaler angekauft. Was wird von diesem Leder der bayer. Zentner im bayer. Gelde kosten, wenn die Fracht des preuß. Zentners 1 preuß. Thaler betrug?

971) Man finde aus dem Goldgehalte des bayer. Mark'or und der Karoline (§. 188 Anmerk.) den Werth derselben nach dem $24\frac{1}{2}$ Guldenfuß, wenn man den Dukaten zu 5 fl. 30 kr. rechnet.

972) Wie viele bayer. Ellen hält der franz. Mètre, da die bayerische Elle 2′ $10\frac{1}{4}$″ Ddz. Mß. bayer. hält, der franz. Mètre = 443,296 Pariser-Linien ist, und der bayer. Fuß eine Länge von 129,38 Pariser-Linien hat?

§. 175. Beweis der Kettenregel.

1) Man kann im Ansatze des §. 168. (Siehe das Beispiel dieses §.) zwischen die beiden benannten Zahlen jeder Zeile das Gleichheitszeichen setzen, denn es ist:

a) x kr. bayer. im Werthe = 1 bayer. ℬ. Pulver, indem die Waare mit ihrem Preise einerlei Werth haben muß;

b) 0,8352 bay. ℬ. Pul. = 1 preuß. ℬ Pulver, nach den in diesen Staaten gesetzlichen Gewichtsbestimmungen;

c) 3 preußische ℬ Pul. = 1 preuß. Thaler im Werthe;

d) 4 preußische Thaler = 7 bayer. fl. im Silbergehalt; und

e) 1 bayerisch. Gulden = 60 Kreuzer bayer.

Da nun jede benannte Zahl, (w. z. B. 7 fl.), ein Product der benannten Einheit (1 fl.) mit der unbenannten Zahl (7) ist, so kann man die 10 Zahlen des obigen Ansatzes wie folgt zerlegen:

a) 1 bayerischer Kreuzer × x = 1 × 1 bayer. ℬ Pulv.;

b) 1 bay. ℬ Pulver × 0,8352 = 1 × 1 preuß. ℬ Pulv.

c) 1 preuß. ℬ Pulv. × 3 = 1 × 1 preuß. Thaler;

d) 1 preuß. Thaler × 4 = 7 × 1 bayer. fl.;
e) 1 bayer. Gulden × 1 = 60× 1 bayer. Kreuzer.

Da ferner jede der links vom Gleichheitszeichen ſtehenden Größen der rechts neben ihr ſtehenden gleich iſt, ſo iſt auch das Product aller Größen links dem Producte aller Größen rechts gleich, indem Gleiches mit Gleichem multiplicirt, offenbar wieder Gleiches gibt (Grundſatz). Man hat daher

$$\left\{\begin{array}{rrr} 1 & \text{bayr. Kreuzer} & \times\ x \\ \times\ 1 & \text{bay. Pfd. Pulv.} & \times\ 0{,}8352 \\ \times\ 1 & \text{preuß. Pfd. Pul.} & \times\ 3 \\ \times\ 1 & \text{preuß. Thaler} & \times\ 4 \\ \times\ 1 & \text{bayr. Gulden} & \times\ 1 \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{rrr} 1 & \times 1 & \text{bay. Pfd. Pul.;} \\ \times 1 & \times 1 & \text{pr. Pfd. Pul.;} \\ \times 1 & \times 1 & \text{pr. Thaler;} \\ \times 7 & \times 1 & \text{bay. fl.;} \\ \times 60 & \times 1 & \text{bay. kr.} \end{array}\right\}$$

Ferner geben gleiche Zahlen durch Gleiches dividirt wieder gleiche Zahlen (was ebenfalls ein Grundſatz iſt). Da nun jede Maaßeinheit, die im links ſtehenden Producte als Factor erſcheint, auch einen Factor des Productes rechts ausmacht, indem im Kettenſatze jede Zeile mit der Benennung links anfängt, mit der rechts die vorhergehende Zeile endete, und auch die letzte Zeile mit derſelben Benennung rechts enden mußte, mit der die oberſte Zeile links anfing; ſo kann man in den obigen Producten links und rechts dividiren:

a) mit 1 bayer. kr. links in der 1ten u. rechts i. d. letzten Zeile,
b) mit 1 bayer. Pfd Pulver in der 2ten und 1ten Zeile,
c) mit 1 preuß. Pfd Pulver in der 3ten und 2ten Zeile,
d) mit 1 preuß. Thaler in der 4ten und 3ten Zeile,
e) mit 1 bayer. Gulden in der 5ten und 4ten Zeile, und es bleiben den beiden Producten nur noch die unbenannten Zahlen

$$\left\{\begin{array}{r} x \\ \times\ 0{,}8352 \\ \times\ 3 \\ \times\ 4 \\ \times\ 1 \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{r} 1 \\ \times\ 1 \\ \times\ 1 \\ \times\ 7 \\ \times\ 60 \end{array}\right\}$$

Multiplicirt man wirklich, ſo iſt

$x \times 10{,}0224 = 420.$

Dividirt man dieſe zwei gleichen Producte mit 10,0224, alſo mit Gleichem, ſo erhält man wieder zwei gleiche Zahlen, nämlich

$x = \frac{420}{10{,}0224}$, wodurch alſo die Kettenregel vollſtändig bewieſen iſt.

Digitized by Google

§. 176. Gründe der Abkürzungen der Kettenregel.

Ersetzt man die hier zunächst oben stehenden Klammern und Gleichheitszeichen durch einen aufrechten Strich, so hat man den zu Abkürzungen bequemern, hier nebenan stehenden Ansatz, der seiner Form wegen Säulenansatz genannt wird.

x	1
0,8352	1
3	1
4	7
1	60

Da man nun bei jedem solchen Ansatze weiß, daß das Product aller Zahlen links des Striches gleich dem Producte aller Zahlen rechter Hand ist, so kann man:

I. auf beiden Seiten mit gemeinschaftlichem Maaße heben, denn Gleiches durch Gleiches dividirt, läßt Gleiches;

II. ferner kann man in diesem Ansatze die Nenner der Brüche auf der einen Seite des Striches auslassen, und dieselben auf die andere Seite schreiben; denn läßt man z. B. bei einem rechtsstehenden Bruche $\frac{4}{5}$ den Nenner 4 aus, so wird der Bruch 4mal größer (§. 106. IV.) und somit auch das Product rechts. Schreibt man nun den Nenner 4 als Factor auf die linke Seite, so wird auch das linksstehende Product 4mal größer, und es bleiben daher die beiden Producte noch gleich;

III. die dritte Abkürzung aber gründet sich auf die IIte und bedarf keines Beweises, und

IV. die Gründe der IV. Vereinfachung endlich sind in der Ausarbeitung vollständig nachgewiesen.

Fünfter Abschnitt.

Zusammengesetzte Proportions-Aufgaben.

(Zusammengesetzte Regeldetri.)

(Siehe §. 158. IVte Art. und Beispiel hiezu.)

§. 177. Regel. Anwendung auf ein Beispiel.

Mann. Tag. Stund. Patr.

1.) Man schreibe den gegeb. Fall 25 in 16 zu 6 37000,
u. (w. i. §. 159) darunter den Fragefall 32 in x zu 7 100000;

Digitized by Google

2) schreibe dann (auch wie §. 159) das Verhältniß der gesuchten Zahl an;

3) beurtheile hierauf die Verhälmisse von je zwei untereinander stehenden Zahlen (wie im §. 159), ob sie dem Verhältnisse der gesuchten Zahl (16 Tag : x Tag) gerade od. verkehrt proportionirt sind, u. schreibe sie demgemäß links (von 16 : x) gerade oder umgekehrt an (wie im §. 159).

2.) 16 Tag : x Tag.

3.) Man sagt bei den zw
ersten Zahlen: die zweifach
Mannschaft (2 × 25 Mann
würde nur die halbe Zeit brau
chen. Es ist daher das Verhä
25 M. : 32 M. dem Verh
16 Tag : x Tag verkehrt pro
portionirt. Man kehrt daher
das erste Verhältniß um, n
untere Zahl (32 M.) voran
schreibend. Eben so urthei
man bei den folgenden Zahle
6 Stund und 7 Stund u.
f. Man erhält den Ansatz:

Verk. Verhältn.	32 M. : 25 M.	= 16 : x
Verk. Verhältn.	7 St. : 6 St.	
Ger. Verhältn.	37000 Pt. : 100000 Ptr.	

4.) Ziehe ferner längs der Verhältnißzeichen der übereinander stehenden Verhältnisse einen aufrechten Strich, schreibe links davon das IVte Glied (x) und rechts daneben das IIIte Glied (16) der Proportion.

4.) Der Ansatz wird dadurch zu

x	16
32	: 25 = 16 : x
7	: 6
37000	: 100000

5.) Diesen Ansatz (Säulenansatz genannt) rechne man nun gerade so aus wie in den §§. 170 bis 173. Wie dort hebe man, wo es geht, schaffe Brüche weg wie im §. 171, und multiplicire dann was an jeder Seite undurchstrichen blieb. Zuletzt dividire man auch mit dem Producte links jenes rechts. Der Quotient ist die gesuchte Zahl (x);

5.)

x	16
32	: 25
7	: 6
37000	: 100000
259	7500 = $28\frac{248}{259}$ Tag
	: (259)
	518
	2320
	2072
	Rest 248

Digitized by Google

nd der Name derselben wird derzeit aus dem ersten Anze erkannt.

Zuerst wurde links 32 und rechts 16 mit 16 gehoben, wobei links 2 und rechts 1 bleibt (die Einser werden nicht angeschrieben, da sie nicht vermehren). Dann ist links 2 und rechts 6 mit 2 gehoben, wodurch rechts noch 3 bleibt. Ferner sind bei 37 000 und bei 100 000 die 3 letzten Nullen durchstrichen, also beide Zahlen mit 1000 gehoben (§. 136. III.). Da sich nun nichts mehr heben läßt, so multiplicirt man. Die Factoren links geben $7 \times 37 = 259$; jene rechts aber $25 \times 3 \times 100 = 7500$; und der Quotient ist $7500 : 259 = 28\frac{248}{259}$ Tag d. i. beinahe 29 Tag.

Antwort. Die 32 Mann werden $28\frac{248}{259}$ Tage, bei täglich 7 Arbeitsstunden, zur Anfertigung der 100 000 Patronen brauchen.

Anmerkung. Da jeder dieser Tage 7 Stunden zählt, so kann man auch den Bruch $\frac{248}{259}$ Tag in Stund. verwandeln. Man erhält $\frac{248 \cdot 7}{259}$ Std. $= 6\frac{7}{7}$ St., daher die Antwort: 28 Tag $6\frac{7}{7}$ Std.

Zweites Beispiel. Wie viel Stücke Zeug, jedes zu $19\frac{1}{2}$ Ellen Länge und $1\frac{10}{13}$ Ellen Breite, wird man zu 80 Zelten brauchen, wenn zu 5 derselben 6 Stücke von $30\frac{3}{4}$ Ell. Länge und einer Breite von $2\frac{1}{2}$ Ellen nöthig waren.

	Stücke Zeug.	Ell Länge.	Ell. Breite.	Zelte.
Geg. Fall.	6	$30\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{2}$	5
Fragefall.	x	$19\frac{1}{2}$	$1\frac{10}{13}$	80

	x	6		
1.	$19\frac{1}{2}$ Ell. Länge	:	$30\frac{3}{4}$ Ell. Länge	$= 6$ St. : x St.
2.	$1\frac{10}{13}$ Ell. Breite	:	$2\frac{1}{2}$ Ell. Breite	
3.	5 Zelte	:	80 Zelte	

1) **Beurtheilung** über die Länge der Stücke; wenn jedes Stück anstatt $30\frac{3}{4}$ Ell. nur die halbe Länge hätte, so würde man die doppelte Anzahl Stücke zur Anfertigung der Zelte brauchen; das Verhältniß der Länge ist daher jenem der Stücke (6 : x) verkehrt gleich. 2) Die Breite der Stücke; wenn jedes Stück anstatt $2\frac{1}{2}$ Ellen nur die halbe Breite hätte, so würde man ebenfalls die doppelte Anzahl Stücke brauchen. Das Verhältniß der Breite ist also jenem der Stücke auch verkehrt gleich. 3) Die Anzahl der Zelte; sollten statt 5 Zelten deren zweimal so viel (2×5) verfertigt

Digitized by Google

werden, so würde man auch zweimal so viel Stücke brauchen; das Verhältniß der Zelte-Anzahl ist daher dem der Stücke (6 : x) gerade gleich.

Die Ausrechnung geschieht nun nach §. 171. Zuerst werden die Brüche eingerichtet, und ihre Nenner auf die andere Seite des Striches geschrieben. Dann wird gehoben 1) die 2 und 5 gegen 2 und 5 rechts; 2) die 4 links und 80 rechts; 3) die 39 links und 13 rechts, u. die von 39 bleibenden 3 gegen die 6 rechts.

	x		6	2
3 4	39	:	123	2
2	23	:	5	13
	5	:	80	20
	23		123	

$\times 40$

$4920 = 213\frac{21}{23}$

:(23)

u. s. w.

Antwort. Man braucht also $213\frac{21}{23}$ Stücke Zeug, von denen jedes $19\frac{1}{2}$ Ellen Länge und $1\frac{10}{13}$ Ell. Breite hat, um 80 Zelte anfertigen zu lassen. ($\frac{21}{23}$ Stücke $= \frac{21}{23} \times 19\frac{1}{2}$ Ell. $= 17\frac{37}{46}$ Ellen also beinahe 213 Stück 18 Ellen.)

Drittes Beispiel. Es hat Jemand ein Kapital von 288 fl. bei einer Sparkasse liegen, und erhält hiefür vom 13ten Novbr. 1839 bis 8ten Juli 1840 (d. i. für 7 Monat 25 Tag, §. 79.) 6 fl. 16 kr. Zinsen. Man finde hieraus, zu wie viel Procent diese Kasse verzinset.

	Kapital.	Zeit.	Zins.
Gegeb. Fall.	288 fl.	7 Mon. 25 Tg.	6 fl. 16 kr.
Fragefall.	100 fl.	1 Jahr.	x

	x		$6\frac{4}{15}$	
G. V.	288	:	100	$= 6\frac{4}{15}$ fl. : x;
G. V.	$7\frac{5}{6}$	:	12	

2faches Kapital bringt zweifach. Zins und doppelte Zeit auch doppelten Zins; beide Verhältnisse sind daher dem Verhältnisse $6\frac{4}{15}$: x gerade gleich. Man findet $x = 3\frac{1}{3}$ d. h. 100 fl. bringen in 1 Jahr $3\frac{1}{3}$ fl. Zinsen, und es verzinset also diese Kasse zu $3\frac{1}{3}$ Procent.

Anmerkung 1.) Mehrfach benannte Zahlen werden (wie im §. 172) auf einen einzigen Namen, und zwar die Glieder des nämlichen Verhältnisses auf einerlei Namen gebracht. Man setzte daher 7 Monat 25 Tage $= 7\frac{25}{30}$ M. $= 7\frac{5}{6}$ M. u. 1 Jahr $= 12$ M. dann auch 6 fl. 16 kr. $= 6\frac{16}{60}$ fl. $= 6\frac{4}{15}$ fl.

Anmerkung 2.) Die Probe wird ähnlich der im §. 159. angegebenen gerechnet.

Digitized by Google

Anmerkung 3.) Jede der im sechsten Abschnitte enthaltenen Aufgaben kann zu mehreren andern ähnlichen Beispielen dienen; so könnte man z. B. in der letzten Aufgabe aus den gegebenen Zinsen (6 fl. 16 kr. und $3\frac{1}{3}$ fl.) und der Zeit (7 Mon. 25 Tag u. 1 Jahr) das eine Kapital finden, oder aus dem gegebenen Kapitale und der Zeit den Zins berechnen ꝛc. Jede dieser aus der Hauptaufgabe gebildeten Aufgaben kann als Probe für die vorhergehende dienen.

§. 178. Uebungsbeispiele.

973) Wie viel Zins tragen 320 fl. in 6 Jahren zu 4 Procent (d. i. wenn 100 fl. in 1 Jahr 4 fl. Zinsen tragen)?

974) Wie lange müßen 10000 fl. zu 5 Procent auf Zinsen liegen, um 150 fl. Zinsen einzutragen?

975) Drei Stücke $\frac{7}{8}$ Ellen breite Leinwand, jedes Stück zu $31\frac{1}{2}$ Ellen, gaben 27 Hemden. Wie viel solche Hemden wird man aus 7 Stücken $1\frac{1}{10}$ Ellen breiter Leinwand, von der jedes Stück $29\frac{1}{2}$ Elle mißt, erhalten?

976) Jemand mußte für die Einquartierung von 12 Mann auf 8 Tage 35 fl. 47 kr. bezahlen. Was wurde demnach täglich für jeden einzelnen Mann gerechnet?

977) Als das Schäffel Weizen 12 fl 21 kr. kostete, wog der Dreikreuzerwecken von Weizen 18 Lth. 3 Ont.; was wird der Sechzehnkreuzerlaib wiegen müßen, wenn das Schäffel 16 fl. kostet?

978) In eine Kiste, deren Länge 3′ 4″ Ddz., Breite 2′ 7″ Ddz. und Tiefe 2′ betrug, gingen 8 Ztr. 78 Pfund 13 Lth. Pulver; wie viel Pulver wird in eine Kiste gehen, die $1\frac{1}{2}$ Fuß lang, 9″ Ddz. breit und 6″ Ddz. tief ist?

979) Aus 5 Ztr. 16 Pfund Blei wurden wegen des Feuerabganges nur 9200 Kugeln gegossen, von denen 18 auf 1 Pfund gehen; wie viel Blei wird man demnach brauchen, um 1000 Kugeln zu gießen, von denen 30 ein Pfund wiegen?

980) Eine Festung ist in der Art verproviantirt, daß 3 Monate hindurch einer Besatzung von 8000 Mann täglich $1\frac{3}{4}$ Pfund Brod abgegeben werden können. Nun erhält sie Ordre, mit ihrem Vorrathe 25 Tage länger auszureichen und 1000 Mann fortzuschicken; wie müssen nun die täglichen Portionen abgegeben werden?

981) Bei einem Versuche vollendeten 100 Mann in 2 Tagen, zu täglich 8 Arbeitsstunden, einen Laufgraben von 1090 Fuß Länge, 7 Fuß Breite und 8 Fuß Tiefe; in wie

Digitized by Google

viel Tagen zu $6\frac{1}{2}$ Stunden werden 350 Mann einen solchen Graben von jedoch 2000 Fuß Länge 10 Fuß Breite und 6 Fuß Tiefe zu Stande bringen?

982) In welcher Zeit können auf 8 Mühlgängen 57 Schäffel 5 Metzen Korn gemahlen werden, da auf einem solchen Gange in 14 Stunden 1 Schäffel 4 Metzen gemahlen wurden?

983) Zu einer Mauer, die 10 Fuß hoch und $2\frac{1}{2}$ Fuß dick ist, wurden in einer Länge von 18 Ruthen Ddz. Maaß 5283 Steine verwendet; wie viel Ruthen Länge kann man mit 20700 Steinen aufbauen, wenn die Mauer 14' hoch und $3\frac{1}{2}$ Fuß dick werden soll?

984) Jemand entlehnt vom 4ten Jänner 1840 bis 20ten Oktober des nämlichen Jahres 12 Kronenthaler; wie viel muß er hiefür Zins bezahlen bei jährlicher Verzinsung zu 5 Procent? (Jeden Monat zu 30 Tag gerechnet.)

985) Wie groß ist das Kapital, welches in 15 Tagen zu $3\frac{1}{2}$ Procent 5 fl. 17 kr. Zins trägt? (1 Jahr = 365 Tag.)

986) Wie lange müßen 452 fl. zu $2\frac{1}{2}$ Procent auf Zinsen liegen, um 100 fl. Interessen zu tragen?

987) Es entlehnt Jemand 600 fl. mit der Verbindlichkeit, nach 1 Jahr 9 Monat 700 fl. als Kapital und verfallene Zinsen heimzuzahlen; wie viel Procent bezahlt er?

988) Der Gemeine A war für 540 fl. auf 4 Jahr 11 Monat 20 Tag eingestanden, und ließ sein Einstands-Geld während dieser Dienstzeit liegen, ohne indessen Zinsen hievon zu erheben. Wie viel erhält er am Ende derselben an Kapital sammt Zinsen, bei $4\frac{1}{4}$ procentiger Verzinsung?

Anmerkung. Bevor die Gründe der zusammengesetzten Proportions-Regel (oder zusammengesetzten Regeldetri) erklärt werden können, muß man die Eigenschaften der Proportionen (§. 151 mit §. 156) wiederholen, und sich hiezu noch die folgenden merken:

§. 179. Zusammensetzung mehrerer Proportionen in eine einzige.

Wenn man zwei Proportionen untereinander setzt, z. B.

I) $4 : 12 = 5 : 15$

II) $11 : 22 = 7 : 14$

und dann die übereinander stehenden Glieder multiplicirt, so geben die vier erhaltenen Producte 44, 264, 35,

wieder eine richtige Proportion. Diese ist

III) 44 : 264 = 35 : 210,

und man nennt sie eine zusammengesetzte Proportion.

Die Richtigkeit dieser Eigenschaft erhellt wie folgt:

In der ersten Proportion ist der Anzeiger 3
„ „ zweiten „ ist derselbe 2, und
man kann diese beiden Proportionen auch so schreiben:

I.) $4 : 4 \times 3 = 5 : 5 \times 3$;
II.) $11 : 11 \times 2 = 7 : 7 \times 2$.

Multiplicirt man nun die übereinanderstehenden Glieder, so erhält man IV.) $44 : 44 \times 6 = 35 : 35 \times 6$, welche Proportion offenbar richtig ist, da beide Verhältnisse einerlei Anzeiger, nämlich 6 haben. Da aber die IIIte Proportion 44 : 264 = 35 : 210 einerlei ist mit der IVten Proport. $44 : 44 \times 6 = 35 : 35 \times 6$, so ist die zusammengesetzte IIIte) 44 : 264 = 35 : 210 ebenfalls eine richtige Proportion.

Welche Anzeiger aber auch die zwei oder mehrere zusammenzusetzenden Proportionen haben mögen, so werden die Producte dieser Anzeiger immer einerlei seyn, und es läßt sich daher die Richtigkeit der angegebenen Eigenschaft für 3, 4 und mehr zusammenzusetzende Proportionen in völlig gleicher Art nachweisen.

§. 180. Anwendung der zusammengesetzten Proportion.

Wenn man zwei oder mehrere Proportionen zusammensetzt, von denen das vierte Glied jeder derselben mit dem dritten Glied in der folgenden Proportion einerlei ist, z. B.

I) 9 : 27 = 4 : 12
II) 2 : 1 = 12 : 6
III) 7 : 49 = 6 : 42

Oder

9 : 27 = 4 : a
2 : 1 = a : b
7 : 49 = b : x

so verhält sich das Product der ersten Glieder ($9 \times 2 \times 7$ d. i. 126) zu dem Producte aller zweiten Gldr. ($27 \times 1 \times 49$ d. i. 1323), wie das dritte Glied der ersten Proportion (4) zum vierten Gliede der letzten Proportion (42 oder x). Es ist nämlich:

IV) 126 : 1323 = 4 : 42 oder 126 : 1323 = 4 : x.

Beweis. Setzt man die Proportionen nach vorigem §. 179 zusammen, indem man vorerst die Multiplication nur andeutet, nämlich

$(9 \times 2 \times 7) : (27 \times 1 \times 49) = (4 \times 12 \times 6) : (12 \times 6 \times 42)$

so bemerkt man alsogleich, daß sich das letzte Verhältniß $(4 \times 12 \times 6) : (12 \times 6 \times 42)$ durch 12×6 heben läßt. Hiedurch aber bleibt der Anzeiger dieses Verhältnisses unverändert (§. 116. A. und §. 152.), und folglich die Proportion IV. $(9 \times 2 \times 7) : (27 \times 1 \times 49) = 4 : 42$

d. i. $126 : 1323 = 4 : 42$

richtig (§. 153).

Aufgabe.

Man hat zwei, drei oder mehrere Proportionen, von welchen die sämmtlichen ersten und zweiten Glieder gegeben sind, außerdem aber nur noch das dritte Glied der ersten Proportion; und man soll das letzte Glied der letzten Proportion ausrechnen, wie z. B. im folgenden Exempel

I) $9 : 27 = 4 : a$
II) $2 : 1 = a : b$
III) $7 : 49 = b : x$

} wo nur die unbekannte Zahl x, nicht aber a u. b, zu wissen verlangt wird.

Die Ausrechnung könnte nun aus den einzelnen Proportionen geschehen; indem man aus der Iten die unbekannte $a = \frac{4 \cdot 2 \cdot 7}{9} = 12$ findet, sodann diesen Werth in die IIte setzt, und aus ihr die unbekannte $b = 6$ sucht; diesen endlich in die IIIte setzt, und nun darin $x = 42$ findet.

Kürzer aber verfährt man (namentlich bei großen Zahlen) durch Zusammensetzung dieser Proportionen. Man erhält hiedurch die IVte Proport. $9 \times 2 \times 7 : 27 \times 1 \times 49 = 4 : x$ deren Richtigkeit im §. 179 erwiesen ist.

Nun ist in jeder Proportion das Product der äußern Glieder jenem der innern Glieder gleich, nämlich

$x \times 9 \times 2 \times 7 = 4 \times 27 \times 1 \times 49$ (§. 156. A.)

daher ist auch, wenn man statt des Gleichheitszeichens einen aufrechten Strich zieht und die Factoren untereinander schreibt (wodurch die Producte nicht verändert werden), der hier links unten stehende Ansatz richtig.

x	4
9	27
2	1
7	49

Dieser heißt, seiner Gestalt wegen, Säulenansatz; und in ihm stehen als Factoren auf der linken Seite: das gesuchte 4te Glied (x) der letzten Proportion, und alle ersten Glieder (9, 2, 7) der Proportionen; auf der rechten Seite aber das 3te Glied (4) der ersten Proportion, und alle zweiten Glieder $(27 \times 1 \times 49)$.

x	4 2	In diesem Ansatze nun kann man
9	27 3	heben, was sich heben läßt, und Brüche
2	1	wegbringen, wie im §. 170 mit 172
7	49 7	gezeigt und bewiesen ist. Man erhält
x=	42	x = 42.

§. 181. **Beweis der zusammengesetzten Regeldetri.**

Dieser kann nun mit Hülfe der in den beiden vorigen §§. erklärten Eigenschaften der Proportionen geführt werden, und es soll dieß an dem ersten im §. 177. ausgerechneten Beispiele geschehen.

	Mann.	Tagen.	Stund.	Patron.
Der gegeb. Fall:	25 fertigten in	16 zu	6	37000
„ Fragefall:	32 werden in	x zu	7	100000 fert.

Zur Beweisführung schreibe man nun blos den gegebenen Fall an und darunter einen Fragefall, der vom eigentlichen Fragefalle nur die erste Zahl (32 Mann), im übrigen aber die Zahlen des gegebenen Falles nimmt. Nämlich:

Gegeb. Fall. 25 Mann in 16 Tag. zu 6 Std. 37000 Patr.
1ter Fragef. 32 „ in y „ zu 6 „ 37000 „

wobei jedoch die gesuchte Zahl mit y (oder irgend einem andern Buchstaben t, u, o, ꝛc.) bezeichnet ist, indem sie nicht einerlei seyn kann mit der gesuchten Zahl (x) des eigentlichen Fragefalls, welch letztere angeben soll, in wie viel Tagen die 32 Mann bei täglich 7 Arbeitsstunden 100000 Patronen fertigen.

Unter diesen 1ten Fragefall schreibe man einen 2ten, welcher vom eigentlichen Fragefalle wieder nur die folgende noch nicht angesetzte Zahl (7 Stunden), im übrigen aber die Zahlen des 1ten Fragefalls nimmt, und fahre in dieser Art fort, bis man den eigentlichen Fragefall erhält, dessen gesuchte Zahl allein mit x bezeichnet wird. Man hat

	Mann.	Tagen.	Stund.	Patronen.
a) Gegeb. Fall:	25 fertigten in	16 zu	6	37000;
b) 1ter Fragefall:	32 werden in	y „	6	37000 fertigen;
c) 2ter „ :	32 „	„ z „	7	37000 „ ;
d) 3ter „ :	32 „	„ x „	7	100000 „ .

Betrachtet man nun die ersten zwei Fälle a und b, so erkennt man alsogleich, daß dieselben nur in zwei paar gleichnamigen Zahlen 25 Mann und 32 Mann, dann 16 Tage u.

y Tage unterschieden sind, und daß demnach (nach §. 159) die gesuchte Anzahl Tage (y) des ersten Fragefalls durch eine einfache Proportion gefunden werden könne. Das nämliche bemerkt man auch bei der 2ten und dritten Zeile (d. i. bei b und c), u. s. f. bei je zwei aufeinander folgenden Zeilen, und man erhält hiedurch (nach §. 159) die Proportionen

aus a u. b: I) 32 Mann : 25 M. = 16 Tag : y Tag;
„ b „ c: II) 7 Stund : 6 St. = y Tag : z Tag;
„ c „ d: III) 37000 Ptr. : 100000 Ptr. = z Tag : x Tag.

Beurtheilung zu I. Eine doppelte Anzahl Arbeiter würde nur die halbe Anzahl Tage brauchen, um die nämliche Arbeit (37000 Patronen) bei einerlei Länge der Arbeitstage (6 Stunden) zu vollenden. Das Verhältniß der Arbeiter (25 : 32) ist daher jenem der Arbeitstage (16 : y) verkehrt gleich, und es wird daher die untere Zahl (32 Mann) voraus geschrieben.

Beurtheilung zu II. Bei doppelter Anzahl täglicher Arbeitsstunden (2 × 6) würde eine und dieselbe Arbeiterzahl (von 32 Mann), um die nämliche Arbeit (37000 Patronen) zu verfertigen, nur halb so viel Tage brauchen. Also ist auch das Verhältniß der Arbeitstage (6 : 7) dem der Arbeitsstunden (y : z) verkehrt gleich, und wurde also verkehrt angeschrieben.

Beurtheil. zu III. Zur doppelten Arbeit (2 × 37000 Patr.) würde man mit der nämlichen Mannschaft (32 Mann) und einerlei Länge der Arbeitstage (7 Stunden täglich) auch die doppelte Anzahl Tage brauchen. Es ist also das Verhältniß der Arbeit (37000 : 100000) dem der Arbeitstage (z : x) gerade gleich.

Setzt man diese 3 Proportionen in eine zusammen, so erhält man nach §. 179 die IVte Proportion:

$$\left\{\begin{matrix} 32 \text{ Mann} \\ \times 7 \text{ Stund.} \\ \times 37000 \text{ Patr.} \end{matrix}\right\} : \left\{\begin{matrix} 25 \text{ Mann} \\ \times 6 \text{ Stund.} \\ \times 100000 \text{ Patr.} \end{matrix}\right\} = 16 \text{ Tag} : x \text{ Tag}$$

(in welcher die Factoren der zwei ersten Glieder gleich übereinander geschrieben stehen), und es ist demnach bewiesen, daß man, wie es die Regel (§. 177.) angibt, das Verhältniß von je zwei gleichnamigen Zahlen

des gegebenen Falles 25 M. fertigt. in 16 T. zu 6 St. 37000 P.
und des Fragefalles 32 „ „ „ x „ „ 7 „ 100000 „
einzeln mit dem Verhältnisse (16 Tag : x Tag) der gesuchten Zahl beurtheilen, und demselben (wie bei der einfachen Regeldetri) gerade oder verkehrt gleich setzen dürfe.

Die Richtigkeit des fernern Säulenansatzes aber (§. 177. Nr. 4), in welchen links hinauf die gesuchte Zahl (x) und rechts neben sie das dritte Glied (16 Tage) der Proportion gesetzt wird,

x	16 Tage
32 M.	25 Mann
× 7 St.	6 Stund.
×37000 P.	100000 Pat.

ist in der Aufgabe des §. 180. völlig nachgewiesen, so wie die §§. 171 und 172 die Gründe des Hebens und der fernern Ausrechnung eines solchen Ansatzes enthalten. Man findet $28\frac{48}{259}$ Tag, was man auch, jedoch weitläufiger, aus obigen 3 einfachen Proportionen erhalten kann, nämlich:

aus 1) 32 Mann : 25 Mann = 16 Tag : y Tag
findet man $y = 12\frac{1}{2}$ Tag. Daher ist die 2te Proportion

7 Stund : 6 Stund = $12\frac{1}{2}$ Tag : z Tag, und
aus ihr erhält man $z = 10\frac{5}{7}$ Tag. Dieses für z in die IIIte Proportion gesetzt, gibt

37000 Patr. : 100000 Patr. = $10\frac{5}{7}$ Tag : x Tag,
und hieraus endlich ist $x = 28\frac{48}{259}$ Tag wie im §. 177.

An jedem andern Beispiele von nur 3 oder von 4 oder mehr Sätzen wird die Richtigkeit der Regel in völlig gleicher Art nachgewiesen; und es ist eine besonders anzurathende Uebung, sich diesen Beweis an mehreren Exempeln der §§. 177 u. 178 recht klar und anschaulich zu machen.

Anmerkung. Der obige Ansatz wird auch die Reesische Regel genannt, nach dem Holländer Rees, welcher ihn auf practischem Wege gefunden hat.

Sechster Abschnitt.

Auflösung von Aufgaben durch Schlüsse.

§. 182. Erklärung.

Wenn sich in einer Aufgabe, wie in jenen der voran-

Digitized by Google

stehenden 5 Abschnitte, Erfahrungs- und Fragefälle ausscheiden lassen, so hat man nur noch zuerst aus der Anzahl derselben (§. 158) die Regel (§. 159 oder §. 161 od. 168 o. 177) zu erkennen, durch welche die Ausrechnung geschehen kann, und dann diese anzuwenden. Wenn sich aber solche Fälle nicht unterscheiden lassen, was auch zuweilen in zusammengesetzten Aufgaben (§. 45) des gewöhnlichen Lebens vorkömmt, so muß man trachten, aus dem Sinne der Aufgabe jene Rechnungsarten zu erkennen, die eine nach der andern anzuwenden sind, um die gesuchte Zahl heraus zu bringen. Diese Ausrechnungsart nennt man die Auflösung der Aufgaben durch Schlüsse; sie erfordert mehr Nachdenken, als bei dem Verfahren nach einer Regel nöthig ist, übt aber eben deswegen den Verstand um so mehr, und es soll im folgenden §. auf das Verfahren hiebei an mehreren Beispielen aufmerksam gemacht werden. Die ausgedehntere Ausrechnung solcher Aufgaben aber kömmt in der allgemeinen Zahlenlehre (Algebra) vor.

Anmerkung. Auch die Aufgaben der vorangegangenen 5 Abschnitte der 6ten Abtheilung können durch Schlüsse aufgelöst werden.

§. 183. Aufgaben.

1.) Zwei Kouriere A und B gingen beide zugleich von einerlei Ort nach der nämlichen Richtung ab. A legt täglich 9, B 12 Meilen zurück. Wie weit ist B dem A in 8 Tagen vor?

Auflösung. B kömmt dem A täglich 12 — 9 d. i. 3 Meil. vor, daher in 8 Tagen 8 × 3 Meilen = 24 Meilen.

2.) Zwei Regimenter C und D liegen 51 Meilen von einander entfernt, und sollen einander entgegen marschiren. C macht täglich $3\frac{1}{2}$, und D täglich 5 Meilen. Wann und wo treffen sie zusammen?

Auflös. Sie nähern sich täglich um $3\frac{1}{2} + 5$ d. i. $8\frac{1}{2}$ Meil; in so viele Theile zu $8\frac{1}{2}$ Meilen sich nun die 51 Meilen theilen lassen, so viele Tage sind bis zum Zusammentreffen nöthig. Man erhält 51 Meilen : $8\frac{1}{2}$ Meilen = 6 Tage.

C ist dann $3\frac{1}{2}$ Meilen × 6 = 21 Meilen und

D 5 Meil. × 6 = 30 Meil. vom Abgangspunkte entfernt.

Probe. 21 Meilen + 30 Meilen = 51 Meilen; da dieses die ganze Entfernung ist, so ist das Resultat richtig.

3.) Ein feindliches Corps ist schon vor 11 Tagen von

Digitized by Google

abgegangen und macht täglich 3 Meilen. Demselben soll von dem nämlichen Orte A nachgesetzt werden. Wie viele Tage sind zum Einholen nöthig, wenn die Nachsetzenden täglich $5\frac{1}{2}$ Meilen machen?

Auflösung. Das feindliche Corps hat voraus 3×11 d. i. 33 Meilen. Die Nachsetzenden machen täglich $5\frac{1}{2} - 3$ d. i. $2\frac{1}{2}$ Meilen mehr als der Feind; in so viele Theile zu $2\frac{1}{2}$ Ml. sich nun die 33 Ml. Vorsprung theilen lassen (n. §. 33. II.), eben so viele Tage sind zum Einholen nöthig. Man findet $33 : 2\frac{1}{2} = 13\frac{1}{5}$ Tag.

Antwort. Nach $13\frac{1}{5}$ Tagen oder am 14ten Tage ist das feindliche Corps eingeholt.

Probe. Weg des Feindes $= 33 + 3 . 13\frac{1}{5} = 72\frac{3}{5}$ Meilen;
Weg der Nachsetzenden $= 5\frac{1}{2} \times 13\frac{1}{5} = \frac{11}{2} \times \frac{66}{5} = 72\frac{3}{5}$ M.

4.) Zwei Arbeiter A und B sollen gemeinschaftlich einen Graben von 275 K'. ausheben. Wie lange brauchen sie dazu, da A allein stündlich 12 K'. und B allein stündlich 10 K'. ausheben kann.

Auflösung. A und B gemeinschaftlich heben stündlich $12 + 10$ d. i. 22 K'. aus. In so viele Theile zu 22 K'. sich daher die 275 K.' theilen lassen, so viele Stunden brauchen A und B gemeinschaftlich zur Aushebung; dieses gibt $\frac{275}{22} = \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2}$ Stunden.

Probe. In $12\frac{1}{2}$ Std. hebt der A allein aus $12\frac{1}{2} \times 12 = 150$ K'.
" " " " " B " " $12\frac{1}{2} \times 10 = 125$ "
Dieses gibt richtig zusammen . . . . 275 "

5.) Die Gräben vor einer Verschanzung können durch 3 Schleusen in folgender Art gefüllt werden; durch die erste allein in 8 Stunden, durch die zweite in 5 und durch die dritte in 10 Stunden. Wie lange dauert die Füllung, wenn alle drei Schleusen zugleich geöffnet sind?

Auflösung. Die erste Schleuse füllt stündlich $\frac{1}{8}$, die zweite $\frac{1}{5}$, die dritte $\frac{1}{10}$ der Gräben, also alle 3 zusammen in einer Stunde $\frac{1}{8} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{17}{40}$ der Gräben; sie müssen also am Ganzen (d. i. an $\frac{40}{40}$) $\frac{40}{40} : \frac{17}{40} = 2\frac{6}{17}$ Stunden füllen.

6.) Ein Wasserbehälter mit Zu- und Abflußröhre könnte durch erstere allein in 9 Stunden gefüllt und durch letztere allein in 12 Stund. entleert werden. Nachdem die erstere schon 3 Stunden geöffnet war, wird es auch die Abflußröhre. In welcher Zeit wird der Behälter voll werden?

Digitized by Google

Auflösung. Die Zuflußröhre füllt stündlich $\frac{1}{9}$, die Abflußröhre leert stündlich $\frac{1}{12}$ des Behälters. Die Zuflußröhre füllt daher in den 3 Stunden, während welchen sie allein geöffnet ist, $\frac{3}{9}$ d. i. $\frac{1}{3}$ des Behälters, und es bleiben noch $\frac{2}{3}$ zu füllen. Wenn nun beide Röhren geöffnet sind, so ist die Füllung per Stunde $\frac{1}{9} - \frac{1}{12} = \frac{1}{36}$ des Behälters. Um daher noch die $\frac{2}{3}$ zu füllen, sind $\frac{2}{3} : \frac{1}{36} = 24$ Stunden nöthig.

Probe. Zufluß in 24 Stunden $= \frac{24}{9} = \frac{8}{3}$. Abfluß in 24 Stunden $= \frac{24}{12} = \frac{6}{3}$. Unterschied $\frac{8}{3} - \frac{6}{3} = \frac{2}{3}$ also richtig.

7. Fünf Schäffel Gerste wurden mit 12 Schäffel Hafer zur Fütterung vermengt. Wie viel Hafer und Gerste ist in einem Schäffel dieser Mengung?

Gerste Hafer

Aufl. Man hat 5+12 d. i. 17 Schffl. Meng. von 5 Sch. u. 12 Sch.
Es sind dah. in . . 1 „ Mengung $\frac{5}{17}$ „ u. $\frac{12}{17}$ „

8.) Es wurden zusammen geschmolzen a) 12 Zntr. Kanonenmetall, der Zntr. zu 10 Pfund Zinn und 90 Pfund Kupfer; b) 37 Zntr. 18 Proct. Zinn enthaltend, und c) 31 Zntr. reines Kupfer. Wie viel Proct. Zinn hält die neue Legirung?

Zntr. Zinn. Zntr. Kupfer.

Aufl. a) die 12 Zntr. enthalt. $12 \times \frac{10}{100}$ d. i. 1,2 u. daher 10,8
b) „ 37 „ „ $37 \times \frac{18}{100}$ d. i. 6,66 u. „ 30,34
c) „ 31 „ „ — — . . . 31

d. ganze Lg. v. 80 „ enthält . . . . 7,86 auf 72,14
daher 1 „ „ . . . . 0,09825 „ 0,90175
daher enthalten 100 ℔. Legirung 9,825 ℔ Zinn u. 90,175 ℔. K.

Anmerkung. Diese Resultate stimmen nur dann mit der Wirklichkeit völlig überein, wenn beim Schmelzen das Zinn nicht mehr Feuerabgang als das Kupfer hat.

9.) Wie viel reiner Weingeist muß zu 30 Maaß Branntwein, der nur $\frac{1}{4}$ Weingeist enthält, gegossen werden, wenn in der Mischung $\frac{1}{2}$ Weingeist seyn soll?

Aufl. Die 30 Mß. enthalt. $22\frac{1}{2}$ Mß. Waß. u. $7\frac{1}{2}$ Mß. Weingeist.

Die neue Mischung soll enthalten	auf	2	Maaß	Waßer	1	„
	also	1	„	„	$\frac{1}{2}$	„
	somit	$22\frac{1}{2}$	„	„	$22\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 11\frac{1}{4}$	„
die gegeb. Misch. hält auf	$22\frac{1}{2}$	„	„	nur	$7\frac{1}{2}$	„

Also müßen zugesetzt werden $11\frac{1}{4} - 7\frac{1}{2} = 3\frac{3}{4}$ M. W.

10.) Von zwei Brandröhrensätzen brannte der erste, in ein Brandrohr geschlagen, 45 Secunden, der andere, in ein

Digitized by Google

gleiches Brandrohr geschlagen, nur 20 Secunden. Man soll von diesen 2 Sätzen 12 Pfund mischen, wovon das nämliche Brandrohr geschlagen 30 Secunden brennt. Wie viel muß von jedem genommen werden?

Aufl. Der Unterschied von der zum bessern ist 15 Secund.
verlangten Mittelsorte zum schlechtern 10 „

Es liegt also die Mittelsorte dem schlechtern näher als dem bessern, daher man mehr vom erstern nehmen muß als vom bessern und zwar im Verhältniß der Unterschiede 15 : 10. Nimmt man nämlich 15 Theile vom schlechtern, so muß man nur 10 Theile vom bessern nehmen. Man erhält aber dann 15 + 10 d. i. 25 Theile Mittelsatz, und diese sollen 12 Pfund wiegen. Es wiegt dann einer der 25 Theile $\frac{1}{2}\frac{2}{5}$ Pfd.; mithin die 15 Theile vom schlecht. Satze $\frac{12 \cdot 15}{25} = \frac{3}{5}\frac{6}{5} = 7\frac{1}{5}$ ℔.

und die 10 „ vom bessern „ $\frac{12 \cdot 10}{25}$ ℔. d. i. $4\frac{4}{5}$ „.

11.) Von der Mannschaft einer Escadron waren $\frac{1}{3}$ auf Kommando, $\frac{1}{4}$ in Urlaub, $\frac{2}{9}$ auf Dienst und die übrigen 21 Mann beim Verlesen gegenwärtig. Was ist demnach der Stand dieser Escadron?

Aufl. Abwesend sind $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{2}{9}$ d. i. $\frac{8}{1}\frac{7}{0}\frac{}{8}$ vom Stand. Es können daher nur gegenwärtig seyn $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{8}{8} - \frac{8}{1}\frac{7}{0}\frac{}{8}$ d. i. $\frac{2}{1}\frac{1}{0}\frac{}{8}$. Diese $\frac{2}{1}\frac{1}{0}\frac{}{8}$ des ganzen Standes sind 21 Mann, daher ist $\frac{1}{1}\frac{}{0}\frac{}{8} = 1$ Mann, und der ganze Stand ist = 108 Mann.

Probe. Commandirt sind $\frac{1}{3}\frac{0}{}\frac{8}{}$ d. i. 36 Mann;
beurlaubt „ $\frac{1}{4}\frac{0}{}\frac{8}{}$ d. i. 27 „ ;
auf Dienst „ $108 \times \frac{2}{9}$ d. i. 24 „ ;
gegenwärtig „ . . . 21 „ ;
daher ist die Summe . . . 108 Mann, also richt.

12.) Der Kubikfuß trocknes Tannenholz hat, im Wasser liegend, ein Tragvermögen von 12,7 Pfund. Im Fall nun ein Floß aus 2460 K'. Tannenholz besteht, wie viele Infanteristen kann es tragen, wenn das Gewicht des ausgerüsteten Infanteristen zu 160 Pfd., u. nur das halbe Tragvermögen des Floßes als Belastung zu rechnen ist?

Aufl. Die 2460 K'. haben $12{,}7 \times 2460$ Pfund Tragvermögen; hievon die Hälfte ist 15621 Pfund. Auf jede 160 Pfund Tragvermögen kömmt ein Infanterist, also auf 15621 Pfund treffen 15621 : 160 = 98 Mann (sehr nahe).

Digitized by Google

§. 184. Vermischte Uebungsbeispiele zur VIten Abtheilung.

989) Es soll ein Floß von frischen Fichtenstämmen gebaut werden, zum Uebersetzen von 30 Reitern. Wieviel Kubikfuß Holz muß man hiezu nehmen, da der Kubikfuß frisches Fichtenholz 7,3 Pfund Tragvermögen hat, der Reiter sammt Pferd im Durchschnitte zu 8 Zntr., und nur das halbe Tragvermögen als Belastung anzunehmen ist?

990) Zwei Compagnien erhalten eine Arbeit, welche die 1te allein in 24 und die zweite allein in 16 Tagen vollenden könnte. Wie viel Tage werden beide gemeinschaftlich damit zu thun haben?

991) 440 Ellen Barchent, von $\frac{7}{8}$ Ellen Breite, geben 100000 Pflaster zum Schützenstutzen; wie viel Ellen $1\frac{3}{4}$ Ellen breiten Barchent sind nöthig zu 5400 solchen Pflastern?

992) Der ausbedungene Jahreslohn eines Bedienten betrug 55 fl. und eine Livree. Der Bediente blieb nur 8 Monate im Dienste, und erhielt für diese Zeit die ganze Livree und noch 30 fl. an Geld. Wie theuer wurde die ganze Livree gerechnet?

993) Einem Bataillon, welches Morgens 6 Uhr von A. abmarschirt war, und in 6 Stunden 7 Säulen zurücklegt, soll um 9 Uhr eine reitende Ordonnanz nachgeschickt werden, welche das Bataillon um 11 Uhr eingeholt haben soll. In wie viel Minuten muß sie die Stundensäule reiten?

994) Ihrer zwei miethen eine Wiese für 30 fl.; der eine läßt 7 Pferde 8 Wochen lang, der andere 10 Pferde 4 Wochen lang darauf weiden; was muß jeder an der Miethe bezahlen?

995) Zusammengeschmolzen wurden 12 Mark 10 karätiges-, 8 Mark 20 karätiges-, und 6 Mark reines Gold. Wie viel karätig ist die Legirung? (§. 188. Anmerk. I.)

996) Jemand hat 80 Maaß Wein zu 12 kr die Maaß; wie viel Wein zu 20 kr. die Maaß muß er dazu schütten, damit vom vermischten Weine die Maaß 15 kr. werth sey?

997) Der Unteroffizier N. ist für 230 fl. auf 3 Jahre 7 Monate und 20 Tage eingestanden. Was wäre demnach die Einstandssumme auf eine sechsjährige Dienstzeit?

998) Jemand kaufte in Griechenland 100 Okka Tabak um 367 Drachmen; überdieß kostete ihn der Transport ꝛc. 38 fl. 27 kr.; wie theuer kömmt demnach das bayer. Pfund von diesem Tabak nach bayer. Gelde?

999) Drei Arbeiter sollen einen Graben von 1200 Kubikfuß ausheben. Der erste kann allein 13 Kubik-Fuß in 2 Stunden, der zweite 15 K'. in 3 Stunden, und der dritte $4\frac{1}{2}$ K'. in 1 Stunde ausheben. Wie lange werden sie brauchen, wenn sie gemeinsch. arbeit.?

1000) Ein Truppencorps ging vor 5 Tagen von A. ab, u. macht täglich 7 Stunden Wegs; ihm soll von dem 16 Stunden weiter rückwärts gelegenen Orte M. nachgeeilt, u. zu diesem Zwecke sollen täglich 18 Stunden gemacht werden. An welchem Tage nach dem Abgange der Nacheilenden ist das Corps eingeholt?

Digitized by Google

Erster Anhang.

Von dem innern Zusammenhange der Maaß-, Gewichts- und Münzeinheiten ein und desselben Landes; dann von der Vergleichung derselben in verschiedenen Ländern. Angabe der Schwere und Dichte einiger Körper, so wie verschiedene andere Notizen.

§. 185. Erklärung.

Früher konnte fast jede nur einigermaßen bedeutende Stadt ihre Maaß- und Gewichts-Einheiten beliebig annehmen. In neuerer Zeit hingegen trugen die Regierungen Sorge, daß wenigstens in ein und demselben Lande auch einerlei Einheiten gebraucht werden, und erließen über deren Größe gesetzliche Bestimmungen.

Noch aber sind in getrennten Ländern die Einheiten verschieden, und zwar häufig bei einerlei Namen (Fuß, Pfund, Fl. ꝛc.) ihrem Gehalte nach; und es muß jeder, welcher in Verkehr mit fremden Ländern kommen kann, die Zahlen kennen, welche die Größe dieser Verschiedenheit angibt. Diese Zahlen nun sind in den folgenden §§. für einige Länder zusammengetragen, und man muß jedesmal bei einer Münz-, Maaß-, und Gewichts-Angabe das Land zusetzen (bayerisches Pfund oder preußischer Thaler ꝛc ꝛc.), nach dessen gesetzlichen Bestimmungen die Angabe zu verstehen ist.

Anmerkung. Ausser den neuern gesetzlichen Einheiten sind in manchen Ländern auch noch ältere Einheiten theils geduldet, theils noch nicht völlig durch die neuern Einheiten verdrängt. Diese hier aufzuführen, würde jedoch allein schon ein umfangreiches Buch füllen. Wer dieselben zu wißen nöthig hat (wie z B. die Länge der Augsburger-Elle, die Größe des Salzburger-Metzens ꝛc. ꝛc.), findet sie zusammengestellt in „Aldefeld's Maaß und Gewichte der deutschen Zoll-Vereinsstaaten ꝛc. ꝛc. Stuttgart bei Cotta 1838“ oder in „Nelkenbrechers Taschenbuch der Münz-, Maaß-, und Gewichtskunde, 16te Aufl. Berlin 1842“ oder in „Fr. Löhmann's Tafeln.“

Digitized by Google

§. 186. Von dem innern Zusammenhange der Maaß-, Gewichts- und Münzeinheiten ein und desselben Landes.

Wenn in einem Lande eine Längen-Maaßeinheit bestimmt angenommen ist, dann können davon alle übrigen Maaße, Gewichte u. Münzen so abhängig gemacht werden, daß sie auch völlig bestimmt sind. Dieser gesetzlich bestimmte Zusammenhang wird das Maaß- (oder metrische) System eines Landes genannt.

Um die Möglichkeit eines solchen Zusammenhanges darzuthun, ist hier unten das metrische System von Frankreich vollständig angegeben, und dieses vorzugsweise hiezu gewählt, weil einige der bayerischen Haupteinheiten von jenem abhängig bestimmt wurden.

§. 187. Das neue Maaß- (oder metrische) System von Frankreich. (Eingeführt seit 1795.)

Die frühere Haupt-Längeneinheit hieß Pariserfuß, und wurde in 144 Pariserlinien abgetheilt. Da dieser Fuß sehr bekannt ist, so dient er noch jetzt zur gesetzlichen Bestimmung der Haupt-Längen-Einheiten anderer Länder. So z. B. ist 1 bayer. Fuß zu 129,38 Pariserlinien festgesetzt.

1.) Die Haupteinheit der Längenmaaße heißt **Mètre**; dieser ist der zehnmillionste Theil von dem Quadranten (Viertelkreis) des durch Paris gehenden Mittagskreises od. Meridians der Erde (also eine aus der Natur entnommene Länge), und im Vergleiche mit dem ältern Maaße ist 1 Mètre = 443,296 Pariser-Linien, (bei 0 Grad Reaumür).

2.) Die Haupteinheit der Flächenmaaße heißt **Are**, und hält 100 Quadrat-Meter.

3.) Die Haupteinheit der Körpermaaße ist der Kubikmeter; beim Holzmeßen heißt derselbe Stère.

Die Haupteinheit der Hohlmaaße für trockene sowohl als für flüßige Dinge heißt Litre, und ist so groß als der innere Raum eines Würfels, dessen Seite (Kante) im Lichten, d. i. in der Höhlung, ein Zehntelmeter lang ist.

4.) Die Haupteinheit der Gewichte heißt Gramme; es ist dieses die Schwere von so viel reinen destillirten Wassers,*) als in einen hohlen Würfel geht, dessen Seite (Kante) in der Höhlung ein Hundertelmeter lang ist.

*) (Gewogen bei 3½ Grad Reaumür.)

5.) Die Haupteinheit des Geldes endlich heißt Franc. Im Silbergelde wiegt der Franc $4\frac{1}{2}$ Grammen reines Silber und $\frac{1}{2}$ Gramme Zusatz, also zusammen 5 Grammen mit 0,9 Feingehalt. Im Golde wiegt ein 20-Francstück 6,4516 Gram., wovon 0,9 reines Gold und 0,1 Zusatz sind. Es hat daher in Frankreich das Gold einen 15,5 mal so großen Werth als das Silber.

Im französischen Maaßsysteme sind alle Eintheilungen zehntheilig (wie in unserer Zählungsart), und es wird bezeichnet: jede 10fache Einheit durch die Vorsylben Deka; jede 100-fache durch Hekto; jede 1000fache durch Kilo; jede 10000-fache durch Myria.

Ferner wird bezeichnet:

Jedes 0,1 ($\frac{1}{10}$) der Haupteinheit durch die Vorsylben Deci
„ 0,01 „ „ „ „ „ Centi
„ 0,001 „ „ „ „ „ Milli

So z. B. ist ein Decimeter $= \frac{1}{10}$ Meter und ein Kilogramme $= 1000$ Grammen.

Beim Gelde wird der Franc in 100 Centimes getheilt, und im gewöhnlichen Verkehre heißen 5 Centimen ein Sou (spreche Su).

§. 188. Gesetzlicher Zusammenhang der Haupteinheiten in Bayern.

(Döllingers Verordnungensammlung enthält die ausführlichen gesetzlichen Bestimmungen. Diese sind von 1809, 1810, 1811, 1815 und 1837.)

A. Für alle Kreise mit Ausnahme der Pfalz.

1.) Längenmaaße. a) Die Haupteinheit ist der alte bayerische Fuß; seine Länge ist gleich 129,38 Pariser-Linien (bei 13 Grad Reaumür).

b) Die Klafter hält 6 Fuß; die geometrische Ruthe 10 Fuß.

c) Die bayerische Elle hält 2 Fuß $10\frac{1}{4}$ Zoll.

d) Der Schritt = 28 Ddz. Zoll bayerisch (nach den Vorschriften für den Unterricht in den Waffenübungen der k. b. Infanterie).

e) Die Faust = 4 Duodezimal-Zoll rheinisch (= 4,3″ Ddz. bayer.), nach den Vorschriften für den Unterricht in den Waffenübungen der k. b. Cavalerie.

f) die Meile = 25406 bay. Fuß (topogr. Atlas v. Bayern). 1 Grad des Aeq. d. Erde = 381 324′ bayer. = 15 geogr. Meil.

g) Die bayer. **Post- oder geometrische Stunde** = 12703 bayer. Fuß. (Siehe auch §. 50. g.)

2.) Flächenmaaß. **Der Quadrat-Fuß** ist die Haupt-Einheit. Die übrigen Einheiten siehe §. 51.

Feldmaaß. 1 **Tagwerk** (Morgen, Jauchert) hält 40 000 Quadrat Fuß. (Siehe §. 51. c.)

3.) Holzmaaß. **Die Klafter** = 126 b. Kubikfuß, siehe §. 52. c.

4.) Flüßigkeitsmaaß. **Die Maaßkanne** = 43 bayer. Dezimal-Kubikzoll.

5.) Getreidemaaß. **Der altbayerische Metzen** zu 34⅔ Maaßkannen.†

6.) Handelsgewicht. **Das bayer. oder Münchner-Pfund** = 560 französische Grammen (§. 187. 4.)

Medicinalgewicht. **Das Apotheker-Pfund** = 360 franz. Gram.

Münzgewicht. **Die Münz-Mark** = 233,855 franz. Gram.

Zollamtsgewicht. **Das Pfund** = 500 fr. Gram. (= ½ Kilogram.)

7.) Im Gelde heißt die Haupteinheit **Gulden**. Aus der Münzmark reinen Silbers werden 24½ Guldenstücke oder 49 Halbguldenstücke geprägt. Ein Guldenstück enthält daher $\frac{2}{49}$ Mark reines Silber.

In der Artillerie sind noch vorgeschrieben (Rescript vom 23. Dezember 1829):

a) für die Ausmaaße aller Waffenstücke der rheinische Fuß zu 139,13 par. Lin. (=1,07536 bayer. Fuß); er wird in 12 Zoll, der Zoll aber in 100 Theile getheilt;

b) 1 Klafter = 6 Fuß rheinisch und 2 Klftr. = 5 Schritt; diese Schritte dienen zur Bestimmung der Portéen der Feuerwaffen;

c) das ehemalige Nürnberger-Pfund, und zwar 100 Nürnberger-Pfund = 91,0640 Pfund bayer. Handelsgewicht. Nach diesem Nürnberger-Pfunde werden die Gewichte der Kugeln bestimmt und benannt; die Gewichte aller übrigen Gegenstände aber, als z. B. der Pulverladungen, der Waffen ꝛc. werden nach dem bayer. Handelsgewichte angegeben.

Anmerkung 1.) Reines Gold (oder Silber) nennt man jenes, dem kein anderes Metall zugeschmolzen ist; hingegen legirtes Gold (oder Silber), wenn es einen Zusatz von andern Metallen (gewöhnlich Kupfer) hat. Eine Mark reines Gold (oder Silber) heißt eine feine Mark; eine Mark legirtes Gold (oder Silber) aber heißt eine rauhe Mark.

Die feine Mark Gold enthält daher 24 Korat (§. 53.) reines Gold; Mark Silber „ „ 16 Loth (§. 53.) „ Silber.

†) Beim Kalkmaaß heißen 24 Mtz. eine Muth. Der Metzen wird gehäuft.

Wenn eine rauhe Mark Silber so zusammengesetzt ist, daß sie z. B. nur 13 Loth reines Silber und die übrigen 3 Loth Kupfer enthält, so nennt man dieses Silber 13löthig, und diese Mark (obgleich 16 Loth wiegend) hat gewöhnlich nicht mehr Werth, als gerade das edle Metall hat, welches sie enthält. So z. B. hat eine Mark 11löthiges Silber den Werth von $\frac{11}{16}$ Mark fein Silber.

Eben so nennt man Gold 22- (oder 18- oder 14-) karätig, wenn die rauhe Mark 22 (oder 18 oder 14) Karat fein Gold, und die übrigen 2 (oder 6 oder 10) Karat Zusatz an Kupfer oder Silber enthält. Auch hier wird nur der Goldgehalt gerechnet. Eine rauhe Mark 14 karätiges Gold hat daher einerlei Werth mit $\frac{14}{24}$ Mark fein Gold.

Anmerkung 2. Unter dem Münzfuße eines Landes versteht man die Angabe, wie viele Haupt-Geldeinheiten (in Bayern Gulden, in Preußen Thaler ꝛc.) aus einer feinen Mark Silber geprägt werden. In Bayern ist (seit 1837) der $24\frac{1}{2}$ Guldenfuß angenommen*); es enthält daher jedes Guldenstück 1 : $24\frac{1}{2} = \frac{2}{49}$ Mark reines Silber; überdieß bekömmt, der größern Dauer wegen, der Gulden $\frac{1}{9}$ dieses Gewichtes ($\frac{2}{49} \cdot \frac{1}{9}$ Mark) Kupferzusatz, so daß jeder Gulden aus $\frac{9}{10}$ fein Silber und nur $\frac{1}{10}$ Kupfer besteht. Bei den Sechskreuzer- und Dreikreuzer-Stücken wird die feine Mark, der größern Prägekosten wegen, zu 27 fl. ausgemünzt.

Feingehalt der ältern bayer. Münzsorten.

Namen	Aus der feinen Mark wurden ausgeprägt.	Feingehalt der rauhen Mark.	Anzahl der Stücke auf die rauhe Mark.	Werth im $24\frac{1}{2}$ Gulden Fuß.
In Silber.				
Kronenthaler	$24\frac{6}{11}$ fl.	$13\frac{17}{18}$ Loth	7,97	2 fl. 42 kr.
Species- oder bay., dann Geschichtsthaler.	—	$13\frac{1}{3}$ Loth	$8\frac{1}{3}$	2 „ 27 „**)
Vierundzwanziger	24 fl.	$9\frac{1}{3}$ Loth	.—	$24\frac{1}{2}$ kr.
In Gold.				
Ducaten		$23\frac{2}{3}$ Karat	67	5 fl. 30 kr.***)
Karolinen		$18\frac{1}{2}$ „ ((u. $3\frac{2}{3}$ Kar. Sl.))	24	12 fl.
Mard'or		$18\frac{1}{2}$ Karat ((u. 4 Kar. Slb.))	36	8 „

Halbe Bayerthaler und doppelte Mard'or im Verhältniß.

*) Folgende Staaten des deutschen Zollvereins haben den $24\frac{1}{2}$ Guldenfuß eingeführt: Bayern, Würtemberg, Baden, Hessen-Darmstadt, Nassau, Sachsen-Meiningen, Hohenzollern-Sigmaringen u. -Hechingen, Schwarzburg-Rudolstadt (Oberherrschaft), Hessen-Homburg und die freie Stadt

B. In der Pfalz sind die folgenden metrischen Maaße vorgeschrieben. (Gesetze von 1801, 1812, 1815 und 1827.)

Ueber die Vergleichung dieser Maaße mit jenen der andern Kreise siehe §. 189. Bayern.

1.) Längenmaaße. **Der Fuß** zu $\frac{1}{3}$ franz. Meter mit zwölftheiliger Eintheilung. Die Elle zu $\frac{6}{10}$ Meter, eingetheilt in $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$ oder $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$ Ell.

2.) Flüßigkeitsmaaß. **Der Liter** mit der Eintheilung in $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ und $\frac{1}{10}$ Liter. ($\frac{1}{2}$ Liter wird Schoppen genannt.)

3.) Getreidemaaß. **Der Hectoliter** (metrisches Malter), eingetheilt in 4 Quarthectol., dann $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$ u. $\frac{1}{32}$ Hectol.

4.) Gewicht. **Das Pfund** = 500 franz. Gram., getheilt in 32 Loth.

Bei der Militär-Conscription wird nach dem alt-bayer. Maaße gemessen. Bei dem Brennholz haben die Scheiter 4 bayr. Fuß Länge; es ist daher 1 Klafter = 144 bayer. Kub. Fuß = $1\frac{1}{2}$ bayer. Klafter.

Anmerkung. Die im §. 188. angegebenen Maaß- und Gewichts-Einheiten sind die einzigen im Königreiche vorgeschriebenen; und obgleich in manchen Kreisen oder Städten ältere Maaße und Gewichte noch nicht völlig verdrängt sind, so bestehen dieselben doch nirgends gesetzlich.

§. 189. Vergleichung der Maaß- Gewichts- und Münzeinheiten einiger Länder mit jenen von Bayern.

Anmerkung. In der hier folgenden Tafel ist durchgängig bei a) Längenmaaß, bei b) Flüssigkeitsmaaß, bei c) Getreidemaaß, bei d) Gewicht und bei e) Geld angegeben. Ueber die Angabe des Werthes der Goldmünzen siehe Seite 314 unten bei †. Bei Berechnung und Zusammenstellung des §. 189. wurde sich an die neuesten Angaben gehalten, und bei Verschiedenheit dieser, an die verläßigsten.

Frankfurt. Nach dem 14 Thalerfuß (in welchem 14 Thaler gleich 1 bayer. Münzmark oder gleich $24\frac{1}{2}$ fl. bayer. sind) rechnen dagegen: Preußen, Sachsen (Königreich), Hessen (Kurfürstenthum), die Großherzoglich Sächsischen und die herzoglich Sachsen-Altenburgischen Lande, Sachsen-Coburg und Gotha, Schwarzburg-Rudolstadt (Unterherrschaft), Schwarzburg-Sondershausen und die Reußischen Lande.

**) Siehe §. 171. Beispiel 2.

***) Der Werth des Goldes ist wie der einer Waare veränderlich. Je nachdem die Nachfrage größer oder kleiner ist, steigt oder fällt dessen Werth sowohl im Handel als auf der kgl. Münze. Der durchschnittliche jetzige Werth des Ducaten aber ist 5 fl. 30 kr.; und hienach, so wie zugleich nach dem Goldgehalte der Karoline und des Mard'or ist ihr obenangesetzter Werth von 12 fl. und 8 fl. durch Rechnung gefunden. Vollwichtige werden auch zu diesen Preisen von der kgl. Münze umgewechselt. Den Ducaten zu 5 fl. 30 kr. gerechnet, ist in Bayern das Gold $15\frac{1}{4}$ mal so viel werth als das Silber.

Beim Umwechseln von unvollwichtigen Goldstücken werden von Kaufleuten für jeden abgängigen Gran (d. i. $\frac{1}{70}$ Ducatenschwere) bei Ducaten 5 kr. abgerechnet bei andern Goldstücken aber 4 kr.

Digitized by Google

Namen der Einheiten.	Werth in bayerischen Einheiten.	Eintheilungen und Bemerkungen.
Baden,	Großherzgth.	Das Maaßsystem ist auf das franz. gegründet.
a) der Fuß	1,0279 Fuß.	die Ruthe à 10′ à 10″ à 10‴ à 10 Punkt.
die Elle	0,7203 Ellen.	= 2 bad. Fuß = 0,6 Meter.
die Wegstunde	15229 Fuß.	= $\frac{3}{5}$ bayer. Meile; 2 Stund. heißen 1 Meile.
b) die Maaß	1,40315 Maaß.	} 1 Fuder hat 10 Ohm, à 10 Stützen, à 10
die Ohm	2,3386 Sch. E.	} Maaß, à 10 Gläser. (1 Mß. = $1\frac{1}{2}$ fr. Lit.)
c) das Malter	0,6746 Schffl.	à 10 Sester, à 10 Mäßlein, à 10 Becher.
d) das Pfund	0,89286 ℔.	($\frac{1}{2}$ Kilogr.) à 32 Loth, à 4 Quintl.
e) der Gulden	1 Gulden	im 24½ Guldenfuß wie Bayern.
Gold. Ducaten	5 fl. 30 kr. u.	Stücke zu 5 fl. und 10 fl.
Bayern,	Königreich.	
a) der Fuß	1 Fuß	(= 129,38‴ Paris.) zwölfth. u. zehnth.
die Elle	1 Elle	= 2′ 10¼ ″ bayer.
die Meile	25406 Fuß	à 2 Säulen- oder Poststunden à 12703′
b) die Maaß	1 Maaß.	(= 0,043 bay. Kubikfuß) à 4 Quart.
Schenk-Eim.	60 Maaß.	64 Maaß sind gleich 1 Visir-Eimer.
c) das Schäffel	1 Schäffel.	(=208 Maaß) 6 Mtz., 2 Vrtl., 8 Mßl. 2 Dr.*)
d) d. Handels℔.	1 Pfund.	(=560 frz. Grm.) 1 Zt. = 100 ℔, 32 L., 4 Q.
e) der Gulden	1 Gulden.	(24½ fl. = 1 Mark = 233,855 frz. Gram. fein Silber) 1 fl. zu 60 kr., 4 pf., 2 Hell
Silber:	3½ fl-, 1 fl-, ½ fl.-	Stücke. Gold: Ducaten zu 5 fl. 30 kr.
Banknoten zu	10 fl. u. 100 fl.	Von einerlei Werth mit Silbergeld.
Ufalt. a) der *Fuß	1,142103 Fuß.	(*metrische) 1 Mètre à 3′ à 12″ à 12‴.
die Elle	0,720275 Elle.	= 0,6 Mèt. geth. i. ½, ¼, ⅛, ⅒ (2 E. heiß. Stab.)
b) der Liter	0,935431 Mß.	} 1 Fuder à 10 Ohm à 108 Litre (= 101 b. Mß.)
die Ohm	1,683775 S. E.	} à 2 halbe Liter (Schopp.) dann ½, ⅛, ⅒ Litr.
c) Hectolit.	0,44973 Schffl.	à 4 Quart hectoliter, dann ⅛, ⅒, 5½ Hectol.
d) d. Pfund	0,892857 Pfd.	($\frac{1}{2}$ Kilogr.) à 32 Lth.; 100 ℔ heiß. ein leicht. Zntr., 200 ℔ (100 Kilog.) ein metr. Ztr.
Belgien,	Königreich.	Maaß, Gewicht u. Münze wie in Frankreich.
Böhmen,	(siehe Oesterr.)	
Braunschweig,	Herzogth.	
a) der Fuß	0,9768 Fuß	Die Elle = 0,6845 bay. Elle = 2′ braunsch.
b) das Orhoft	3,4388 Sch. E.	à 60 Stübchen à 4 Quartier à 2 Nößel.
c) der Scheffel	1,3961 Schffl.	der Wispel à 4 Schffl. à 10 Himten à 4
d) das Pfund	0,8352 Pfund	wie Preußen. (Viertfaß à 4 Becher.
e) Silb. d. Thal.	1 fl. 45 kr.	à 24 gute Grosch. à 12 Pfenn. (seit 1834.)
der Gulden	1 fl. 21 kr. 5,4 hl.	Stücke à 1-, ½-Thl. Gold: 10-, 5-, 2½ Thl.-St.

*) Wo nur Komma zwischen Einheiten gesetzt sind, wie hier bei „6 Metzen, 2 Viertel, 8 Mäßlein ꝛc." stehen diese anstatt „zu oder à."

Namen der Einheiten.	Werth in bayerischen Einheiten.	Eintheilungen und Bemerkungen.
Dännemark, Königreich.		
a) der Fuß	1,0753 Fuß.	(zwölfth.). Die Elle = 0,7535 bay. Ell.
die Meile	25 810 Fuß.	
b) der Pott	0,9037 Maaß.	1 Fuder Wein á 6 Ahm, 4 Anker, 930 Pott.
die Biertonne	2,0485 Sch.E.	nach ihr wird auch Butter, Fleisch ꝛc. ge-
c) d. Korntonne	0,6251 Schffl.	à 8 Scheffel. (messen.
d) das Pfund	0,8916 Pfund	Der Zntr. à 100 ℔, à 32 Lth., à 4 Qt.
e) Reichsthl.*)	2fl. 38kr. 7,4hl.	(*in wirkl. Species) à 6 Mark à 16 Schill.
England, Irland, Schottland und alle Kolonien.		
a) der Fuß	1,0443 Fuß.	1⅓ Span o. 3 Hands o. 4 Palms o. 12″ à 10‴
J. St. * Yard	1,0977 Ellen.	* Imperial Standard Yard = 3 Fuß.
d. Meile (See)	¼ Meile.	die League (Lig) ist ¾ bayer. Meilen
b) der * Gallon	4,2501 Maaß.	1 Quarter á 64 Gallons, 4 Quarts, 2 Pints.
c) Imp. Stand. Quarter	1,3077 Schfl	á 2 Combs á 2 Strickes á 2 Buschels á 4 Pecks á 2 Gallons, 2 Pottles, 2 Quart., 2 Pints.
d) St. Troy ℔.	0,6665 Pfund	Zu 12 Unz., 20 Pfenn. gew. Das Troy ℔ ist
℔. av. d. poids	0,8100 Pfund	zu Gold ꝛc. Brod; d. ℔ av. d. p. ist Handelsg.
Seit 1818 Vor 1818 e) Schilling*	35 kr.	(*Sterl.) à 12 Pence Sterl.; Crown à 5 Schl.
die Guinea	12 fl. 16 kr.	Goldstück zu 21 Schill; 5-, 2-fache, ½ Guin.
℔ Sterling	ist Rechnungs-	Münze à 20 Schilling = 1 Sovreign.
Silb. Schill.	32 kr. 6,8 hl.	à 12 Pence; Crown à 5 Schil. = 2 fl. 44 kr. 2 hl.
Gold: Sovreign	† 11 fl. 42 kr.	à 20 Sch. o. 1 ℔ Sterl.; 2fache u. ½ Sovreign.
Papier: . .	Banknoten zu	5-, 2-, und 1 Pfund Sterling.
Frankfurt a./M. freie Stadt.		
a) der Fuß	0,9751 Fuß.	à 12 Zoll, à 12 Linien.
die * Elle	0,6570 Ellen.	* Frankfurter-Elle.
b) die Ohm	2,2362 Sch.E.	= 80 Eichmaaß = 90 Schenkmß. à 4 Schop.
c) das Malter	0,5160 Schffl	à 4 Simmer, 2 Mest., 2 Secht., 16 Mäßch.
d) d. schwere ℔*	0,9024 Pfund.	*od. Handels ℔. 1 Zntr. zu 100 schwere ℔.
d. leichte ℔	0,8356 Pfund.	oder Krämerpfund; 1 Zntr. zu 108 leichte ℔.
e) der Gulden	1 Gulden.	24½ fl. Fuß wie Bayern.
Frankreich, Königreich.		
a) der * Fuß	1,113000 Fuß.	* alte Pariser-Fuß. Zwölftheilig. a 144‴
der Mètre	1,20046 Ell.	= 3,426310 bayer. Fuß. (Meilen.
der Miriametre	34263 Fuß.	= 1 Poststat. = 2¼ fr. Lieus = 1,8 fr. See-
b) der Litre	0,93543 Mß.	für trockene und flüßige Gegenstände.
c) d. Hectolitre	0,44973 Schffl.	= 100 Litres = 1,55905 b. Sch. Eimer

†) Der Preis von Goldmünzen ist veränderlich (§. 188. Anmerk. 2); in dieser Tafel sind dieselben durchgängig nach dem Ducaten berechnet, diesen zu 5 fl. 30 kr. angenommen.

Digitized by Google

Namen der Einheiten.	Werth in bayerischen Einheiten.	Eintheilungen und Bemerkungen.
d) d. Kilogram.	1,7857 Pfund.	100 Kilogr. = 1 metrisch. Zentr. (Quintal).
das Pfund *	0,8741 Pfund.	*p.d.marc. à 16 Unz., 8 Gros, 72 Grains.†
e) der Franc	28 kr. 2,296 hl.	à 100 Centim; Silb: 5-, 2-, 1-, ½- u. ¼ Franc.
Gold: 20 Francst.	9 fl. 17 kr.	Stücke zu 100, 40, 20 u. 10 Francs.
Für den Kleinhandel sind geduldet.		† (vor 1795 gesetzlich).
a) d. neue Toise	6,8526 Fuß.	(= 2 Met.) à 6 Fuß, 12 Zoll, 12 Lin.
b) d. neue Elle	1,4406 Ell.	Zu 1,2 Metre. Der Lit. in ½, ¼, ⅛ getheilt.
c) d. Boisseau	0,3373 Metz.	= ½ Hectolitre, eingetheilt in ½ u. ¼.
d) das Pfund	0,89286 Pfd.	= ½ Kilogr. à 16 Unz. à 8 Gros à 72 Grains.
Griechenland, Königreich. K. Griech. Reg.-Blatt von 1836.		Die neuern Maaße haben das Prädikat „Königlich."
a) Königl. Piki	3,42631 Fuß.	(= 1 fr. Met.) à 10 Palm, à 10″ à 10‴.
d. kgl. Meile	34 263 Fuß.	(= 10000 „), 1 Meile zu 10 Stadien.
b) d. kgl. Litre	0,93543 Mß.	(= 1 f. Lit.) à 10 Cotyli, 10 Mistron, 10 Kub.
c) d. kgl. Kilo	0,44973 Schffl.	(= 1 franz. Hectolitre).
d) die kgl. Mine	2,67857 Pfund	(= 1½ fr. Kilogr.) à 1500 Drachmen.
		1 Talent = 100 Min.; 1 Tonne = 1000 Min.
e) die Drachme	25 kr. 2½ hl.	à 100 Lepta. (1 Silberdrachmenstück wiegt
f) d. Stremma	0,2935 Tagw.	4,47700 fr. Gram.; der Feingehalt ist 0,9.)
Gold: 20 Drach.	8 fl. 18½ kr.	Sil: 5-, 2-, 1-, ½-, ⅓ Dr. St.
Maaße u. Gewichte von Konstantin., welche allgem. in Griechl. im Gebrauche waren.		
a) d. kleine Piki*	2,2202 Fuß	* v. Konstt. End essegenant. = 0,648 kgl. Piki.
die große „ *	2,2922 „	* „ „ Arschine „ = 0,669
Pik. Bauleut. *	2,5697 „	*(u. Feldmesser) = 0,75 königl. Pikis.
b) der alte Kilo	31,0234 Mß. / 0,8948 Metz.	(= 33,166 königl. Litres.
d) die Okka	2,2856 Pfund.	= 0,8533 kgl. Mine; 44 Okka = 1 Cantaro.
f) alte Strem.	0,3727 Tagw.	(* moreotische) = 1,27 kgl. Stremma.
		1778 □ Piki s der Feldmes. = 1 kgl. Strem.
Hannover, Königreich.		
a) der Fuß	1,0008 Fuß.	a 12″ à 12‴. Die Meile = 36 280 b. Fuß.
die Elle	0,7013 Ell.	= 2 hannöverische Fuß.
b) die Ohm	2,4284 Sch. E.	à 4 Anker, 10 Stübch., 2 Kan., 2 Ort, 2 Nößl.
c) das Malter	0,8406 Schffl.	Die Last 16 Malt. à 6 Himten à 4 Metzen.
d) das Pfund	0,8352 Pfund.	1 Zntr. (Char) = 100 Pfund.
e) der Thaler	1 fl. 45 kr.	à 24 Gutegroschen à 12 pf. seit 1834.
Hessen-Darmstadt, Großherzogthum.**)		
a) Der Fuß	0,8566 Fuß.	(= 0,25 frz. Meter) à 10 Zoll à 10 Linien.

**) Im Kurfürstenthume Hessen (Kassel) ist noch keine allgemeine Maaß- und Gewichts-Ordnung eingeführt; sondern es sind in den verschiedenen Orten und Landestheilen verschiedene Maaße und Gewichte gesetzlich, welche hier aufzuführen der Raum nicht gestattet. Bezüglich des Geldes ist der 14 Thalerfuß (wie in Preußen) angenommen, so daß also 1 Thaler gleich 1 fl. 45 kr. im vierundzwanzigeinhalb Guldenfuß ist.

Digitized by Google

Name der Einheiten.	Werth in bayerischen Einheiten.	Eintheilungen und Bemerkungen.
die Elle	0,7203 Ellen.	(=0,6 fr. Met.) d. Meile=33810 b. Fuß
b) die Maaß	1,8709 Maaß.	d. Ohm à 20 Viertl à 4 Mß. à 4 Schop-
c) das Malter	0,5757 Schffl.	à 4 Simmer, 4 Kumpf, 4 Gescheid, 4 Mäß.
d) das Pfund	0,89286 Pfund	1 Zntr. = 100 ℔. à 32 Lth. à 4 Quntch.
e) der Gulden	1 Gulden.	24½ Guldenfuß wie Bayern.
Holland,	**Königreich.**	hat das frz. Maaßsystem mit andern Namen.
a) der Palm	0,3426 Fuß	(=0,1 fr. Met.) à 10 Duim à 10 Streep.
die Elle	1,20046 Ellen	(=1 fr. Met.). 10 Ellen = 1 Roede (Ruthe).
die Meile	3426,3 Fuß	(= 1000 franz. Meter). (=gerhoed.
b) die Kan	0,9354 Maaß.	(1 Lit.) 1 Vata 100 Kan, 10 Maatje, 10 Vin-
c) die Mudde	0,4497 Schffl.	(1 Hectoliter) à 100 Kop à 10 Maatje.
d) das Pfund	1,7857 Pfund.	(1 Kil.) à 10 Ons, 10 Lood, 10 Wigtje, 10 Kor.
e) der Gulden	59 kr. 3,2 hl.	à 100 Cents. Silber: 2½, 1, ⅕, ¼, 1/10, 1/20 fl. stück.
(1837.) Thlr. à 2½ fl.	2 fl. 28½ kr.	Gold: 5 und 10 Guldenstücke.
Kirchenstaat, Rom.		
a) Bau-Canna	7,6519 Fuß	à 10 Palmi à 12 Once à 10 Decimi.
die Canna	2,4028 Ell.	1 neue röm. Meile = 5104′ bayer.
b) Wein Barilo	0,7096 Sch. E.	à 32 Boccali, 4 Fogliette, 4 Cartocci.
c) der Rubbio*	1,2018 Schffl.	* für glatte Frucht } à 4 Quartes à
" " *	1,1072 "	* für Hafer } 3 Staros.
d) Handels ℔.*	0,6056 Pfund.	(* Lira) 12 Once, 24 Denari, 24 Gran.
e) Scudo (1835)	2 fl. 32,17 kr	à 100 bajocchi à 4 Quattrino.
Silber: 1fache u. ½ Scudi;		Stücke zu 30, 20, 10 bajoc. (paolo) u. 5 bajoc
Gold: 10 Scudi-	24 fl. 56 kr.	-Stücke, dann Stücke zu 5 und 2½ Scudi.
Nassau, Herzogthum. *)		
a) der Fuß.	1,71315 Fuß	(=⅓ fr. Met.) 1 Ruthe hat 10 Fuß à 10 Zoll.
die Elle	0,6614 Ellen.	
b) die Ohm	2,1135 Sch. E.	à 20 Viertel à 4 Mß. à 4 Schoppen.
c) das Malter	0,4905 Schffl.	à 4 Virnsel à 4 Kümpfe à 4 Gescheid.
d) das * Pfund	0,8405 Pfund	(* Leichtgewichts-) à 32 Lth. à 4 Quentch.
e) der Gulden	1 Gulden.	(24½ fl. Fuß wie Bayern).
Oesterreich, Kaiserthum.		(N. Smola's Handb. für k. k. Artill.-Offiz. 1839.)
a) Wiener-Fuß	1,0830 Fuß	1 Klft. à 6′ à 12″ à 12‴ à 12 Punkte.
" Elle	0,93534 Ell.	**)
österr. Postmeile	25 992 Fuß.	= 4000 Wienerklafter à 6 Wienerfuß.

*) Von den unter Nassau stehenden Bestimmungen ist nur der Fuß ein allgemeines Landesmaaß. Die übrigen sind local und an verschiedenen Orten auch verschieden. Die Meisten haben die ehemaligen Mainzer-Maaße und Gewichte, daher diese nach a) folgend angegeben sind.

**) Im Ingenieur Corps, beim Batterie-Bau und in der Marine wird nach dem Pariser-Fuß gemessen.

Digitized by Google

Namen der Einheiten.	Werth in bayerischen Einheiten.	Eintheilungen und Bemerkungen.
b) Wien.-Mß.	1,3236 Mß.	à 4 Seideln.
Wien.-Eim.	0,8827 Sch.E.	(= 56,6 franz. Lit.) = 60 Wien. Mß.
c) der Metzen	0,2765 Schffl.	d. Muth à 30 Mtz., à 8 Achtel, à 4 großen Masseln, à 2 kleine Mass., à 2 Becher.
d) W.Handl.Z	1,000021 Z	1 Zntr. = 100 Z, à 32 Loth, à 4 Quint.
e) der Gulden	1 fl. 13½ kr.	(20 Guldenfuß) à 60 kr. (östr.) à 4 pf.
Silber. 2 fl. St.	2 fl. 27 kr.	1 Guldenstück, ½ fl. oder Zwanziger.
Gold. Ducaten	5 fl. 30 kr.	2-u.4fache Ducat.; 1 Souv. = 16 fl. 18 k. bay.
Papiergeld.		Banknoten zu 5, 10, 25, 50, 100, 500 u. 1000 fl. (gewöhnlich Münze genannt) von völlig einerlei Werth wie Silbergeld. Wiener Währungs- oder Einlösungs-Scheine zu 1, 2, 5, 10, 20 und 100 fl., von denen 2½ fl. den Werth von 1 fl. Münze od. östr. Silberg. haben.

In den k. k. öster. Staaten geduldete Maaße und Gewichte.

Böhmen.	a) der Fuß	1,016 Fuß	Die Prager Elle = 0,7130 bayer. Elle.
	die Meile	23646 Fuß.	
	b) d. Eimer	0,9581 Sch.E.	1 Faß à 4 Eimer à 32 Pinten à 4 Seidl.
	c) d. Strich	0,4209 Schffl.	à 4 Viertl à 4 Metzen à 12 Seidel.
	d) d. Pfund	0,9185 Z.	1 Zntr. = 120 Z à 32 Loth à 4 Quint.
Galizien.	a) d. *Fuß	1,016 Fuß.	(*Lemberg.) Die Lemb. Elle = 0,7126. Ell.
	b) Beczka	2,431 Sch. E.	à 36 Garniec à 4 Kwart.
	c) Korschetz	0,5531 Schffl.	à 32 Garniec à 4 Kwart.
	d) d. Pfund	0,7500 Z.	1 Ztnr. = 100 Z.
Lombardie u. Venedig.	a) Metro	3,4263 Fuß.	à 10 Palmi à 10 Diti à 10 Atomi.
	e) öst. Lyra	24 kr. 4 hl.	(= ¼ östr. Guld. = 1 östr. Zwanzig.) zu 100 Centimen oder zu 20 Soldi.
	Silb. Scudo	2 fl. 27 kr.	à 6 Lire (= 2 östr. fl.); ½ Scudo à 3 Lire; 1 Lire-, ½- und ¼ Lire Stücke.
	Gold. Souv.	16 fl. 18 kr.	à 40 Lire; ½ Souverain à 20 Lire.
Neapel u. Sic.	a) der Fuß	1,1913 Fuß.	5' = 1 Passo. 1 ital. Meile = 6355' bayer.
	gew. Elle	0,817 Ellen.	Die Seiden-Elle = 0,766 bayer. Elle.
	b) Biconz.	2,4132 Sch.E.	1 Amph. à 4 Biconz., 2 Conzi, 6 4 Bocc.
	c) Stajo	0,3816 Schffl.	3 Stajo = 2 Sacco.
	d) Handels Z	0,8518 Z.	à 2 Marchi à 6 Once à 4 Quarti.
	kleines Z	0,5379 Z.	à 12 Once, à 4 Quarti.
Mailand.	a) Braccio	0,7141 Ellen	Die italienische Meile = 6355 b. Fuß.
	b) Brenta	1,1495 Sch.E.	à 96 Boccali.
	c) Some	0,4994 Schffl.	à 10 Mine à 10 Pinten à 10 Koppi.
	Moggio	0,6570 Schffl.	à 8 Stari à 4 Quartari.
	d) Metr. Z	1,7857 Z.	1 Centinajo à 10 Rubo à 10 Z à 10 Once. à 10 Grossi à 10 Denari à 10 Grani.

Digitized by Google

Namen der Einheiten.	Werth in bayerischen Einheiten.	Eintheilungen und Bemerkungen.
Verona b) *)	1,1291 Sch. E.	*) 1 Brenta.
Mähren. a) der Fuß	1,014 Fuß	b) die Maaß = 1,00198 bayer. Maß.
Mähren. c) d. Metzen	0,3175 Schffl.	d) das Pfund = 0,9999 bayer. ℔
Schlesien. a) der Fuß	0,9909 Fuß	Die schles. Meile = 22184 Fuß bayer.
Schlesien. die Elle	0,6944 Ellen	b) das Quart = 0,656 bayer. Mß.
Schlesien. c) Schäffel	0,3434 Schffl.	zu 4 Viertel, 4 Metzen, 4 Massel.
Schlesien. grß. *Schffl.	0,6913 Schffl.	*(Troppauer). d) 1 ℔ = 0,9462 bayer. ℔
Siebenbürgen. (a) Elle	0,748 Ellen	d) das Pfund = 1,0230 bayer. Pfund
Siebenbürgen. (b) Eimer	0,1922 Sch. E.	zu 8 Maaß, zu 4 Seidel.
Istrien. (b) Orno	0,9990 Sch. E.	zu 36 Boccali.
Istrien. (c) Staro	0,3331 Schffl	zu 3 Poloniki.
Tyrol. (a) der Fuß	1,1448 Fuß	die Elle = 0,9653 bayerische Ellen.
Tyrol. (b) Maaß	0,757 Maaß	††)
Tyrol. (c) Starr	0,1375 Schffl.	d) das Pfund = 0,8946 bayer. Pfund.
Ungarn. a) Meile *	28591 Fuß	*(ungarische.)
Ungarn. b) Eimer *	0,8876 Sch. E.	*(niederungarischer) á 100 ungar. Halbe.
Ungarn. Eimer *	1,1900 „ „	*(oberungarischer)
Ungarn. c) Pest. Mtz.	0,3598 Schffl.	Presburger-Metzen = 0,2398 bayr. Schffl.
Steierm. Vrtl.	0,3595 Schffl.	Ragusa: 1 ℔ = 0,6486 ℔ bayer.
Oldenburg, Großherzogthum.		
a) der Fuß	1,0156 Fuß	à 12 Zoll á 12 Linien.
die Elle	0,6973 Ell.	Die Meile = 1½ bayer. Meilen.
b) die Kanne	1,373 Maaß	Die Biertonne a 4 Henkemanns á 28 Kan.
der Anker	0,5950 Sch. E.	1 Orhoft á 1½ Ohm á 4 Anker á 26 Kan., 4 Orh.
c) d. Oldb. Ton.	0,8015 Schffl.	Das Malter á 12 Tonnen á 8 Schffl.
d) d. „ Hdls ℔	0,8578 ℔	1 Ztnr. á 100 ℔ á 32 Loth á 4 Qnt.
e) d. Reichsth. * (Seit 1816)	1 fl. 31 kr. 7 hl.	*klein Curant á 72 Groten á 5 Schwar. Silb: 1-fache, ⅓, ⅙, 1/12 Thalerfl. Gold: 5 Thlr.
Polen, Russisch. Königr.		(Bestimmungen seit 1819.)
(Von 1842 an, sind die russischen		Münzen gesetzlich eingeführt; siehe Rußland).
a) Stopa (Fuß)	0,9868 Fuß	á 12″ á 12‴ (1‴ = 2 fr. Millimet.)
Lokiec (Elle)	0,6915 Ellen	= 2 polnische Fuß.
die Meile	29240 Fuß	= 8 russische Werst.
b) Beczka	1,55905 S. E.	à 25 Garniec à 4 Kwarty.
c) der Korzek	0,5757 Schffl.	á 4 Cwier. á 8 Garcy á 4 Kwar. (= 1 Cit.)
d) das Funt	0,7241 ℔.	à 32 Lutow. à 4 Drachm. 1 Zntr = 100 ℔
(e) d. Gulden	16 kr. 7,8 hl.	(= 15 rus. Kop.) á 30 poln. Groschen á 10 pf.
Seit 1815 Sil: 10 fl St.	2 fl. 49 kr. 5 hl.	(= 1½ Rub) 1-, 2-, 5-, 10 fl.-st. Gold: Duc od. Rub.-Imp. zu 20 pol. fl. (3 Rub.) = 5 fl. 45 kr.

††) Ein häufig in Tyrol vorkommendes Maaß ist der Yhren á 12 Pazeiten á 9 Halbe Wienermaaß, so daß 1 Yhren gleich 1,1912 bayer. Schenk-Eimer ist.

Digitized by Google

Namen der Einheiten.	Werth in bayerischen Einheiten.	Eintheilungen und Bemerkungen.
Portugal,	**Königreich.**	
a) der * Fuß	1,1277 Fuß	(* laufende oder gemeine) á 12 Zoll.
Vara (Elle)	1,3171 Ellen	Die Meile = $\frac{5}{8}$ bay. Meile.
b) die Pipa	6,7864 Sch. E.	1 Tonelada á 2 Pipa á 312 Canhados.
c) der Fanega	0,2430 Schffl.	á 4 Alqueiras á 4 Quart á 4 Mequias.
d) das Pfund	0,8196 ℔.	1 Quintal á 4 Arrobas á 32 ℔
e) Seit 1835 Halb. Kron.	1 fl. 25 kr. 2,4 hl.	1 Conto de Reis ist 1 Million Rees. (Rechngeld.) = 2830,2 fl.
Krone	2 fl. 50 kr. 4,8 hl.	á 1000 Reïs (Milrees). 1 Cruzade = 1 fl. 21 kr.
Goldkrone	14 Gulden	Aelt. Goldstücke: Größtes á 24000
Halbe „	7 „	á 5000 „ Rees, kleinst. á 400 Rees (1 $\frac{3}{10}$ fl.)
		á 2500 „
Preußen,	**Königreich.**	
a) Rhein. Fuß	1,07536 Fuß	1 Ruthe = 12 á 12″ ꝛc. Beim Feldmes. wird
die Elle	0,8006 Ell.	d. Ruthe in 10′ Dz., 10″ Dz., 10‴ Dz geth.
die Meile	25810 Fuß	= 24000 rheinische Fuß.
b) das Quart	1,0711 Maaß	d. Eim. hat 60 Qrt.; die Biertonne 100 Qrt.
c) der Scheffel	0,2472 Schffl.	1 Wispel = 24 Schfl. á 16 Metzen, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ Mtz.
d) d. Pfund	0,8352 ℔	1 Zntr. = 110 ℔, á 32 Loth. á 4 Qnt.
e) der Thaler	1 fl. 45 kr.	(od. 4 Thl. = 7 fl. bayer.), 30 Silbgr., 12 pf.
Vor 1822	war der Thaler	in 24 Gutegroschen á 12 pf. cur. getheilt.
Gold: Friedrdor	9 fl. 38 kr.	á 5 Thl., doppelte á 10 Thl., halbe (2½ Thl.)
Sil: 2 Thlr. St.	3 fl. 30 kr.	(Vereinsmünze), 1=, $\frac{1}{6}$=, ($\frac{1}{3}$, $\frac{1}{12}$) Thlr. St.
Papier . . .	Kassenanweisung.	zu 1,5,100,500 Thlr. Werth wie Silberg.
Rußland,	**Kaiserthum.**	(Seit 1835 gültig für das Reich exel. Ostseepr.)
a) der Fuß	1,0443 Fuß	(= dem Engl.) 1 Saschen (Haupteinh.) = 3
die Arschin	0,8537 Ellen.	Arschin = 7 Fuß = 48 Werschock = 84 Zoll.
die Werst *	3655 Fuß	* russische Meile = 500 Saschen (od. Faden.)
b) der Wedro	11,496 Mß.	das Faß á 40 Wedro á 10 Kruschki (Krüge).
c) Tschetwert	0,9433 Schffl.	á 2 Osmin á 2 Pajok á 2 Tschetwerik á 8 Gar
d) das Pfund	0,7313 ℔	1 Pud = 40 ℔ á 32 Lth. á 3 Solotnik.
e) Silberrubel	1 fl. 53 kr. 0,6 hl.	á 100 Kopek.; St. zu 50, 25, 20, 15, 10 Kop.
Gold: ½ Imper.	9 fl. 35 kr.	á 5 Rub.; R.=Imp. = 5¾ fl. á 3 R. o. 20 fl. poln
Papier: . . .	Bankassignat	200, 100, 50, 25 Rubel auf weißem Papier 10
Platin: 3 Ru.=st	5 fl. 39 kr. 3 hl.	Rubel auf roth, und 5 Rubel auf blauem Pap.
6u. 12 Rub =st.	im Verhältniß.	3½ Rubel Papier ist gleich 1 Silber-Rubel.
Sachsen,	**Königreich.**	
a) der Fuß	0,9705 Fuß	á 12″. 1 Elle (á 2′) = 0,6801 bayer. Elle.
die Meile	31054 Fuß	= 16000 Dresd. Ell. = 32000′ Dresd.
b) d. *Eim.	1,0513 Sch. E.	(* Wein=) á 72 Dresdner Kannen.
Faß (Bier)	6,132 „ „	á 280 Visir= oder 420 Dresdner-Kannen.
c) Scheffel	0,4673 Schffl.	1 Winspel á 2 Malt. á 12 Schffl. á 16 Mtz.
d) d. Pfund	0,8338 ℔.	á 32 Loth á 4 Quentchen.
e) d. Thaler	1 fl. 45 kr.	á 30 Neugroschen á 10 pf. (Seit 1838) 2=, ⅓ Thlr.
Augusts'dor	9 fl. 38 kr.	½=, 2fache; Pap: 1=, 2 Thlr.=Schein; Banknot. bis 1000 Thlr.

Dresden.

Digitized by Google

Namen der Einheiten.	Werth in bayerischen Einheiten.	Eintheilungen und Bemerkungen.
Leipzig.† a) der Fuß	0,9685 Fuß	á 12″ Die Elle = 0,6786 bay. Ell. = 2′ Leipz.
b) d. Eimer	1,1826 Sch. E.	1 Fud. á 12 Eim. á 63 Schenk-Kannen.
c) d. Schffl.	0,4832 Schffl.	wie Dresden u. 1 Metzen = 4 Mäßchen.
d) d. Pfund	0,8343 Z.	1 Zntr. á 5 Stein á 22 Z á 32 Loth.
Sächsische	**Herzogthüm.**	Den Münzfuß siehe Anmerk. 2. §. 188.
Sächs.-Altenburg. a) der Fuß	0,9855 Fuß	Die Elle wie Leipzig.
b) d. Eimer	1,0577 Sch. E.	á 40 Kannen á 2 Mß. á 2 Nößel.
c) d. Schffl.	0,6324 Schffl.	1 Malt. á 2 Schfl. á 16 Metz. á 4 Mäßch
d) d. Pfund	0,8330 Z.	e) 14 Thalerfuß wie Königr. Sachsen.
Sächs.-Coburg-Gotha (Cob.) a) der Fuß	0,9855 Fuß	12theilig †† e) 14 Thalerf. wie Preußen
die Elle	0,6754 Ell.	Coburger Elle = 0,7038 bayer. Ell
b) d. Eimer	1,1345 Sch. E.	á 40 Kannen á 2 Mß. á 2 Nößel.
c) d. Schffl.	0,3927 Schffl.	1 Malt. á 2 Schffl. á 2 Viertl. á 2 Mß
Simra *	0,4000 Schffl.	*(Koburger Korn=).
d) d. Pfund	0,8346 Z.	(13tr. á 110 Z) Cob.-Handl. Z = 0,9105 Z
Meining.-Hildb.-Sachs.-Weimar-Eis. a) die Elle	0,7634 Ell.	der Fuß = 1,0411 bayer. Fuß.
b) die Ohm	61,222 Mß.	á 2 Eimer á 32 Schenkmaaß.
c) d. Maaß	0,5636 Metz.	1 Hildbrg. } fürglatte Frucht = 0,9306 bay
		Malter. } „ rauhe „ = 1,0762 Sch
d) d. Pfund	0,9105 Z.	e) 24½ Guldenfuß wie Bayern.
Ghzth.-Weimar-Eis. a) d. Werkf.	0,9661 Fuß	á 12″ á 12‴ á 10 Punkte.
die Elle	0,6770 Ell.	die Meile = 25211′ bay. = 26096′ Weimar
b) d. Eimer	1,1428 Sch. E.	á 80 Schenkmaaß = 72 Maaß á 2 Nößel
c) d. *Schffl.	0,3461 Schffl.	(*Weimarer) á 4 Viertl à 4 Metzen.
d) d. Pfund	0,8352 Z.	wie Preußen u. e) 14 Thalerf. wie Preußen.
Sardinien,	**Königreich.**	
Turin, Hauptstadt. a) der Fuß	1,1735 Fuß	(*Piede manuale) á 8 Once.
d. Raso	0,7195 Ell.	á 14 Once. 1 Palmi = 0,3151 bay. Ell.
b) d. Carro	7,6837 Sch. E.	á 10 Brente á 36 Pinte á 2 Boc. á 2 Ort
c) d. Sacco	0,5173 Schffl.	á 5 Emine á 8 Coppi á 24 Cucchiari
d) d. Pfund	0,6587 Z.	1 Rubbo á 25 Z á 12 Once á 8 Ottavi
e) Lire*	28 kr. 2,296 hl.	*nuove di Piemonte á 100 Cent. (seit 1816
Silber: 5, 2=, 1=,	½ u. ¼ Lirestücke	Gold: 20=, 40=, 80= (10=, 50=, 100=) Lirst.
Schweden,	**Königreich.**	
a) der Fuß	1,0172 Fuß	⅙ Ruthe, ⅓ Klafter, ½ Elle, 12″ á 12‴
die Elle	0,7128 Ell.	Die Meile = 17615 bayer. Fuß
b) die Ahm	2,4494 Sch. E.	á 2 Eim. á 2 Anker á 15 Kan. á 2 Stoop
die Tonne	1,9595 „ „	mit der auch Oel, Mehl, Fische ꝛc. gem. wird.
c) die Tonne	0,6589 Schffl.	(ohne Gutm.) á 2 Span á 16 Kap. á 14 Quart
„ * „	0,7413 „	(*Korn) mit Gutmaaß (statt Aufhäufens).

†) In Wälde soll im Königr. Sachsen angenommen werden: der Fuß zu 0,3 Mètre, die Elle zu 0,6 Mètre, das Pfd. zu 0,5 Kilogram., (siehe Baden), die Kanne zu 1 Litre und der Scheffel zu 1 Hectolitre (siehe Frankreich).

††) Coburg hat den 24 einhalb fl. Fuß; Gotha den 14 fl. Fuß.

Digitized by Google

Namen der Einheiten.	Werth in bayerischen Einheiten.	Eintheilungen und Bemerkungen.
d) d. * Pfund	0,7595 Z.	(* Victualien-) 1 Zntr. = 120 Z.
die * Mark	0,6076 Z.	(* Eisengewichts-)
e) Speciesthlr.	2fl.40kr.3,6hl.	à48Schill.-Spec. à12Rundst.(Seit1830)
Gold: Ducaten	5 fl. 26 kr.	2-u.4fache Duc. Silb.: 1, ½, ¼, ⅛, 1/12 Thlrstück.
Papier: (1 Thlr. banc*	=18Schil Sp	= ⅔ Thl. Species (*à 48Schill. banco).
(1 „Reichs.*	=12 „ Sp.	= ¼ Thlr. Species (*à 48 „ Reichsgeld.)
Schweiz,	**Republik.** †	Maaß u. Gewicht nach dem franz. Metr.-Syst.
a) Schweiz. Fuß	1,0279 Fuß	(=0,3 fr. Met.) à 10″ à 10‴ à 10 Strich.
die Elle	0,7203 Ell.	(=0,6 „ „)= 2 schweizerische Fuß.
d. Wegstunde	10446 Fuß	die Ruthe = 10′ schw.; die Klftr. = 6′ schw.
b) die Maaß	1,40315 Maaß	(= 1½ Lit.) 100 Mß. = 1 Saum od. Ohm.
c) das Viertel	0,40475 Mtz.	(= 15 Lit.) 1 Malt. à 10 Vrtl. à 10 Immi.
d) das Pfund	0,89286 Z.	(ein halb. Kilogr.) 1 Zntr. à 100 Z à 32 Lth.
e) Schw. Franc	41 kr. 7,2 hl,	à 10 Batzen à 10 Rappen) Basel, Bern
der Gulden	62 kr. 7 hl.	à 15 „ à 4 kr. (Luzern, Neuschat., Aarau, Freib., Appenz., Soloth. Zürch
	=1½ Frc.	
Livre courant	45 kr. 4,6 hl.	à 20 Sous à 12 Deniers. Im Kant. Genf.
der Gulden	63 kr.	à 12 gute Bas. à 12 hl. Kant. Glarus.
„ „	61 kr. 2 hl.	à 60 kr. à 8 hl. In St. Gallen u. Schaffhausen.
„ „	67 kr.	in Schwyz; à 51 kr. in Uri; à 56 kr. i. Unterw.
Sicilien,	**Königr. beid.**	
a) Palmo *	0,9033 Fuß	(* Fuß) à 12 Zoll, 5 Minut, 2 Punkte.
d. Canna	2,5322 Ell.	à 8 Palmi à 12 Once.
d. Meile	6607,6 Fuß	57,71 auf 1 Grad des Aequators.
b) * Carro	0,6801 Sch. C.	(* Wein-) 2 Botti, 12 Barili. 60 Caraffe.
c) Tomolo	0,2484 Schffl.	à 2 Mezzeti, 2 Quarti, 6 Misure.
d) Oncia *	0,04773 Z.	(* Unze) 1 Cantaro (Ztr.) hat 100 Rottoli à
d. Libbra	0,5728 Z.	= 12 U.; für Seide, Gold ꝛc. (33⅓ Unzen
d. Ducato	2 fl. 1,4 hl.	à 10 Carlini (Silber: Stücke zu 1, 2, 6, 10 u. 12
d. Carlino	12 kr. 0,14 hl.	à 10 Grani (Carlini; 12 Carl. = 1 Scudo.
Gold. Oncet	6 fl. 1½ kr.	à 3 Duc., quintup. zu 15, decuplazu 30 Duc
Spanien,	**Königreich.**	††)
a) der Fuß *	0,9685 Fuß	à 12 Pulgados. (* Castilianische Pies).
die Elle *	1,0179 Ell.	à 3 Pies. (* Castilianische Vara).
d. gesetzl. Meile	14527 Fuß	Reisemeile = 23244′; ord. Meile = 19370′ b.
b) Cantaro	14,7331 Mß.	à 8 Acumbres a 4 Quartillos.
c) Castl. Cahiz	3,0842 Schffl.	à 12 Fanegas, 12 Almudes, 4 Quart.

†) Die bei der Schweiz angegebenen Bestimmungen wurden zwar schon im Jahre 1834 von 12 Kantonen angenommen; es sind aber noch eine Unzahl anderer Maaße und Gewichte im Gebrauche, die hier aufzuführen der Raum nicht zuläßt.

††) In den Provinzen bestehen viele andere Maaße und Gewichte.

Digitized by Google

Namen der Einheiten.	Werth in bayerischen Einheiten.	Eintheilungen und Bemerkungen.
d) Castl. Pfund	0,8217 Pfund.	1 gewöhnlich Quintal = 100 ℔ à 2 Marc
e) Sil.: Piaster	2 fl. 31 kr. 7 hl.	à 20 Reales de Velon à 34 Maravedis
1 Real d. Vel.	7 kr. 4,77 hl.	32 Real d. Vel. = 17 R. d. plata. Rechnet
Gold: Quadrup.	37 fl. 18 kr.	½, ¼, ⅛ Quadruple; Goldpiaster. = 2 fl. 22
Würtemberg, Königr.		Maaß u. Gewichts-Bestim. vom Jahre 1806
a) der Fuß	0,9816 Fuß.	(= 127‴ paris.) 1 Ruthe à 10′ à 10″ à 10‴
die Elle	0,7374 Ellen	1 geom. Meil. = 26000 ′ wrt. = 25571 Toi
b) Helleichmß.	1,71843 Maaß.	1 Fuder = 6 Aimer à 16 Imi, à 10
Schenkmaaß	1,5622 „	Helleichmaaß à 4 Schoppen oder Quar
Trübeichmaaß*	1,7936 „	*(für Wein vor und in der Gährung
c) der Scheffel	0,7971 Schffl.	à 8 Simmer, 4 Vierl., 8 Eckl., 4 Viertelei
d) das Pfund	0,8352 Pfund.	1 Zntr. = 104 ℔ à 32 Lth. à 4 Quentc dies. Zntr. wird auch i. 100 schwere Zeingech
e) der Gulden	1 Gulden.	24½ Guldenfuß wie Baye rn.

Anmerk. In den verschiedenen Artillerien ist als Längenmaaß eingeführt: der rhein. Fuß in Bayern, Dännemark, Hessen (Großherz.) u. Preußen; der französische Fuß in Baden, Kurhessen, Nassau, Neapel, Spanien u. Frankreich (in letzt. aber nur für altartiges Material); der Metre in Frankreich (für das neue Material und die Schußtafeln), Piemont, Belgien u. den Niederlanden; der englische Fuß in Hannover, in Rußland; alle übrigen Artillerien bedienen sich ihres landesüblichen Maaßes, und die meisten auch des landesübl. Gewichts; die bad. u. nassau. jedoch des franz. poids de marc, die großherzogl. hessische des Frankfurter-Pfundes, und Hannover des englischen.

§. 190. Schwere und Dichte einiger Körper.

A. Schwere.

Ein bayerischer Kubikfuß (44,3837 bayer. ℔. (bei 3½° Réaum.) *)
reinen Wassers wiegt (44,30015 „ ℔. (bei 10° Réaum.) **)
Ein bayer. Kubikfuß Regenwasser (von 10° R.) wiegt 44,35 ℔. bay.
„ „ Schenkeimer (2,58 K'. b.) Regenwasser „ 114 ℔. 13½ Lth.
Eine „ Maaß (0,043 K'. b.) Regenwasser „ 1 ℔. 29 Lth.
Ein „ Schäffel (8,944 K'. b.) reinen Wassers (3½° R.) w. 396½ ℔.
Ein rhein. Kubikfuß wiegt bayer. ℔.: ***) von Regenwasser 55,188, von Pulver 51†, von Gußeisen 392,31, v. Kanonenmetall 478,55.

*) Destillirtes Wasser von 3,5 Grad Réaumur (d. i. im Zustande der größten Dichte), und berechnet aus der Angabe, daß 1 Wiener-Kubikfuß destillirten Wassers 3,5 Gr. Réaumur 56,3775 Wienerpfunde wiegt. (Smola's Handbuch 1839).

**) Reduzirt aus der Angabe, daß ein paris. Kubikfuß destilirten Wassers in der Luft bei 10 Gr. R. 69 Pfund 14 Unz. Poids de marc wiegt.

***) Reducirt nach Gassendi. † In den Vorschrft. zur Fertig. der Patr. für die Zündhütchen-Gewehre ꝛc. 1841 ist das Gewicht von 1 rhein. K'. Pulver zu 55,25 Pfund bayer. angenommen, wenn das Pulver ohne Rütteln eingeschüttet wird. Die Dichte des bayer. Pulvers ist dann 0,958.

Digitized by Google

Ein bayerisches Schäffel (8,944 K'. bayer.) wiegt bay. ℔., von

		Mittel		
†) Weizen	276 bis 330	303	Malz	210 bis 220.
Korn (Roggen)	250 bis 300	275	Hülsenfrüchte	290 bis 325.
Gerste	248 bis 270	259	Kartoffeln	270.
„ Mittel aus 14 Jahrgängen		257	Mehl Weizen=	194 bis 216.
Hafer{trock. von schlecht. Gatt. 170; v. guter Gattung 200 bis 205}		187	††) Roggen=	155 bis 200.

*)

B. Tafel der Dichte einiger Körper. (specifisches Gew.).

(Hiebei ist die Dichte des destillirten Wassers von 5,5° R. als Einheit angen.)

	Dichte.		Dichte.
Blei gegossen (rein)	11,330	Holz, Linden	0,55
„ (rein) gepreßt	11,388	Nußbaum	0,67
Bier gewöhnliches	1,035	Tannen	0,60
Branntwein gewöhnl.	0,95 bis 0,9.	Ulmen	0,70
Kanonenmetall	8,758	Kork	0,24
Eis	0,927	Kalk, ungelöschter	1,842
Eisen, Guß=	7,15 — 7,5.	Kochsalz	2,257
„ Schmied=	7,207 — 7,788	Kohle, gew. o. weich.	0,28 — 0,44
Erde, gewöhnliche	1,48	Kupfer gegossen	7,788
Gartenerde	1,63	„ gehämmert	8,878
Flußsand	1,90	Luft, atmosphärische	0,0013
grober Sand oder Lehm	1,92	Mauerwerk	frisch / trocken
Thonerde	2,00	aus Ziegelstein	1,547 / 1,474
feuchter Sand	2,05	aus Bruchst. (von	2,466 / 2,401
feste, mit Kieselstein	2,48	aus Bruchst. (bis	3,206 / 3,122
Getreide{ber. n. Ang. v. Nelkenbrech.}		Messing	7,6 — 8,8
Weizen	0,819	Oel, Lein= o. Brenn=	0,93 — 0,95
Roggen	0,781	„ Baumöl	0,915
Gerste	0,656	„ Terpentin=	0,8725
Hafer	0,504	Pech	1,15
Gold, Ducaten=	18,852	Platina geschmolzen	21,16
Holz, ausgetr. zur Verarb. geeign.:		Pulver, bayer. Kriegs=	0,924
Buchen roth=	0,73	preußisches ordin.	0,926
„ weiß=	0,80	österreichisch. Stück=	0,940
Eichen	0,79	französisches „	0,896
Eschen	0,73	Queckssilber bei 0 Grad R.	13,598

†) Das Gewicht des Getreides ist verschieden nach Jahrgängen und dem erzeugenden Boden. Die obigen Abwägungen wurden in theils guten, theils schlechten Jahrgängen an Getreide des Münchner=Marktes vorgenommen, wobei das Getreide nach gewöhnlicher Art in das Maaß geschüttet wurde. Mit diesen Angaben stimmen auch jene von Nelkenbrecher, die in der Tafel B. unter Getreide angegeben sind, ziemlich überein. Alter Hafer (trocken und rein) von nur 159 b. Pfund und neuer von nur 166 b. Pfund das bay. Schäffel sind verwerflich (Aide Mem. v. L'aîné).

††) Die geringere Schwere bezieht sich auf Mehl von Trocken= oder Walz=Mühlen. Man erhält von 1 Schffl. guten Getreides $1\frac{1}{6}$ Schffl. Mehl; hievon ist bei Korn ein halbes Schffl. Weiß= und $\frac{5}{6}$ Backmehl.

*) Die Raumeinnahme von Heu siehe §. 215.; die Abweich. d. Magnetnadel §. 210.

Digitized by Google

	Dichte.
Salpeter, geschmolzen	2,745
„ kristallisirt	1,900
Schwefel, (natürlicher)	2,00 — 2,03
„ gegossener	1,80 — 1,99
Silber, rein geschmiedet	10,511
Stahl, geschmiedet	7,840
gehärtet	7,833
Steine, Ziegel=	1,41 bis 1,86
Sandstein	2,416
Granit=	2,643 bis 2,654
Marmor	2,687 bis 2,838
Steinkohle	1,27 bis 1,40
Schweinschmalz	0,9368

	Dichte.
Salpetersäure (concentr.)	1,580
Talg, (Unschlitt)	0,942
Vitriolöl (Schwefel=Säure)	1,85
Wachs, gelbes	0,965
Wasser, destil. von $3\frac{1}{2}$° R.	1,000
„ Regen=	1,0013
„ Fluß=, von	1,001 — 1,007
„ Brunnen=	1,008
„ Meer=	1,0265 bis 1,028
Wein	0,992 bis 1,082
Weingeist	0,825 bis 0,9
Zink, gegossen	7,19
Zinn, englisches	7,29.

Gebrauch der Tafel B. Die Zahlen, welche (unter B.) anzeigen, wie vielmal ein Körper dichter sey als Wasser, geben hiedurch an, wie vielmal dieser Körper schwerer ist als eine gleich große Menge Wassers. Um daher das Gewicht von 1 Kubik=Fuß eines Körpers zu erfahren, multiplicire man mit dessen Dichte (spezifischen Gewichte) die Zahl 44,3837 Pfund, d. i. die Schwere von 1 bay. Kub. Fuß Wasser. Soz. B. wiegt 1 b. K'. Gartenerde 44,3837 × 1,63 = 72,345 ℔ bayerisch. Ferner wiegt 1 bayer. Schenk=Eimer Bier 118 Pfund 13 Lth. Um aber die Dichte (spezif. Gew.) eines Körpers zu erfahren, dividire man das Gew. von 1 K'. desselben, durch 44,3837 ℔.

C. Gewicht und Brennwerth von Holz, Torf, und Steinkohlen.

a) Unmittelbar nach dem Fällen; b) nachdem es 4—5; c) Monate im Freien aufgeklaftert gest. Holzart.	1 b. K'. wiegt b. Pfund a.	b.	c.	c) Brennwerth, jenen von einer gleichen Massa Rothbuchenholz zu 100 angesetzt. Holzart.	1 b. K'. wiegt b. Pfund. a.	b.	c.
Rothbuchen	44,7	36	100	Weißerlen	32,1	24	65
Weißbuchen	46,0	42	105	Schwarzerlen	37,2	30	55
Ahorn, gemeiner	41,5	35	105	Linden	36,6	30	55
Eschen	43,3	37	105	Weide, weiße	43,6	35	50
Ulmen	42,6	37	90	Torf, leichter, weiß. Moos=,		13	45
Eichen, gemein.	47,8	40	86	leichter, brauner, Rasen=,		17	60
Birken	41,3	35	82	*) locker. schwarzer Sumpf=,		22	70
Föhren	39,9	31	80	schwer. braunschwarzer „		33	105
Fichten	37,0	28	73	schwerster, schwarzer „		56	120
Lärchen	38,6	34	70	Steinkohlen (von mittlerer		60	400
Tannen	37,9	32	68	Braunkohl. (Güte)		50	150

*) Torf aus der Umgebung von Schleisheim stimmt mit dieser Gattung überein.

*) Trockenes Holz nimmt, wenn es einige Zeit im Wasser liegt, beinahe wieder die Schwere von frischem Holze an. Durch Theeren kann diesem begegnet werden.

Digitized by Google

Eine bayerische Klafter (6′lang, 6′hoch und 3½′ Scheitlänge) trockenes Brennholz wiegt bayer. Zntr. in Fichtenholz 18 (*), in Buchen 20 bis 23, Eichen 23, Birken 19—21, Föhr. 18—20, Tan. u. Erl. 15—16½.

In der bayer. Klafter Scheiterholz (126 b. K′.) sind (nach Dätzel's Tafeln für Forstmänner 1840) enthalten volle bay. Kubikfuß Holz, bei Tannen und Fichten 89, bei Rothbuchen 88, bei Kiefern (Föhren) und Lärchen 86, bei Aespen, Birken, Erlen und Weißbuchen 83, bei Eichen 81.**)

Anmerkung. Das unter C angegebene Gewicht von 1 K′. Holz zeigt auch, wie schwer ein solcher belastet werden könne, bis er im Wasser untersinkt. Da z. B. 1 Kubikfuß Wasser 44,3 Pfund, 1 K′. frisches Tannenholz aber 37,9 Pfund wiegt, so kann 1 K′. Tannenholz 44,3 — 37,9 d. i. 6,4 Pfund tragen, ehe es untergeht. Bei Floßbrücken oder Flößen, zum Uebersetzen von Mannschaft, rechnet man aber als Belastung nur die Hälfte jenes Gewichtes, welches den Floß zum Untersinken bringen würde. Hiebei ist das Gewicht: a) einer Rotte (3 Mann) Infanterie, von 4½ bis 5 Zntr., vertheilt auf 12 □′; b) eines Pferdes, von 6 bis 7 Zntr. sammt Reiter 8 bis 8½ Zntr., vertheilt auf 36 □′; c) eines ausgerüsteten unbespannten 12pfünders mit Protze 40,2 Zntr., desgleichen 6pfünders 28,8 Zntr., vertheilt auf 325 □′.

D. Verschiedene Notizen.

Geschwindigkeit. Der Schall durchläuft in einer Secunde 1168 bayerische Fuß ***) oder 500 Schritt (zu 28″). Gewöhnliche Taschenuhren machen in 1 Secunde 5 Spindelschläge; der Puls in 1 Minute gewöhnlich 72 Schläge. Der Schall durchläuft daher in 1 Spindelschlage 100 Schritt, in 1 Pulsschlag 417 Schritt.

Geschwindigkeit nach Fußen in 1 Secunde: der Flüsse im Durchschnitt 3 — 4, des Rheins 3, der Donau 5 — 6, des Sturms 40 — 120, des schnellsten Segelschiffes 14, des Rennpferdes 42 — 80, des schnellsten Eisenbahndampfwagens 60 — 80, der Musketenkugel 1200′; des Lichtes 40000 Meilen in 1 Secunde.

E. Militärische Notizen.

Infanterie. Geschwindigkeit per Minute (in Schritten zu 28″ Länge): im Ordinärschritte 88, Feldschritte 100 — 104, Geschwindschritte 132. Raumeinnahme: Breite eines Mannes 21″; Gliederabstand 18″ (vom Rücken des Vor- zur Brust des Hintermannes†); Frontbreite einer Compagnie (zu 48 Rotten u. 3 Zugsführer) 38 Schritt; Frontbreite eines Bataillons (zu 12 Zügen à 24 Rotten, Fahnensec-

*) Forstholz, gemessen im k. Holzgarten und gewogen auf der k. Heuwage. In der Klafter waren 116 starke Scheiter, die mittelgroßen 17 Pfund wiegend. Mit der Stärke der Scheiter nimmt das Gewicht und der volle Inhalt der Klafter zu, und so umgekehrt ab.

**) Hieraus ergibt sich, in Verbindung mit dem unter C) angegebenen Brennwerthe, der verhältnißmäßige Werth der Klafter von verschiedenen Holzarten. Brennwerth und Schwere ist auch nach dem Waldboden verschied.

***) Bei 15 Grad Reaumür. Für jeden Grad mehr (oder weniger) geht der Schall 2,6 Fuß schneller (oder langsamer).

†) Die Tiefe einer Rotte von 3 Mann wird gewöhnlich zu 6′, von 2 Mann zu 4 Fuß, angenommen.

Digitized by Google

tion und Zugführer) 228 Schritt; Abstand von nebeneinander stehenden Bataillonen 18 Schritt; in ausgedehnter Ordnung Rottenabstand 6 Schritt, Gliederabstand 2 Schritt und ein halber Schritt rechts seitwärts. Die Visirschußweite des Infanteriegewehres ist 180 Schritt. (Vorschr. f. d. Unt. i. d. Waffenüb. d. Inf.).

Kavalerie. Geschwindigkeit.: 100 Klftr. (à 6′) im Schritte in 4 Min. 20 Sec., im Trabe in 2 Min. 3 Sec., im Galoppe in 1 Min.†). Das Dienstpferd trägt unbeschadet seiner Ausdauer 180 Pfund täglich 12 Stunden, 300 Pfund täglich 8 Stunden; es trägt 150 Pfund und zieht zugleich 750 Pfund acht Stunden täglich.††) Raumeinnahme: Breite des Pferdes ein Schritt, Länge 3 Schritt od. 7 Fuß; Tiefe einer Rotte sammt Abstand der beiden Glieder 7 Schritt. Frontbreite einer Escadron (48 Rott. mit 4 Zugskommandanten im Gliede) 52 Schritt; einer Division (zu 96 Rott. mit 8 Zugskom. und einem Escadrons-Intervall von 12 Schritt) 116 Schritt; eines Regiments (zu 3 Div. oder 6 Esc. in Schlachtordnung mit 5 Esc. Interv.) 372 Schritt; Tiefe 11 Schritt. Die Visirschußweite des Carabiners (Amberger Modell) ist 85 Schritt, der Pistole 25 Schritt. (Vorschr. f. d. Unt. i. d. Waffenüb. f. d. Caval.)

Artillerie. Die Länge eines 6spännigen Geschützes oder Wagens beträgt 20 Schritt. Die Länge einer 6 spän. Batt. in d. Kolonne zu eins ist 365 Schritt (16×20+15 Pferdslängen-Abstände zu 3 Schritten). In der Frontaufstellung: Abstand der beiden Linien aufgeprotzt 3 Schritt, abgeprotzt 40 Schritt. Zwischenraum von Achsschenkel zu Achsch.: im Park 6 Schritt, zum Manövriren 20 Schritt. Daher Frontbreite einer Batterie beim Manövr. 162 Schritt (7×20+8 Achslängen zu 76″ rhein.).

Ausgerüstet wiegt in bayer. Pfunden: die 6 Pfdr. Kanone 2880 (mit 50 Schuß i. d. Protze); der 6 Pfdr. Wurfwagen 3060 (mit 100 Schuß in Protze und Wagen); die 12 Pfdr. Kanone 4020 (mit 30 Schuß i. d. Protze); der 12 Pfdr. Munitionswagen 3600 (mit 82 Schuß). Die Geleisweite der Feldartillerie ist 58½″ rhein. Die Visirschußweite des Feld-6pfdrs 700 Schritt, (§. 188. b.), des Feld-12pfdrs 800 Schritt.

Der Lagerraum in Verschanzungen beträgt Quadratfuß: a) für ein Geschütz mit Bedienung 216, mit unbespannter Protze 325, bespannt 750; b) für ein Pferd 60; c) für 1 Mann in Blockhäusern 12, bei Hüttenlagerung 23 (in der Hütte selbst 12), in geschlossenen Schanzen 15 — 18 (auf kürzere Zeit wenigstens 12½, auf längere 36).

Raum an der Brustwehr: a) per 3 Fuß (oder 1 Schritt) höchstens 3 Mann (1 Rotte), wenigst. 1½ Mann: ½ hievon ist jedesmal Reserve; b) für ein Geschütz 16 bis 24 Fuß.

Die Brustwehr von Erde muß oben stark seyn: Gegen Flintenfeuer 3—6′, gegen leichtes Geschütz 8—10′, gegen 12 Pfdr. 12—15′.

†) Nach Smola legt der Reiter zurück binnen einer Minute im Schritte 180—200, im Trabe 250—300, im Galopp bis 500, im vollen Laufe 600 Schritt.

††) Nach Erfahrungen des fr. Artil. Kapitän Morin kann ein Pferd täglich im Schritte auf gebahnten Wegen eine Wagenbelastung von 12½ Zentner 5 Meilen weit in 10 Stunden Zeit führen.

Digitized by Google

Zweiter Anhang.

Resultate

der Uebungsbeispiele.

Nro. §. 191.

1] Zweiundsiebenzig Millionen, fünfhunderteinunddreißig tausend=sechshundertneunundachtzig.

2] 246 Millionen, fünftausend=dreiundachtzig.

3] Fünfhundert Millionen, und sechs.

4] *)3 Tsd.= 240Billionen, 609 Mill., 700 Tausend u. fünf.

5] 80 Tsd.= 300 Bill., 700 Tsd.= 700 Mill., und 7 Tsd.

6] 2 Tsd.= 60 Trill., 8 Bill., 970Tsd. Mill., 604 Tsd. u. 9.

7] Eine Billion Pfenninge betragen 250 tausend Millionen Kreuzer oder 4 Tsd.= 166 Mill., 666 Tsd.= 666 Gulden und 40 kr., und wer täglich zwölf Stunden, in jeder Minute hundert Pfenninge zählte, würde acht und dreißig=Tausend zweiundfünfzig Jahre brauchen.

8] Die Grenzlinie beträgt siebenhunderteinunddreißig geogr. Stunden, der Flächeninhalt dreizehnhundert ein und achtzig Quadrat=Meilen, auf denen vier Millionen, 370 Tausend 977 Seelen wohnen. (1Tsd. achthundert und vierzig).

9] Bayern ... im Jahr 1 Tsd. 827... von 4 Mill. 44Tsd. 569 Seelen in 842Tausend 753 Familien; Ende 1Tsd. 840 aber 4 Millionen, 370 Tausend neunhundert sieben und siebenzig Seelen in 959 Tsd. 99 Familien.

10] Infanterie 42 Tausend 456 Mann, Kavalerie 9 Tsd. 534 Mann, Artillerie 3 Tausend 154 Mann, und Fuhrwesen 1 Tausend 95 Mann.

11] 9 Mill. 793 Tsd. 266 Tagwerke Aecker, 2 Mill. 792 Tsd. 160 Tgw. Wiesen, 363 Tsd. 812 Tagwerke Weinberge ꝛc., 6 Mill. 444 Tsd. 876 Tagwerke Waldungen, 507 Tsd. 247 Tagwerke Gewässer, 2 Mill. 332 Tsd. 711 Tagwerke Weiden ꝛc.

12] Die Frauenkirche ist 335, die Martinskirche 470 und die Zugspitze ist 10630 Fuß hoch.

*) Der Kürze wegen sind in den Beispielen 4 mit 11, die dreiziffrigen Zahlen mit Ziffern geschrieben; Anfänger werden jedoch auch diese mit Worten schreiben.

Digitized by Google

Nro.

13] Der Flächenraum ist 22 234 072 Tagwerke.
14] Der Umkreis 5 400, die Oberfläche 9 281 956.
15] Der Durchmesser ist 1719, der Raum 2 650 686 000.
16] Die Entfernung der Sonne 20 682 329 Meilen, jene des Mondes 51 706 geogr. Meilen.
17] LVIII; CCCXIX; MDCCCXLI.
18] CDLXXIV; MDCCCXII; MMMMMMMMMCMLXXII.
19] Den 29ten April 1790.
20] 407. 21] 94. 22] 944.
23] Der im Jahre 999 als Sylvester der zweite ꝛc.
24] 39.
25] 35.
26] 101.
27] 368.
28] 1802.
29] 15 140.
30] 405 885.
31] 19 092 284.
32] 65 793 422.
33] 77.
34] 86.
35] 138.
36] 674.
37] 59.
38] 143.
39] 712.
40] 54.
41] 1104.
42] 20 142 606.
43] 611 101.
44] 108.
45] 1887.
46] 28 714.
47] 70 482 fl.
48] 949 fl.
49] 7 906 709
50] 100 175.
51] 377.
52] 376.
53] 29.
54] 43.
55] 19 kr.
56] 19 Patron.
57] 15 Hunderter.
58] 28 Tausender.
59] 18 Zehner.
60] 48 Mann.
61] 63 Pfund.
62] 688 Mann.
63] 100 536 fl.
64] 5820 Portionen.
65] 3 933 072 Pfund.
66] 4 006 368.
67] 2 851 100.
68] 60 317 485.
69] 7 829 883.
70] 32 130.
71] 3 806 000.
72] 4 164 952 000.
73] 311 490 630 000 fl.
74] 55 458 fl.
75] 55 244 Musketen.
76] 64 985.
77] 671 762.
78] 60 444.
79] 37 084.
80] 155 279.
81] 36 800.
82] 2 116 800.
83] 221 760 000.
84] 1 269 531 036 000.
85] 505 908 936.
86] 72 101 035.
87] 19 910 576.
88] 6 604 136.
89] 3 776 962 849.
90] 364 500.
91] 7 516 800 000.
92] 33 081 263 400.
93] 410 409 936 048.
94] 83 700.
95] 16 129 800.
96] 4 288 054 630.
97] 67 365 270 000.
98] 28 kr.
99] 111 fl.
100] 270 fl.

Digitized by Google

Nro.

101] 664 fl. 102] 686.
103] 594. 104] 9.
105] 4. 106] 7.
107] 9 und Ueberschuß 2.
108] 4 und den Rest 5.
109] 7 und den Rest 2.
110] 7 fl. 111] 7mal.
112] 8 ganze Kerzen.
113] Täglich 8, am letzten Tage 11 Stunden.
114] 342 014.
115] 210 222. 116] 10 110.
117] 329 589.
118] 780 236 und den Rest 1.
119] 326 021.
120] 933 352 und den Rest 1.
121] 1 067 500.
122] 9 926 470 u. den Rest 1.
123] 72037. 124] 1 780 120.
125] 4 941 914 u. den Rest 2.
126] 15 839. 127] 1 200 092.

§. 41. Die vollständig. Quotienten zu

118] $780\,236\frac{1}{2}$; zu 120] $933\,352\frac{1}{8}$.
127] 1 200 092; „ 130] $119\,655\frac{1}{8}$.
131] $347\,117\frac{7}{9}$; zu 135] $361\frac{7}{32}$. 137] $1421\frac{85}{203}$.
138], 139], 141] und 142] wie oben;
149] $139\frac{2}{60}$; zu 148] $1217\frac{281}{620}$; 152] $9456\frac{8}{10}$.

153] $8025\frac{27}{512}$. 154] $9\frac{53}{87}\frac{49}{05}\frac{99}{8}$.
155] $88\frac{33}{792000}$.
156] $2029\frac{6302}{900000}$.
157] 42. 158] $10566\frac{47}{60}$.
159] $876\,052\frac{1}{8}$. 160] 50 067.
161] $27\frac{837}{1000}$. 162] $513\frac{5}{48}$.
163] 30 400 006.
164] 36 fl. 165] $52\frac{1}{7}$ Woch.
166] $20\frac{2}{8}$ kr. 167] 25 Mann.
168] $10\frac{5}{6}$ T. 169] 118 336.
170] 57 078.
171] 35 991 228.

Nro.

128] 607 295 u. den Rest 2.
129] 920 032.
130] 119 655 u. den Rest 1.
131] 347 117 und den Rest 7.
132] 1 055 649.
133] 212. 134] 5 723.
135] 361 und den Rest 7.
136] 853. 137] 1421, Rest 85.
138] 483. 139] 203 005.
140] 50 400. 141] 40 009.
142] 300 009.
143] 445 und den Rest 1.
144] 22 160 u. d. Rest 3106.
145] 99 und den Rest 191.
146] 532 „ „ „ 196.
147] 71 „ „ „ 4903.
148] 1217 „ „ „ 281.
149] 139 und den Rest 2.
150] 87 und den Rest 71 648.
151] 78 612.
152] 9456 u. den Rest 8.

172] 330 576.
173] 16 639 783.
174] 4 928 164.
175] 230 893 320.
176] 24 175. 177] 48 000.
178] 2 091 500.
179] Die 1. Schütz. 3312 Patr.; 1 Füs.) 3852; 2) 5112; 3) 3096; 4) 1404; 5) 5688; 2 Schütz. 4536; 6) 2664; 7) 2484; 8) 1620; 9) 3096; 10) 3888 Patronen.

Digitized by Google

Nro.

180] a)94 965fl.;b)315 089fl.
c) 4 571 956 fl.;
d) 393 009fl.;e)37012fl.
f) 1 244 285 fl.;
181] 3575. 182] 29 532.
183] 6·769 068.
184] 13424. 185] 130 965.
186] 1 129 184.
187] 815 308. 188] 546 380.
189] $28\,407\frac{2}{10}$.
190] $113\,264\frac{68}{100}$.
191] $15\,638\frac{12}{100}$ (oder $\frac{6}{50}$.)
192] 698 433.
193] a) 747 Pfund;
b) 878 Pfund 3 Ont.;
c) 30052 Pfund.
194] a) 6493 Verschläge und 78 Päckchen Rest.;
b) 5664 Verschläge und 94 Päckchen Rest;
c) 185 691 Verschläge und 61 Päckchen Rest;
d) 588 Verschläge und 18 Päckchen Rest.
195] 58 430 fl. 6 Batzen.
196] 6960 Fuß 9 Zoll.
197] 8 656 Pfund 16Loth.
198] * 189 kr.
199] Die 4 erst.Tag.13kr.wen.
200] 328 kr. 201] 5 fl. 28 kr.
202] $23\frac{5}{8}$ kr. 203] 30fl. 36kr.
204] 25 fl. 34 kr. 205] 11 kr.
206] 14 367 fl.
207] 1270 fl. 30 kr.
208] 51 060 kr.
209] 67 fl. 45 kr.

Nro.

210] 3780 Patronen.
211] 13 fl. 12 kr.
212] 3956 Pfund.
213] 7 Stück 106 Pfund.
214] Wöchentl.1fl., jährl.52fl.
215] 32 Mann.
216] 888 Pfund.
217] Menage-Zettel.

6 ℔. Fleisch zu 8 kr.	48 kr.
1 ℔. Salz zu 4 kr.	4 „
Grünes . . .	1 „
Brod	17 „
Summe	1 fl. 10 kr.

218] 12 Tage. 219] 15Tage.
220] 83 Mann.
221] 6 Sectionen, jede zu 5 Rotten und 2 Sectionen jede zu 6Rott. (1R. blind.)
222] a) 1028 Mann;
b) 43 Rotten, von denen in 4 Comp.eine blind ist.
c) in jederComp. 3 Sect. zu 6 Rotten, u. 5 Sect. zu 5 Rotten.
223] 3165 Seelen.
224] 8 Regiment. zu 2064 M. jedes, u. 1 Reg.zu1763M.
225] Die Zunahme von 1837 bis 1840 ist 326 408 Seelen; daher die jährliche 25 108 sehr nahe,und von 1827 bis 1837 ist sie 251 083Seel. (sehr nahe).
226] 22 234 072 Tagwerke.
227] 324 Jahre.
228] 18 fl. 33 kr.

*) Anmerkung. Bei den folgenden Beispielen sind zwar nur die Resultate angegeben; Anfänger dürfen aber nicht blos trachten, diese schnell finden zu lernen; sondern sie müssen sich bei jeder Aufgabe zuerst deutlich machen, und namentlich angeben, welche Rechnungsart, und warum sie zur Beantwortung führt.

Digitized by Google

Nro.

229] a) im Ordinärschritte 1 Stunde $1\frac{7}{8}\frac{6}{8}$ Minut.
b) im Feldschritte $54\frac{44}{100}$ Minuten.
c) im Geschwindschritte $41\frac{52}{132}$ Minuten.
230] $16\frac{3}{4}$ Kubikfuß.
231] 3780 Kubikfuß.
232] $471\frac{14}{124}$ d. i. nahe 471 M.
233] 4600 bayer. Fuß.
234] 1 Stunde u. 7997 Fuß.
235] 127050 fl.
236] 194 Pantalons.
237] 3608760 Patronen.
238] $4088\frac{1}{2}\frac{44}{12}$ Schäffel.
239] 135840 hl.
240] 74163 pf.
241] 36398 hl.
242] 69885 Loth.
243] 68664‴ Ddz.
244] $34\frac{1}{4}$″ Ddz.
245] 152436″ Ddz.
246] 1398 Halbe.
247] 13344 Bögen.
248] 15 fl. 45 kr. 3 hl.
249] 3 fl. 26 kr. 1 pf.
250] 219 fl.
251] 81 fl. 21 kr.
252] 19° 2′ 1″ Ddz.
253] 25 Ztr. 14 Z. 21 Lth.
254] 285 Stück Lichter.
255] 46 Pfund 3 Stück.
256] 26 Klftr. 7 Achtelsklftr.
257] 225 Klft. 7 Achtl.
258] 309 Achtelsklafter.
259] 42 fl. 50 kr.
260] 80460 Quint.
261] 27084 pf.
262] 14 Zntr. 95 Z. 29 Lth.
263] 29 Vis.-Eim. 16 Maaß.

Nro.

264] 788 Port. à 1 Quart.
265] 2236 Mann.
266] 2391 fl. 28 kr.
267] 5735 Port. zu 1 Mäßl.
268] 51840 Quartblätter.
269] 3 Rieß 16 Buch 1 Bog.
270] 21 fl. 5 kr.
271] $2800\frac{2}{3}\frac{6}{3}$ Schritt.
272] 1330 Tage (das Jahr zu 365 Tag, den Monat zu 30 Tag gerechnet).
273] 785396 Scrupel Dz.
274] 14° 2′ 8″ 9‴ 1ᴵᵛ Dz.
275] 58400 fl.
276] 177 fl. 30 kr.
277] 250 fl. 278] 18 fl. 45 kr.
279] 38 fl. 24 kr.
280] 130 fl. 40 kr.
281] 3 fl. 7 kr. 2 pf.
282] 118 fl. 7 kr. 2 pf.
283] 3 fl. 35 kr.
284] 9 fl. 4 kr.
285] 140 fl. 51 kr.; 16 fl. 10 kr.; 325 fl. 7 kr.
286] 36 fl. 30 kr.
287] 33 fl. 5 kr.
288] 11 fl. 24 kr.
289] 23 fl. 6 kr.
290] 79 fl. 48 kr.
291] 33 fl. 36 kr.
292] 219 fl. 45 kr.
293] 24 fl. 56 kr.
294] 15 fl. 50 kr.
295] 33 fl. 34 kr.
296] 48 fl. 10 kr.
297] a) 46° 9′ 2″ 4‴ Dz.
b) 46° 6′ 8″ Ddz.
298] 53 fl. 53 kr. 1 hl.
299] 331 fl. 14 kr. 2 pf.
300] 2335 fl. 53 kr. 2 pf. 1 hl.

Digitized by Google

Nro.

301] 9 fl. 53 kr.
302] 906 fl. 53 kr. 2 hl.
303] 228 fl. 37 kr.
304] 69 fl. 7 kr.
305] 101 Ztr. 89 ℔. 14 ℒ. 1 Qt.
306] 365 Ztr. od. 36500 ℔
307] 4 ℔. 2 Lth. 1 Qt.
308] 9 Eim. 4 Mß. 2 Qrt.
309] 3 Eim. 22 Mß. 6 Achtl.
310] 35 Fuder 1 Eimer.
311] 267 Schffl. 4 Metzen.
312] 3 Schfl. 5 Mtz. 1 Vrtl. 2 Mß.
313] 1 fl. 16 kr. 4 hl.
314] 8 fl. 35 kr.
315] 1 fl. 53 kr.
316] 8 fl. 39 kr. (1 Bayerth. zu
317] 7 fl. 12 kr. (2 fl. 27 kr.)
318] 86 fl. 41 kr.
319] 80 fl. 12 kr. 6 hl.
320] 1362 fl. 32 kr. 2 pf.
321] 344 fl. 8 kr. 4 hl.
322] 59 kr. 6 hl.
323] 4 fl. 7 kr. 2 hl.
324] 16 fl. 47 kr. 3 pf.
325] 6 fl. 26 kr. 6 hl.
326] 12 fl. 35 kr. 5 hl.
327] 8 fl. 7 hl. zu wenig empf.
328] 3 fl. 17 kr. 4 hl. zu viel „
329] 30 fl. 56 kr. 7 hl.
330] 13 Ztr. 7 ℔ 8 Lth.
331] 46 ℵ. 21 Lth. 2 Qt.
332] 30 Ztr. 85 ℵ. 29 Lth.
333] 59 Ztr. 53 ℵ. 6 Lth. 2 Qt.
334] 48 ℵ. 26 Lth.
335] 2 Klftr. 6 Achtel Guthaben.
336] 1 ℵ. 15 Stück Guthaben.
337] 1 Elle 6 Achtel.
338] 3 Eim. 28 Mß. 3 Achtl.
339] 1 Schffl. 2 Mtz. 5 Mäßl.
340] 3 Ballen 3 Rieß 15 Buch.

Nro.

341] 2 Mtz. 1 Vrtl. 4 Mßl. 1½ Qr.
342] 185 Schffl. 3 Mtz.
343] 4 Vif.-Eim. 49 Mß.
344] 3 Fud. 3 Ohm 27 Mß.
345] 4 Tag 15 St. 54 Min.
346] 22 Jahr 7 Mt. 24 Tag.
347] 26 „ 7 „ 27 „
348] 3 „ 1 „ 18 „
349] 3 Jahr 8 Mt. 19 Tage hat der Unteroffiz. noch zu dienen.
350] 1 J. 1 M. 4 T. als Gemeiner, 4 „ 4 „ 19 „ „ Corporal, 2 „ 7 „ 3 „ „ 2. Wchtm.
351] 109 Jahr, 7 Mt, 24 Tag, 14 Stund. und 45 Minut.
352] 36 Jahr, 7 Mt. u. 26 Tag wurde Friedr. d. Gr. älter.
353] Geboren 1737 am 17. Mai Nachmitt. 3 Uhr 48 Minut.
354] 1745 am 20. Januar.
355] 37 kr. treffen heraus.
356] 1 fl. 56 kr. trifft heraus.
357] 1 fl. 35 kr. „ „
358] 1 fl. 28 kr. 3 hl. „ „
359] 43 kr. 360] 54 kr.
361] 330 fl. 30 kr. 4 hl.
362] 8 fl. 4 kr. 7 hl.
363] 567 fl. 12 kr. 4 hl.
364] 3 fl. 30 kr.
365] 885 fl. 1 pf.
366] 834 fl. 2 kr. 1 pf.
367] 2278 fl. 19 kr. 3 pf.
368] 7 fl. 58 kr. 6 hl.
369] 239 fl. 44 kr. 2 hl.
370] 43 fl. 15 kr.
371] 2 Ztr. 36 ℵ. 22 Lth.
372] 585 Ztr. 44 ℵ.
373] 255° 9′ 5″ 3‴ Ddz.
374] 7° 11′ 1″ 10‴ Ddz.
375] 41 Vif.-Eimer 19 Maaß.

Digitized by Google

Nro.

376] 24 Sch.=Eimer 44 Mß.
377] 258 Schffl. 4 Mtz. 1 Vrtl.
378] 1 Schffl. 1 Mtz. 1 Vrtl.
379] 57 Klftr. 6 Achtl.
380] 1 Ballen 8 Buch 3 Bogen.
381] 430 Z. 8 Stück.
382] 15 fl. 54 kr.
383] 56 fl. 10 kr.
384] 967 fl. 48 kr.
385] 32235 fl. 45 kr.
386] 1367 fl. 30 kr.
387] 10198 fl.
388] 45 Ballen 9 Rieß.
389] 95° 8′ 2″ 8‴ Dez.
390] 2003 Eimer 45 Mß.
391] 529 Ztr. 95 Z. 30 Lth.
392] 43902 fl. 34 kr. 7 hl.
393] 71943679 fl. 25 kr. 7 hl.
394] 13225808 fl. 29 kr.
395] 39 Ztr. 1 Z. 22 Lth. 3 Qt.
396] 32 fl. 9 kr. 1 hl.
397] 73 fl. 40 kr.
398] 1470 fl. 32 kr.
399] 3034 fl. 37 kr.
400] 284 fl. 54 kr.
401] 15 Schffl. 6 Mßl. 1 Drß.
402] 238 fl. 58 kr.
403] 37 Klftr. 3 Achtel.
404] 13 fl. 15 kr. **405**] 17 fl.
406] 8 fl. 36 kr.
407] 4 fl. 52 kr. 2 pf.
408] 16 fl. 40 kr.
409] 132 fl. 4 kr.
410] 9 fl. 48 kr.
411] 81 fl. 30 kr. in 30 Tag.
991 fl. 35 kr. „ 365 „ .
412] 20 fl. 53 kr. 4 hl. „ 92 Tag.
2 fl. 29 kr. 7 hl. „ 11 „ .
413] 25 fl. 20 kr.
414] 16 fl. 15 kr.

Nro.

415] 5 fl. 15 kr.
416] 2 fl. 21 kr. 2 hl.
417] 43 fl. 12 kr.; 234 fl. 54 kr. und 337 fl. 30 kr.
418] 19 fl. 36 kr.; 66 fl. 9 kr.; u. (d. Bayerth. 2 fl. 27 k.) 350 fl. 21 kr.
419] 29 fl. 45 kr.; 196 fl.
419] *31 fl. kostet 1 Eimer.
420] 5 fl. 37 kr. 2 pf.
421] 6 fl. 30 kr.
422] 4 fl. 24 kr. **423**] 48 kr.
424] 5 fl. **425**] 62 fl. 55 kr.
426] $18\frac{5}{9}$ Theile zu 1 fl. 9 kr.
427] $654\frac{1}{2\,2\,9}$ Theile.
428] In $6\frac{3\,6}{1\,9\,4}$ Theile.
429] $244\frac{4}{1\,1}$-mal.
430] $219\frac{1}{5\,5}$ Theile.
431] 31744 Kugeln.
432] 20988 Patronen.
433] 39 fl. 18 kr. $4\frac{3}{8}$ hl.
434] 94 Z. 29 Lth. 3 Qt.
435] a. 6′ 0″ 3‴ $9\frac{3}{2\,5}^{IV}$ Dz.
b. $4°\,2'\,10''\,2'''\,10\frac{9\,4}{1\,3\,7}^{IV}$ Dz.
436] 2 fl. 15 kr. $3\frac{7\,6}{1\,0\,8}$ hl.
437] 19 fl. 47 kr. 5 hl.
438] 62 fl. 31 kr. $1\frac{5}{6}$ pf.
439] 2 fl. 31 kr. $4\frac{1}{3\,6}$ hl.
440] 4 fl. 23 kr. $1\frac{1\,9}{3\,0\,5}$ hl.
441] 14 Lth. 2 Quint.
442] $1\frac{6\,8\,7}{1\,0\,2\,5}$ Quart.
443] 843 fl. 26 kr. 7 hl.
444] 2 Schf. 2 M. 1 V. 4 M. $1\frac{8}{8\,5}$ D.
445] 1° 7′ 7″ 8‴ $5\frac{1}{1\,7}^{IV}$ Dez.
446] 3 fl. 36 kr. **447**] 25 fl.
448] 1 fl. 51 kr. **449**] 39 kr.
450] 1 fl. 25 kr.
451] 1 fl. 14 kr. **452**] 23 kr.
453] 28 kr. $6\frac{3}{3\,2}$ hl.
454] 43 kr. 2 pf.
455] 190 fl. 55 kr. $2\frac{2}{7}$ hl.

*) Seite 129.

Digitized by Google

Nro.

456] 27 kr. $1\frac{16}{30}$ hl.
457] 1 fl. 13 kr. $2\frac{2}{11}$ hl.
458] 2 fl. 39 kr. $2\frac{6}{9}$ hl.
459] 2 Klftr. $6\frac{1}{6}$ Achtelsklftr.
460] 2 Eimer $6\frac{1}{17}$ Maaß.
461] 37 Kronenthaler 6 kr.
462] 203 Kronenthlr. 24 kr.
463] 139 „ 34 kr.
464] 75 halb. Krthlr. od. 40 bay. Thlr. (à 2 fl. 27 kr.) u. 2 fl.
465] 252 Bayerthlr. 1 fl. 53 kr.; 353 pr. Thlr. 1 fl. 32 kr.
466] 18 kr. $3\frac{1}{5}$ hl. kost. 1 Mß. 4 kr. $2\frac{2}{5}$ pf. kost. 1 Schoppen.
467] $8\frac{1}{2}$ kr.
468] 7 fl. 30 kr. $6\frac{2}{5}$ hl.
469] 48 kr. 470] 153 fl. 55 kr.
471] 9° 10′ 11″ 5‴ Ddz.
472] 55 ℔. 473] 11 fl. 15 kr.
474] 111 fl. 42 kr.
475] 1 fl. 47 kr. 3 hl.
476] 13 fl. 37 kr. 3 pf.
477] 8 Pfund 25 Lth.
478] 9 fl. 27 kr. $5\frac{2}{5}$ hl.
479] 1° 3′ 10″ 10‴ Ddz.
480] 62 fl. 31 kr. $3\frac{4}{6}$ hl.
481] 1 Vrtl. 1 Mßl. $1\frac{48}{120}$ Drß.
482] 31744 Kugeln.
483] $9\frac{528}{1200}$ Lth. Fleisch und 1 Mßl. $\frac{224}{1200}$ Dr. Mehl.
484] 744 Ztr. 80 ℔. Fleisch } auf 112 Tage.
886 Schfl. 4 Mtz. Mehl }
709 Sch-Eim. 20 M. Bt. }
485] 3 Ztr. 75 Pfd. Pulver und 11 Ztr. 25 Pfd. Blei.
486] 13 Minut. $27\frac{1200}{2800}$ Secun.
487] 169 Kronthlr., 21 kr. 5 hl.
488] 1 Ztr. 41 Pfd. 9 Lth.
489] der 3te 206 fl. 6 kr.
„ 4te 185 „ 24 „.
„ 5te 164 „ 42 „.
„ 6te 144 „ — „.

Nro.

490] 82 264 fl. in 113 Tag.
491] 265 720 fl.
492] 5 Monat $2\frac{136}{157}$ Tag.
493] 262 fl. $2\frac{1}{2}$ kr. in 1655 Tag.
494] 224 Krthlr. u. 2 fl. 27 kr.
495] Auf 1 St. $5444\frac{4}{28}$ Schritte u. $680\frac{116}{224}$ Schritte auf $\frac{1}{8}$ Säule.
496] 8 Stund. 18 Min. 46 Sec.
497] d. Angebotd. 1. ist vortheilh., und 229 fl. 4 kr. ist d. Ersparung.
498] 448 Patronen.
499] 36 Ellen.
500] §. 96.) 103 Wägen.
500] §. 99.) 1, 2, 3, 5, 4, 8, 6, 12, 24, 9, 18, 36, 72, 10, 20, 40, 15, 30, 60, 120, 45, 90, 180, 360.
501] 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60.
502] 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72, 144.
503] 13 u. die Quot. 119 u. 437.
504] 117 „ „ „ 5 u. 8.
505] 1, daher sind 1381 u. 348 Grundzahlen unter sich.
506] 161 u. d. Quot 11 und 1.
507] 37 „ „ „ 408 u. 169.
508] 25 „ „ „ 64 „ 35.
509] 17 „ „ „ 61 „ 47.
510] 567 „ „ „ 11 „ 19.
511] 59 „ „ „ 17 „ 7.
512] 2 „ „ „ 273 „ 6970.
513] 29 „ „ „ 43 „ 104.
514] 126 „ „ „ 13 „ 8.
515] 32.
516] 624.
517] 2700.
518] 180.
519] *660.
520] 21 294.
521] $\frac{120}{24}$ fl.
522] $\frac{56}{8}$ Klftr.
523] $\frac{7920}{60}$ fl.
524] $\frac{94}{47}$ stel.
525] $\frac{747}{83}$ stel.
526] $\frac{10102}{532}$ stel.
527] $\frac{38}{7}$ fl.
528] $\frac{37}{8}$ Klftr.
529] $\frac{13}{4}$ Lth.
530] $\frac{277}{15}$ fl.
531] $\frac{5431}{100}$ Ztr.
532] $\frac{11699}{32}$ ℔
533] $\frac{343}{12}$ Fuß.
534] $\frac{1997}{144}$ □

*) Die Resultate zu Seite 170 (Nr. 519—526) stehen unter Nr. 619 mit 626.

Digitized by Google

Nro.

535] $3\frac{6}{37}\frac{40}{}$ Cim.

536] $3\frac{2}{5}$ Zoll.

537] $3\frac{2}{8}$ Klftr.

538] $14\frac{2}{10}$ fl.

539] 4 Maaß.

540] $21\frac{2}{15}$ fl.

541] $5\frac{12}{16}$ fl.

542] $4\frac{7}{20}$ fl.

543] $84\frac{76}{100}$ Zentner.

544] $1406\frac{1}{32}$ Pfund.

545] $2316\frac{12}{25}$ Gulden.

546] $3\frac{1}{5}$ fl.; $\frac{3}{50}$ fl.

547] $2\frac{5}{8}$ Klftr.; $\frac{3}{50}$ Klftr.

548] $\frac{15}{16}$ fl.; $\frac{5}{80}$ fl.

549] $5\frac{4}{10}$ Ellen; $\frac{9}{70}$ Ellen.

550] $4\frac{17}{62}$; $\frac{51}{1178}$.

551] $11\frac{10}{51}$; $\frac{27}{4058}$.

552] $91\frac{12}{3115}$.

553] $1\frac{33}{10758}$.

554] $45\frac{282}{3115}$.

555] $3\frac{23}{200}$.

556] $\frac{6}{3307}$.

557] $\frac{346}{9301143}$.

558] $\frac{5}{720}$.

559] $12\frac{37}{40}$.

560] $21\frac{337}{4268}$.

561] $\frac{19}{1023}$.

562] $153\frac{16}{20}$.

563] $\frac{232}{9705}$.

564] $\frac{7}{8}$.

565] $\frac{3}{5}$.

566] $\frac{4}{5}$.

567] $\frac{7}{6}$.

568] $\frac{8}{13}$.

569] $\frac{7}{22}$.

570] $\frac{1995}{13305} = 1\frac{6}{13}$.

571] $\frac{85}{1077}$.

572] $\frac{3}{11}$.

573] $\frac{5}{6}$.

574] $\frac{5}{8}$.

575] $\frac{26}{27}$.

576] $\frac{11}{10}$.

577] $2\frac{3}{7}$.

578] 11.

579] $2\frac{18}{45}$.

580] $3\frac{337}{448}$.

581] $\frac{169}{408}$.

582] $\frac{45}{72}$.

583] $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \frac{36}{48}$.

584] $\frac{1600}{17268}$.

585] $\frac{49}{112}$.

586] $\frac{168, 196, 64, 35.}{224}$

587] $\frac{62, 51.}{93}$

588] $\frac{6, 8, 9.}{12}$

589] $\frac{1, 5, 1.}{7}$

590] $\frac{432, 945, 405, 40, 270.}{1080}$

591] $\frac{672, 180, 245, 280.}{840}$

592] $4\frac{3}{16}$ Pfd.

593] 45.

Nro.

594] $75\frac{5}{8}$.

595] $2\frac{48}{217}$.

596] $1\frac{9}{50}$.

597] $1\frac{7}{18}$ fl.

598] $1\frac{27}{28}$.

599] $1\frac{1}{8}$.

600] $1\frac{25}{42}$.

601] $1\frac{20}{35}$.

602] $1\frac{4}{45}$ Pfd.

603] $6\frac{2}{5}$ fl.

604] $1\frac{4}{11}$ kr.

605] $37\frac{3}{14}$.

606] $4\frac{1}{5}$.

607] $1\frac{10}{52}$.

608] $31\frac{2}{3}$.

609] $\frac{493}{1084}$.

610] $134\frac{119}{120}$.

611] $\frac{1}{2}$ fl.

612] $3\frac{3}{7}$ Pfd.

613] $18\frac{3}{8}$ Klft.

614] $62\frac{1}{2}$ kr.

615] $81\frac{93}{100}$.

616] $3\frac{1}{2}$ fl.

617] $126\frac{1}{4}$ Pfd.

618] $7845\frac{29}{64}$.

619] $\frac{29}{72}$ fl.

620] $\frac{1}{14}$ kr.

621] $3\frac{5}{12}$ Schfl.

622] $\frac{143}{240}$.

623] $\frac{11}{12}$ Lth.

624] $26\frac{23}{30}$ ℔.

625] $39\frac{135}{300}$.

626] $85\frac{885}{9088}$.

627] $\frac{65}{88}$.

628] $\frac{41}{225}$.

629] $4\frac{38}{47}$.

630] $29\frac{83}{120}$.

631] $2\frac{77}{275}$.

632] $\frac{8}{27}$.

633] $13\frac{1}{8}$.

634] $\frac{48}{65}$ Æ.

635] $14\frac{3}{8}$ fl.

636] $7\frac{13}{28}$ kr.

637] $10\frac{19}{21}$.

638] $\frac{3}{10}$ Pfd.

639] $34\frac{1}{4}$ Ell.

640] $2573\frac{1}{4}$.

641] $140\frac{9}{19}$.

642] $23\frac{5}{6}$ hl.

643] $218\frac{7}{25}$ Zentner.

644] $7\frac{15}{221}$ Lth.

645] $8\frac{1}{7}$ fl.

646] 598.

647] 432.

648] $15\frac{417}{8}$.

649] $69\frac{3}{8}$.

650] $89\frac{7069}{14124}$.

651] $\frac{3}{32}$.

652] $\frac{5}{81}$ fl.

653] $3\frac{1}{3}$mal.

654] $17\frac{3}{5}$ kr.

655] $9\frac{5}{7}$ Pfd.

656] $2\frac{8}{10}$mal.

657] $2\frac{103}{112}$ fl. kostet 1 Elle.

658] $14\frac{13}{14}$ Tage.

659] $3090\frac{43}{72}$.

660] $1289\frac{9}{10}$ fl.

661] $33708\frac{175}{288}$.

662] $323\frac{37}{40}$.

663] $2\frac{718}{12441}$.

Digitized by Google

Nro.

664] $5266\frac{10}{19}$.

665] 4; $\frac{2}{35}$; $\frac{21}{22}$; $\frac{10}{27}$; 103; $5\frac{17}{25}$.

666] $1339\frac{5}{6}$.

667] $2621\frac{29}{56}$.

668] $2510\frac{5}{6}$.

669] $177\,635\frac{7}{10}$.

670] $24\,194\frac{5}{11}$.

671] $8601\frac{3}{20}$.

672] 46 kr. $5\frac{1}{3}$ hl.

673] 3 Eim. 17 Mß. $\frac{4}{7}$ Qurt.

674] 47 kr. $4\frac{20}{29}$ hl.

675] 3 Mtz. 1 Vrtl. 3 Mßl. $\frac{6}{7}$ Dr.

676] 7 fl. 36 kr. $6\frac{2}{3}$ hl.

677] 5° 10′ 4″ 9‴ $7\frac{1}{5}$ IV Ddz.

678] $\frac{19}{32}$ Pfd.; $\frac{19}{3200}$ Zntr.

679] $\frac{5}{12}$ Eimer.

680] $36\frac{3}{8}$ kr; $\frac{291}{480}$ fl.

681] $1\frac{5}{8}$ Schäffel.

682] $8\frac{3}{8}$ kr.; $\frac{67}{480}$ fl.

683] $63\frac{7}{12}$ Fuß; $5\frac{43}{144}$ Ruth.

684] a) $222\frac{4}{5}$ kr.; b) $3\frac{107}{150}$ fl. c) $1782\frac{2}{5}$ hl.

685] a) $2932\frac{7}{8}$ kr.; b) $48\frac{423}{480}$ fl. c) $11731\frac{1}{2}$ pf.

686] 53 fl. 3 kr. 3 hl.

687] 96 fl. 12 kr. $5\frac{119}{120}$ hl.

688] 63 Sch.-Eim. $57\frac{1}{18}$ Maaß.

689] 54° 4′ $4\frac{11}{20}$″ Ddz.

690] 23 Ztr. 46 Pfd. $12\frac{379}{616}$ Lth.

691] 5 fl. 24 kr. $1\frac{3}{8}$ hl.

692] 6 fl. 37 kr. $4\frac{1}{3}$ hl.

693] 4 Pfd. 28 Lth. $1\frac{7}{13}$ Qt.

694] 11 fl. 3 kr. $3\frac{11}{21}$ hl.

695] $4\frac{7}{8}$ Klftr.

696] 96 fl. 35 kr. $\frac{39}{40}$ hl.

697] 43 fl. 31 kr. $1\frac{11}{30}$ hl.

698] $33\frac{1607}{2198}$ Ellen.

699] 56 fl. 18 kr.

700] 1 Zntr. $2\frac{6}{7}$ Pfd.

701] 54 fl. 49 kr. $3\frac{5}{17}$ hl.

Nro.

702] 13 fl. 24 kr. $7\frac{1}{8}$ hl.

703] 17 fl. 9 kr. $\frac{2}{3}$ hl.

704] 50 fl. 26 kr. $1\frac{1}{3}$ hl.

705] 4686 fl. 21 kr. 1 pf.

706] 54233 fl. 27 kr. $2\frac{2}{11}$ hl.

707] 189157 fl. 9 kr. $2\frac{10}{19}$ hl.

708] 5 fl. 32 kr. $5\frac{31}{45}$ hl.

709] 940 fl. 27 kr. $3\frac{15}{17}$ hl.

710] 9 fl. 15 kr. $2\frac{4}{5}$ hl.

711] 2 fl. 35 kr. $4\frac{40}{147}$ hl.

712] 1 fl. 7 kr. $\frac{175}{256}$ hl.

713] 3 fl. 11 kr. $\frac{641}{1005}$ hl.

714] 41 kr. $3\frac{2}{3}$ hl.

715] 188 fl. 20 kr. $2\frac{1}{5}$ hl.

716] 18 kr. $1\frac{47}{224}$ hl.

717] 2428 fl. 43 kr. $4\frac{37}{39}$ hl.

718] 20 fl. 43 kr. $4\frac{1}{3}$ hl.

719] 7 fl. 49 kr. $2\frac{6}{17}$ hl.

720] 37 fl. 37 kr. $7\frac{31}{143}$ hl.

721] 675 Ztr. 13 Pfd. 28 Lth.

722] 8 Pfd. $3\frac{35}{416}$ Lth.

723] 1 Mtz.—V.—M. $1\frac{1209}{1895}$ D.

724] 340 Eim. 42 Mß. $2\frac{2}{3}$ Qrt.

725] Man muß die Anzahl der Pfunde (oder Metz. Ell. ꝛc.) mit dem Preise von 1 Pfund (od. 1 Mtz., 1 Ell. ꝛc.) multipliciren.

a) 5 fl. 44 kr.

b) 6 fl. 5 kr. 2 pf.

c) 1 kr. $\frac{5}{16}$ hl.

726) Man muß zuerst die Zntr. Pfd. Lth. auf Pfd., d. i. auf den Namen jener Einheit bringen, deren Preis bekannt ist, und dann wie bei 725 rechnen.

a) 112 fl. 52 kr. $7\frac{1}{9}$ hl.

b) 272 „ 13 „ $2\frac{2}{3}$ „

c) 1 „ 57 „ $3\frac{1}{6}$ „

d) — „ 26 „ $4\frac{1}{3}$ „

e) 9 „ 15 „ 4 „

Digitized by Google

Nro.

f) 8 fl. 45 kr. — hl.
g) 9 „ 30 „ 2 pf.
h) — „ 59 „ 2 pf.

727] Man muß den Preis der Waare durch die Anzahl der Pfunde (Ell. ꝛc.) dividiren.
a) 8 kr. 2 pf. kost. 1 Pfd.
b) 24 kr. 2 pf. kost. 1 Ell.
c) 17 fl. 10 kr. kost. 1 Eim.

728) Man muß zuerst die Zntr. Pfd., u. Lth. auf Pfd. oder allgemein auf den Namen jener Einheit bringen, deren Preis bekannt ist, und dann wie bei 727 rechnen.
a) 1 fl. 33 kr. $1\frac{2}{5}$ hl.
b) 1 „ 7 „ $4\frac{12}{41}$ „.
c) 15 „ 25 „ $5\frac{5}{7}$ „.
d) 1 „ 35 „ $4\frac{4}{9}$ „.
e) 2 „ 23 „ $1\frac{59}{99}$ „.

729] 1 fl. 5 kr. 5 hl.
730] 33 fl. 36 kr.
731] 33 fl. 20 kr.
732] 20 fl. 4 kr.
733] 27 kr. $7\frac{1}{8}$ hl.
734] 7 fl. 55 kr. $2\frac{2}{3}$ hl.
735] 8 fl. 40 kr.
736] $14\frac{1}{4}$ Ellen.
737] 8 Pantalons u. $2\frac{11}{50}$ El. Rest.
738] $3\frac{61}{120}$ Ell. (Nahe $1\frac{1}{2}$ Ell.)
739] Er kömmt 16 Poststund. weit.
740] a) $3\frac{1}{2}\frac{2}{3}$ Meilen.
b) In 8 Stund. u. $9\frac{5}{17}$ Min.
741] $12\frac{1}{20}$ Tage.
742] Um 6 Uhr 45 Min. Abends.
743] 1 Ball. 7 Rß. 7 Buch $5\frac{1}{3}$ Bog.
744] 5 Pfd. 23 Lth. $3\frac{7}{70}$ Ot.
745] 14 Ztr. 6 Pfd. 8 Lth. Pulver u. 40 Ztr. 50 Pfd. Blei.
746] 7 Pfd. 26 Lth. $2\frac{49}{100}$ Ot.
747] d. Musk. ist $167\frac{7}{11}$ mal schwerer.

Nro.

748] Die Ladung ist $\frac{2}{61}$ (nahe $\frac{1}{31}$) vom Gewichte der Kugel.
749] 7 kr. $6\frac{2}{3}$ hl. bei d. 24 Æ Kug. 12 kr. $4\frac{4}{5}$ hl. bei d. 12 Æ Gran.
750] Der Schuß 5 fl. 49 kr. $1\frac{1}{15}$ hl.
751] 57 Thlr. 4 Sil-Groſch. $3\frac{5}{7}$ pf
752] 1608 „ 7 „ „ $5\frac{1}{7}$ „
753] 153 fl. 7 kr. 2 pf.
754] $449\frac{45}{49}$ Lire.
755] 33 Wthl. u. 2 fl. 21 kr. Münz.
756] 189 fl 56 kr.
757] 8 fl. 28 kr. $5\frac{1}{4}$ hl.
758] 102 fl.
759] 7 fl. 12 kr.
760] 2 fl.
761] 5 fl. 25 kr. $1\frac{9}{31}$ hl.
762] $5\frac{1}{8}$ Meilen weit.
763] $1\frac{9}{14}$ Meilen weit.
764] 70 Meilen weit.
765] 542 fl. 46 kr. $4\frac{12}{13}$ hl.
766] $20\frac{5}{41}$ Ellen.
767] A. zahlt 9 fl. 9 kr. $6\frac{14}{25}$ hl.
B. „ 3 „ 13 „ $1\frac{11}{25}$ „.
768] 12 Lth. $1\frac{5}{6}$ Ont.
769] 12 Pfd. 29 Lth. $3\frac{7}{25}$ Ont.
770] 40 kr. $6\frac{2}{5}$ hl.
771] 1 fl. 52 kr.
772] 25 kr. 2 pf.
773] 8 Pfd 19 Lth.
774] 10 Lth $2\frac{78}{125}$ Ot.
775] 54 Pfd. 6 Lth. $\frac{24}{41}$ Ot.
776] 3444 $\frac{21}{40}$ Ell. blaues Tuch, $109\frac{7}{20}$ „ rothes „, 2843 $\frac{1}{10}$ „ Unterfutter.
777] 1 fl 52 kr. 2 pf.
778] 13 fl. 38 kr. $3\frac{1}{5}$ hl.
779] 19 fl. 57 kr.
780] 40 kr. 2 pf.
781] 770 fl. 59 kr. $3\frac{1}{5}$ hl.
782] 485 fl. 45 kr. 7 hl.

Digitized by Google

Nro.

783] 26 kr. $7\frac{25}{90}$ hl.

784] $861\frac{1}{6}$ Ellen.

785] 19 fl. 56 kr.

786] 91 fl. 21 kr. $5\frac{1}{8}$ hl.

787] 45 fl. 45 kr. $7\frac{29}{365}$ hl.
(das Jahr zu 365 Tag gerechnet.)

788] 30 fl. 26 kr. $5\frac{1}{5}$ hl.

789] 7 fl. 22 kr. $3\frac{23}{90}$ hl.

790] 48 fl. 6 kr.

791] 9 fl. 5 kr. 1 pf.

792] 28 fl. 34 kr. $2\frac{2}{7}$ hl.

793] 348 fl. 38 kr. $\frac{4}{5}$ hl.

794] 115 fl.

795] 685 fl. 57 kr. 2 pf.

796] 14 fl. 40 kr.

797] 57 kr 3 hl.

798] 121 fl. 36 kr.

799] 56 fl. 18 kr. $5\frac{1}{4}$ hl.

800] 28 kr. $4\frac{4}{7}$ hl.

801] 4 fl. 40 kr. $5\frac{187}{241}$ hl.

802] A. $139\frac{8}{9}$ Klftr.) Mittlere
B. $157\frac{2}{9}$ " } Tragweite

803] 20705,6.

804] 2,07056.

805] 549. **806**] 0,000936.

807] 3700. **808**] 0,0891.

809] 63,48.

810] 479,50529 fl.

811] 2571,002 9637.

812] 8,84. **813**] 0,027 fl.

814] 5,38489 fl.

815] 245,28005.

816] 7,99218.

817] 9,46. **818**] 21,04.

819] 22,41. **820**] 0,552.

821] 51,18. **822**] 23,075.

823] 1380.

824] 0,014 274.

825] 6734,720 272.

826] 883,617 603 6.

Nro.

827] 17,36.

828] 0,000 001 44.

829] 0,795 869 8.

830] 54,248.

831] 1,947 368.

832] 1600. **833**] 2590.

834] 39 000.

835] 0,006 230.

836] 60 500,01.

837] 20,6. **838**] 37,14.

839] 1 260 000.

840] 0,318309.

841] 37600.

842] 0,263 343.

843] 22,669 724.

844] $\frac{1}{4}=0{,}25$; $\frac{2}{3}=0{,}666...$
$\frac{3}{5}=0{,}6$; $\frac{5}{6}=0{,}833...$
$\frac{22}{7}=3{,}\overline{142857}$
$2\frac{5}{8}=2{,}625$; $\frac{13}{9}=1{,}444.$
$\frac{12}{35}=0{,}\overline{3636}.$; $\frac{20}{48}=0{,}4166.$

845] $\frac{12}{32}=0{,}59375.$
$\frac{23}{100}=0{,}383\,333....$
$\frac{121}{144}=0{,}840\,277....$
$\frac{37}{300}=0{,}102\,777....$
$3\frac{41}{90}=3{,}455\,555....$

846] $0,\overline{2772}^{2772}...$

847] 0,882 352 { Die Wiederkehr hat 16 Ziffern.

848] 0,339 726....

849] 0,318 309....

850] a) $\frac{5}{12}\frac{1}{50}$; b) $3\frac{7}{50}$; c) $1\frac{17}{120}$;
d) $3\frac{177}{1250}$; e) $\frac{5}{111}$; f) $4\frac{153}{550}$

851] 39 fl. 37 kr. 1,984 hl.
dann 4 kr. 3,6736 hl.

852] 92 Pfd. 12 Lth. 1,152 Dt.

853] 32 Pfd. 1 Lth. 3,168 Dt.

854] Ddz. Mß. 7'6''5'''11'''',712
im Dz Mß 7''5'''4'''' 1''',5

855] 26 Lth. 2,9056 Dt. bayr.

856] 365 T. 5 S. 48 M. 51,372 S.

Digitized by Google

Nro.

857] 0,6 fl.
858] 0,7833..fl.
859] 9,2041...fl.
860] 0,737 734 375 Zentner.
861] 3″ 4‴ Dz. = 0′,34 ;
9′ 8″ 5‴ Ddz. = 9′,7013 ;
17° 8″,51 Ddz. = 204′,7091 ;
8° 7″ 9ᵛ Dz. = 80′,709 ;
9° 8′ 5″ 7‴ 9,3ᵛ Dz. = 98′,5793 ;
3° 11′ 10″ 9‴ 3ᵛ Ddz = 47′,8975
862] Im Dz. 582,08□′;
im Ddz. 802,0555...□′.
863] Im Dz. 2921,042 K′. ;
im Ddz. 4377,0243 K′.
864] 18° 7′ Dz.
865] 10″ 0‴ 2,88ᵛ Ddz.
866] 5° 5′ 1″ 0‴ 11,52ᵛ Ddz.
867] 51° 5′ 6″ 9‴ 9,189ᵛ Dz.
868] 6□° 91□′ Dz.
869] 2□′ 132 □″ 143 □‴
110,8...□ᵛ Ddz.
870] 8 K′. 1631 K″. 400 K‴
1548,288 K.ᵛ Ddz.
871] 14 □° 136 □′ 0 □″
64 □‴ 40,5504 □ᵛ Ddz.
872] 0,8 kr. auf $\frac{1}{2}$ Hell. genau.
873] 6 Loth auf $\frac{1}{2}$ Ot. genau.
874] 1,836 Eim. auf $\frac{1}{2}$ Achtl Mß.
875] 8,56566 □″ Dz.
876] 15,7 fl.
877] 72,458 Schäffel.
878] 108,23591° Ddz.
879] 6 fl. 880] 0,857 fl.
881] 0′,1020. 882] 0,217 fl.
883] 7,527 777 8 □′.
884] 15,719 Pfund.
885] 92,847 222 2 □′.
886] 8 kr. (und 0,3 Heller.)
887] 5 Pfd. 22 Lth. auf $\frac{1}{2}$ Ot. gen.
888] 1° 1′ 3″ 0‴ 9ᵛ Ddz.

Nro.

889] 43□″ 33□‴ 31□ᵛ Ddz.
890] 4 Mz. 1 Vrtl. 4 Mßl. 1 Drß.
891] 41 Pfd. 14 Lth. 1 Ont.
892] 134,3310.
893] 32 kr. 1 pf.
894] 26° 9′ 2″ 3‴ Dz.
895] 107° 0′ 8″ 9‴ 5ᵛ Ddz.
896] 19,6162.
897] 176,742 20.
898] 26 Lth. 2,7 Ot. (od. 3 Ot.).
899] 10 fl. 55 kr. 5 hl.
900] 3 Fuß. (2′,9998.)
901] 4 fl. 7 kr. 3 hl.
902] 2′ 4″ 1‴ 8ᵛ Dz.
903] 5° 0′ 5″ 9‴ 2ᵛ Dz.
904] 30,222 76mal.
905] 226,114 040.
906] 0,001 888.
907] 1,331 bayer. Meilen.
908] 3 Pfd. 20 Lth. 3 Ont.
909] 2,5ᵛ Dz.
910] 0,027931.
911] 16,22 ist d. Mittelzahl.
912] 15 229,6 bayer. Fuß.
913] 2526,6 bayer. Fuß.
914] 478 Pfd. 17 Lth. 2 Ont.
915] 7,108mal.
916] 165 Pfd. 19 Lth. 2 Ont.
917] 25 fl. 54 kr. 1 hl.
918] 21 Mann.
919] Die Stampfzeit muß auf
24 Stunden erhöht werden.
920] 3 kr. 5$\frac{1}{4}$ hl. (sehr nahe).
921] 14 Lth. 1 $\frac{5}{6}\frac{7}{4}$ Ot. (14$\frac{1}{2}$ Lth.)
922] 15 Stunden.
923] 9 Monat 25$\frac{5}{2\,4}$ Tag.
924] 1299$\frac{1\,3}{2\,0}$ Schäffel.
925] Täglich 12 Säulenstunden.
926] 1 fl. Brodu. 1 [illegible] Fleisch.
927] 38 Mann müss. entfernt werd.

Digitized by Google

Nro,

928] Man braucht 21 Mann, u. muß daher 9 Mann mehr nehmen.

929] $17\frac{1}{2}$ Ellen Futterzeug.

930] In $4\frac{1}{2}$ Tagen.

931] Er reicht 84 Tage.

932] 3 fl. 24 kr. $7\frac{9}{5}$ hl.

933] $28\frac{7\,5}{2\,4}$ d. i. nahe $28\frac{1}{8}$ Ell.

934] $15\frac{5}{3\,7}$ d. i. nahezu 16 Tage.

935] 10 fl. 40 kr. $1\frac{9}{4\,1}$ hl. (2hl.)

936] 2 798$\frac{1}{2}$ Fuß.

937] 18 fl. 54 kr. 3 pf.

938] 412 fl. 22 kr. 2 pf.

939] Zu $5\frac{1\,5}{7\,1\,3}$ Procent.

940] 89 fl. 58 kr. 2 pf.

941] 1858 fl. 23 kr. (u. $\frac{24}{4\,0\,0}$ hl.)

942] 472 fl. 8 kr. $7\frac{1\,7}{2\,5}$ hl. d. i. 472 fl. 9 kr. sehr nahe

943] 479 fl. 2 kr. $6\frac{6}{7}$ hl.

944] 146 Pfd. 12 Lth. (sehr nahe.)

945] 5 Ztr. 25 Pfd. 19 Lth. 3,6 Qt.

946] 3 Pfd. 19 Lth $\frac{1}{2}$ Qt. sehr nahe.

947] Die 1te Comp. 6 Mann, die zweite 12, die dritte 18, und die vierte 9 Mann.

948] M gebühren 10 fl. 12 kr
N „ 15 „ 18 „.

949] Chlorf. Kali 26 Lth. $2\frac{2}{1}$ Qt.,
Schwefel 13 „ $1\frac{1}{3}$ „ ,
Schwef. Antim. 8 „ — „ .

950] Der Wachtdienst für 1 präsenten Tag ist $\frac{1\,1}{3\,0}\frac{5\,2}{8\,1} = 0{,}313$. Die Anzahl Wachten des A. müssen seyn 28,8 d. i. 29; des B 25; des C 26,4 d. i. 26; des D 11; des E 18,8 d. i. 19 u. des F 3,8 d. i. 4.

951] Auf A treffen ... 266 Mann
„ B 202,4 d. i. 202 „
„ C 404,9 d. i. 405 „
„ D 300,8 d. i. 301 „ .

Nro.	Schffl.	Mez.	Viertl.	Mßl.	Dreyge
952] A.	23	4	1	5	—
B.	35	0	1	3	1
C.	30	4	0	2	1
D.	95	1	0	4	—
E.	44	4	0	1	—

953] Dem A. 224 fl. 39 kr. 2 hl.
„ B. 187 „ 12 „ 6 „
„ C. 299 „ 32 „ 3 „
„ D. 524 „ 11 „ 5 „.

954] Zuerst wird chargenweise rep.

	täglich mit	kr.	fl.	kr.	hl.
11 Feldwebel	330	trifft	3	47	1
23 Sergeanten	414	„	4	45	1
45 Corporäle	675	„	7	44	6

daher muß 1 Feldw. zahlen 20 5
„ „ 1 Sergt. „ 12 3
„ „ 1 Corpor. „ 10 3.

955] A. 2 fl. 16 kr. $4\frac{1}{2}$ hl. (4hl.)
B. 4 „ 7 „ 5 „
C. 2 „ 3 „ $6\frac{1}{2}$ „ (7hl.).

956] A. 259 fl. 5 kr. 1 hl.
B. 216 „ 23 „ — „
C. 524 „ 31 „ 7 „.

957] Man braucht 1141 $\frac{7}{8}$ ℔ Teig, u. hiezu 840 Pfd. — Lth. Mehl, z. Anmach. 173 Pfd. 29 L. Wasser,
75 „ 15 „ Sauert.,
19 „ 22 „ Salz,
z. Ausarb. 32 „ 26 „ Wasser.

958]

	Fleisch Pfd.	Lth.	Bier Mß.	Ort.
I Menage	31	$13\frac{5}{7}$,	37	$2\frac{6}{7}$
II. „	25	$22\frac{6}{7}$,	30	$3\frac{3}{7}$
III. „	21	$13\frac{5}{7}$,	25	$2\frac{6}{7}$
IV. „	21	$13\frac{5}{7}$,	25	$2\frac{6}{7}$.

959] V. d. Länge der Schanze muß die 1te Comp. 47′ 6″ Ddz. vollend.
„ 2te „ $55'8\frac{4}{7}''$ „ „
„ 3te „ $36'7\frac{2}{7}''$ „ „
„ 4te „ $10'2\frac{1}{7}''$ „ „

Probe . 150 Fuß Länge.

Digitized by Google

960] dem A. 29 fl. 19 kr. (Auf $\frac{1}{2}$ hl. „ B. 77 fl. 5 kr.) genau.

961] Es ist der Verlust des
A. 9678 fl. 41 kr. 2 hl.
B. 4032 „ 47 „ 2 „
C. 2688 „ 31 „ 4 „.
A. muß daher entschädigen den B. mit 1967 fl. 12 kr. 6 hl. „ C. mit 5311 fl. 28 kr. 4 hl.

962] Auf 1 bay. Pfund gehen*) 19,7663 d. i. nahezu $19\frac{3}{4}$ Kugeln.

963] 1 Franc = 28,287 kr. = 28 kr. 2,296 hl.

964] 23 fl. 42 kr. 6 hl. kost. 1 Schffl.

	Muskete. Bayer. Dez. Zoll	Karabiner. Bayer Dez. Zoll
965] a)	0,682	0,682
b)	0,731	0,731
c)	45,165	23,744
d)	1,333	1,215
e)	0,893	0,860.

966] In der bayer. Muskete haben Spielraum

	Rhein. Dez. Zoll
a) die franz. Musk. Kug.	0,069
b) „ österr. „ „	0,058
c) „ preuß. „ „	0,040
d) „ bayer. „ „	0,046

967] Tägl. erh. d. Gem. 3 kr. 5,7 hl. der Unteroffizier 7 kr. 3,5 hl.

968] 13 Schfl. 5 Simri würt. M. geben 16 Malter, 0 Sester, 9 Mßl. 9 Bech. nach badisch. Maaß.

969] 1 Loth 2,476 Quint bayer.*

970] 57 fl. 8 kr. 5 hl.

971] 1 Mard'or = 8 fl. $\frac{7}{10}$ hl. **)
1 Karoline = 12 fl. 1 hl.

972] 1 Mètre = 1,20046 bay. Ell (10 Mètre nahezu 12 bay. Ell.)

*) Bei dem wirklichen Abwägen findet man als Mittelzahl, daß $20\frac{1}{2}$ Kugeln auf 1 bayer. Z. gehen, u. daß 1 Kugel 1 Lth. 2,24 Qt. wiegt.

**) Ohne den Silbergehalt zu rechn.

973] 76 fl. 48 kr.

974] 3 Monat 18 Tage.

975] $71\frac{1}{8}\frac{0}{8}\frac{1}{0}$ Hemden.

976] 22 kr. $2\frac{1}{1}\frac{1}{2}$ hl.

977] 2 Z. 13 Lth. $\frac{5}{4}$ Qnt.

978] 28 Z. 22 Lth. 0,3 Qnt.

979] 33 Z. 20 Lth. $3\frac{1}{2}\frac{1}{8}$ Qnt.

980] 1 Z. $18\frac{7}{2\frac{1}{8}}$ Lth. Brod.

981] In 1 Tag und (nicht völlig) $2\frac{1}{2}$ Arbeitsstunden ist der Graben vollendet.

982] In 60 Stunden $43\frac{1}{8}$ Min.

983] $35°11\frac{2}{2}\frac{3}{8}\frac{1}{7}\frac{4}{0}\frac{7}{8}$ Fuß, also sehr nahe 36 Ruthen Doz. Mß.

984] 1 fl. 17 kr. 2 hl. (auf $\frac{1}{2}$ hl. gen.)

985] 3673 fl. 10 kr. 4 hl. („).

986] 8 Jahr 10 M. 6 T. ($\frac{1}{2}$ T. genau)

987] $9\frac{1}{2}\frac{1}{1}$ Procent.

988] Das Kapital sammt d. Zinsen beträgt 667 fl. 32 kr. 1 pf.

989] Man muß 6575,34 Kubikfuß Holz nehmen.

990] Die beiden Compagn. brauchen gemeinschaftlich $9\frac{3}{5}$ Tag.

991] Es sind $11\frac{2}{2}\frac{3}{5}$ Ell. nöthig.

992] Die ganze Livree zu 20 fl.

993] 1 Stundensäule in $20\frac{4}{7}$ Min.

994] Der eine zahlt 17 fl. 30 kr., der andere zahlt 12 fl. 30 kr.

995] Die Legirung ist $16\frac{4}{1\frac{8}{1}}$ karätiges Gold.

996] Er muß 48 Mß. Wein, die Mß. zu 20 kr., dazu schütten.

997] 379 fl. 14 kr. $1\frac{7}{1\frac{7}{1}}$ hl.

998] Das bayer. Pfund kostet nach bayer. Gelde 50 kr. 3 pf.

999] Sie brauchen $75\frac{5}{1\frac{0}{1}}$ Stund.

1000] $4\frac{7}{1\frac{1}{1}}$ Tage, d. i. am 5ten Tage nach dem Abgange der Nacheilenden ist das Corps eingeholt.

Digitized by Google

Dritter Anhang.

§. 192. Ueberſicht der Gebühren in der K. B. Armee

vom Feldwebel (1ſten Wachtmeiſter, Oberfeuerwerker) abwärts.

A. Tägliche Löhnungen.

Infanterie.		Cavalerie.	
Chargen.	kr.	Chargen.	kr.
Compagnie.		**Escadron.**	
Feldwebel und Oberjäger	30	1ter Wachtmeiſter . . .	32
Sergeant und Unterjäger	18	2ter „ . . .	20
Corporal	15	Corporal	17
Vice-Corporals-Zulage .	4	Vice-Corporals-Zulage .	4
Tambour 1ter Claſſe .	8½	Trompeter 1ter Claſſe .	20
„ 2ter „ .	7½	„ 2ter „ .	15
Horniſt 1. Cl. } der Jäger u.	15	Schmid	17
„ 2. Cl. } Schützencomp.	13	Sattler	24½
Pioniere, Ge- } III. Capitul.	9	Gefreite } IIIter Capit. .	11
freite u. Ge- } II. „	8½	und } IIter „ .	10½
meine } I. „	7½	Gemeine } Iter „ .	9½
Unterſtab.		**Unterſtab.**	
Auditoriats-Actuar . .	26½	Auditoriats-Actuar . .	26½
Muſikmeiſter u. Stabshorniſt	30	Stabstrompeter . . .	30
Regiments-Tambour . .	30	Profos	20
Bataillons-Tambour . .	15	Profosengehilfe	9½
Hoboiſten 1. Claſſe . .	18	Büchſenmacher	9½
„ 2. „ . .	15		
Profos	18		
Profosen-Gehilfe . . .	7½		
Büchſenmacher	7½		

Anmerkungen zu A. 1) Auſſer der Löhnung erhält der Mann täglich eine Brodportion zu 1½ ℔, welche meiſtens in Geld vergütet wird. Die Regulirung dieſer Vergütung geſchieht nach dem Getreidpreiſe des vergangenen Monats.

2) Kranke, im Militär-Krankenhaus Verpflegte, und Beurlaubte beziehen weder Löhnung noch Brod; jedoch beziehen die Weiber der Kranken die Brodportion des Mannes fort.

3) Arreſtanten in der Kopfzahl beziehen ihre gewöhnliche Löhnung und ⅔ Brodportion (d. i. 1 ℔). — Arreſtanten auſſer der Kopfzahl werden in Militärgefängniſſen verpflegt, und ihre Gebühren in der Arreſtantenliſte eigens verrechnet. Sie erhalten in allen Waffengattungen täglich 7 kr. Löhnung und ⅔ Brodportion.

Digitized by Google

Artillerie und technische Compagnien.

Chargen.	Artillerie.	Fuhrwesen.	Ouvriers-Comp.	Techn. Compagnien
	kr.	kr.	kr.	kr.
Oberfeuerwerker, 1ter Wachtmeister . .	40	36½	.	.
Feldwebel d. Ouvr., Obermeister d. techn. Cp.	.	.	35	40
Unterfeuerwerker, 2ter Wachtmeister . .	30	28½	.	.
Sergeant d. Ouv., Untermeist. d. techn. Comp.	.	.	23	30
Corporal, Führer d. techn. Compagnien .	20*	24½	17	20*
Trompet. 1. Cl., Tamb, 1. Cl. Hornist 1. Cl.	20	20	10½	15
„ 2. Cl., „ 2. Cl., „ 2. Cl.	15	15	9½	13
Bombardier, Gefreiter d. techn Comp. .	14	.	.	14
Oberkanonier, Arbeiter 1ter Cl. . . .	12	.	13½	12
Unterkanonier, „ 2ter Cl. . . .	8½	.	11½	8½
Gemeiner des Fuhrwesens	.	12½	.	.
Unterstab.				
Auditoriats-Actuar	26½	.	.	.
Stabstrompeter	30	.	.	.
Profos	23	.	.	.
Profosengehilfe	8½	.	.	.
Schmidmeister des Fuhrwesens . . .	.	60	.	.
Geschirr- u. Sattlermeister d. Fuhrwesens	.	50	.	.
Schmid des Fuhrwesens	.	24½	.	.
Sattler „ „	.	24½	.	.

4) Die Zulage für die silberne Medaille ist die Hälfte, jene für die goldene die ganze Löhnung jener Charge und Zeit, in welcher diese Auszeichnung erworben wurde. Diese Zulage wird auch im Militär-Krankenhause und im Urlaub bezogen.

5) Zum Gemeinen auf immer degradirte Unteroffiziere erhalten treffenden Falles auch die gewöhnliche Reengagirungs-Zulage von täglich 1 kr. in der IIten und täglich 1½ kr. in der IIIten für sich selbst zurückgelegten Dienstzeit.

6) Von Unteroffizieren, welche bei Militär-Fohlenhöfen verwendet sind, wird nur die etwaige Medaillenzulage beim Regimente verrechnet; die übrige Verpflegung geschieht von der Fohlenhofs-Anstalt aus.

7) Der Vice-Corporal der Artillerie erhält täglich, wenn er Bombardier ist, 3 kr., und wenn er Kanonier ist, 4 kr. Zulage.

*8) Die Corporalslöhnung von 20 kr. tritt erst in der zweiten sechsjährigen Dienstzeit nach bestandener Prüfung ein; in der ersten Capitulation ist dieselbe 17 kr.

Digitized by Google

B. Tragzeit und Preise der Montur.

Benennung der Monturstücke.	Infanterie. Tragzeit. Jahre	Preis. fl.	kr.	Cüraſſiere. Tragzeit. Jahre	Preis. fl.	kr.	Chevaulegers Tragzeit. Jahre	Preis. fl.	kr.
Rock oder Collet . . .	3	5	45	3	5	56	3	6	42
Spenſer	3	4	1	3	4	6	3	4	55
Tuchene Pantalons . . .	2	3	29	3	3	46 5/8	2	4	22
Reithoſe . . . . . a)	.	.	.	2	8	37 1/8	3	11	0
Halsbinde	3	.	10	2	.	10	2	.	10
Hoſenträger	6	.	15	3	.	15	3	.	15
Paar tuchene Handſchuhe .	0	.	36	.	.	.	.	.	.
„ lederne „ b)	.	.	.	3	1	24	3	1	24
Schirmmütze	6	1	.	3	1	.	3	1	1
Leinene Pantalons . . .	1	1	34	.	.	.	.	.	.
„ Kamaſchen . . .	3	.	25	.	.	.	.	.	.
Hemd	6/11	1	14	1/2	1	14	1/2	1	14
Unterhoſe	1/2	.	42	1/2	.	42	1/2	.	42
Paar Bundſchuhe . . .	2/3	3	.	3	3	.	3	3	.
„ Halbſtiefel	.	.	.	1	3	55	1	3	55
„ Sohlen . . c) u. d)	2/3	.	36*	1/2	.	30*	1/2	.	30*
Silbernes Portepee . . .	.	1	24	.	1	24	.	1	24
Wollenes „ . . .	.	.	20	.	.	20	.	.	20

Anmerkungen zu B. a) Dem Cüraſſier darf ein zweites Tuchbeſetz für 1 fl. 6 3/8 kr. abgegeben werden.

b) Den Unteroffizieren der Infanterie und techniſchen Truppen werden lederne Handſchuhe nach dem jeweiligen Ankaufspreis abgegeben und zur Schuld geſchrieben.

*c) Bei dem Preiſe von 30 kr. fehlen die Hinterfleck.

*d) Hievon iſt der Aufnäherlohn, (theils mit 10 kr., theils mit 12 kr.) zu beſtreiten.

Digitized by Google

Fortsetzung von B.

Artillerie und technische Truppen.

Benennung der Monturstücke.	Artillerie. Soldaten			Artillerie. Unteroffiziere u. Trompeter.			Fuhrwesen.			Pontonier Mineur und Sapeur		
	Tragzeit.	Preis.		Tragzeit.	Preis.		Tragzeit.	Preis.		Tragzeit.	Preis	
	Jahre	fl.	kr.	Jahre	fl.	kr.	Jahre	fl.	kr.	Jahre	fl.	kr.
Rock	3	5	46	3	5	46	3	5	31	3	5	39
Spenser	2	3	56	2	5	3	2	4	54	2	4	32
Arbeits-Spenser	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	1	21
Tuchene Pantalons	2	3	57	2	4	10	2	4	2	2	3	57
Arbeitshose	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	1	36½
Reithose	.	.	.	3	11	17	3	11	17	.	.	.
Gradl-Hosen	1	1	47	1	1	52	.	.	.	.	.	.
Leinene Pantalons	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	1	44
Halsbinde	2	.	10	2	.	10	2	.	10	2	.	10
Hosenträger	3	.	15	3	.	15	3	.	15	3	.	15
Pr. tüch. Handschuhe	3	.	40	.	.	.	.	.	.	3	.	40
„ lederne „	.	.	.	3	1	24	3	1	12	.	.	.
Schirmmütze	3	1	1	3	1	1	3	1	1	3	1	1
Hemd	½	1	14	½	1	14	½	1	14	½	1	14
Unterhose	½	.	42	½	.	42	½	.	42	½	.	42
Pr. Bundschuhe	⅔	3	.	3	3	.	3	3	.	2	3	.
„ Halbstiefel	.	.	.	1	3	55	1	3	55	2	3	55
„ Vorschuhe	.	.	.	.	.	.	.	.	.	2	2	20
„ Sohlen	½	.	36	½	.	30	½	.	30	⅓	.	30
Silbernes Portepee	.	.	.	.	1	24	.	1	24	.	1	24
Wollenes „	.	.	.	.	.	20	.	.	20	.	.	20

e) In Urlaub erhält der Mann mit: 1 Schirmmütze, 1 Halsbinde, 1 Spenser, 1 Pantalon mit Hosenträger, 1 Unterhose, 1 Hemd, 1 Paar Bundschuhe.

Digitized by Google

C. Tägliche Monturraten.

Vortrag.	Infanterie.		Günstlinge.		Chevaulegers.		Artillerie.		Fuhrwesen.		Pomon. Min. u. Sapeur.	
	kr.	hl.	kr.	hl.	kr.	hl.	kr.	hl.	kr.	hl.	kr.	hl.
Präsenter od. kommandirter Unteroffizier . . .	3	3	4	1	4	2	4	3	4	2	4	3
Präsenter od. kommandirter Gemeiner	2	6	3	2	3	3	3	.	3	4	3	4
Beurlaubter Unteroffizier und Gemeiner	.	4	.	3	.	3	.	3	.	3	.	3

Anmerkungen zu C. 1) Im Militär-Krankenhause verpflegte Kranke haben keine Monturraten.

2) Die Monturraten degradirter Unteroffiziere sind jenen der Gemeinen gleich.

3) Für die zur Erstehung der Gefängnißstrafe auf Festungen verurtheilten Soldaten werden während der Strafzeit die Monturraten bei dem treffenden Regimente verrechnet. Sie bekommen bei dem Abgange an ihren Strafort mit: 1 Spenser, 1 tüchene oder Reithose, 1 Schirmmütze, 2 Unterhosen, 2 Hemden, 1 Paar Bundschuhe; und der allenfallsige Bedarf an Montur während der Strafzeit ist beim Regimente abzuverlangen.

D. Dauerzeit und Preise der Aerarialmontur.

Artillerie und technische Truppen.

Benennung der Monturstücke	Trag- resp. Dauerzeit präsent Jahre	Artillerie-Unteroffizier u. Trompet.			Artillerist und Ouvrier.			Artillerie-Fuhrwesen.			Mineur, Sapeur, Pontonier.		
		fl.	kr.	hl.	fl.	kr.	hl.	fl.	kr.	hl.	fl.	kr.	hl.
Bärenschweif . .	6	6	.	.	.	.	.	6	.	.	6	.	.
Casquet . .	12	3	18	.	3	18	.	3	18	.	3	18	.
Wollener Schweif	6	1	6	.	1	6	.	1	6	.	1	6	.
Schweifriemchen	6	.	3	.	.	3	.	.	3	.	.	3	.
Huppe	3	.	36	.	.	36	.	.	36	.	.	32	**
Huppenfutteral . .	3	.	8	.	.	8	.	.	8	.	.	8	.
Paar Sporn . .	6	.	48	.	.	.	.	.	48	.	.	.	.
Spornfutteral . .	6	.	11	2	.	.	.	.	11	2	.	.	.
Epaulets . . .	12	1	51	6	1	51	6	1	51	6	1	30	3
Mantel	6	8	19	.	6	30	.	7	55	5	6	30	.
Mantel-Ueberzug .	6	.	.	.	.	20	4	.	.	.	.	20	4
Tornister . . .	12	.	.	.	5	54	.	.	.	.	5	54	.
Mantelsack . . .	6	2	12	4	.	.	.	2	52	*	.	.	.
Casquet-Wichsgeld	.	.	26	.	.	26	.	.	26	.	.	26	.

Die Anmerkungen zu D. siehe auf der Seite 347.

Digitized by Google

Fortsetzung von D.

Infanterie und Cavalerie.

Benennung der Monturstücke.	Trag- resp. Dauer- zeit präsent Jahre	Infanterie. fl.	kr.	hl.	Jäger. fl.	kr.	hl.	Cürassiere. fl.	kr.	hl.	Chevaulegers. fl.	kr.	hl.
Hut	2	6	4	4	.	.	.	.	.	.	.	.	.
„ Futteral	2	1	30	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
„ Cocarde	2	.	10	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
Bärenschweif	6	6	.	.	.	.	.	.	.	.	6	.	.
Casquet, Helm	12	2	43	5	.	.	.	8	36	4	3	18	.
Tschako	6	.	.	.	3	22	.	.	.	.	.	.	.
„ Ueberzug	2	.	.	.	.	48	.	.	.	.	.	.	.
Wollener Schweif	6	1	6	.	.	.	.	.	.	.	1	6	.
Roßhaar- „	6	.	.	.	.	.	.	1	30	.	.	.	.
Schweifriemchen	6	.	3	.	.	.	.	.	3	.	.	3	.
Compagnie-Zeichen	3	.	2	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
Cocarde	6	.	.	.	.	4	.	.	4	.	.	.	.
Pompon	3	.	.	.	.	16	.	.	.	.	.	.	.
„ Ueberzug	2	.	.	.	.	2	2	.	.	.	.	.	.
Haarbusch	6	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	30	.
Huppe	3	.	28	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
Huppen-Futteral	3	.	8	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
Paar Sporn ***	6	.	.	.	.	.	.	.	48	.	.	48	.
Sporn-Futteral	6	.	.	.	.	.	.	.	10	.	.	10	.
Epaulets	12	.	.	.	.	.	.	1	30	3	1	30	3
Mantel	6	6	30	.	6	30	.	12	20	5	8	30	4
„ Ueberzug	6	.	20	4	.	20	4	.	.	.	.	.	.
Tornister	12	5	54	.	5	58	.	.	.	.	.	.	.
Mantelsack	6	.	.	.	.	.	.	2	44	2	2	4	1
Casquet-Wichsgeld	..	.	26	.	.	.	.	.	.	.	.	26	.

Anmerkungen zu D.

* 1.) Die Mantelsäcke der Fuhrwesen-Unteroffiziere kosten nur **2 fl. 12 kr. 4 hl.**, wie jene der Artillerie-Unteroffiziere.

** 2.) Die Huppe des Pontoniers kostet nur 28 kr.

3.) Gelbe Epaulets der Hoboisten kosten 1 fl. 51 kr. 6 hl., weiße 1 fl. 30 kr. 3 hl.

*** 4.) Beim Zugange werden zwei paar Sporn empfangen.

Digitized by Google

E. Holz-, Licht-, Stroh- und Besen-Gebühr.

Vortrag.		Holzgebühr zum Kochen u. Heitzen bei Spar-Herden	bei gewöhnl. Herden	Unschlitt Lichter.	Oel.		Geb.-Stroh zu 12½ ℔	Besen
		Klafter. *)		℔.	℔	L.		
Für 1 prä-senten Tag	V. Okt. bis Ende März	3**) / 1600	1 / 400	1 / 200				
	„ April „ Sept.	1 / 1600	1 / 800	1 / 1000				
Für 1 Gang-Laterne per Monat:	März, April, Sept., Okt.			. .	2	8		
	Mai, Juni, Juli, August			. .	1	16		
	Novbr., Dez, Januar, Febr.			. .	3	24		
Für 1 Wacht-Laterne per Monat:	März, April, Sept., Okt.			. .	2	18		
	Mai, Juni, Juli, August			. .	1	23		
	Nov., Dez, Januar, Febr.			. .	4	23		
Zur Neufüllung eines	zweimännigen Strohsacks .			. .	.	.	6	
	einmännigen „ . .			. .	.	.	4	
	einmännigen Kopfpolsters .			. .	.	.	½	
Dreimal per Jahr zur Nachfüllung eines	zweimännigen Strohsacks .			. .	.	.	3	
	einmännigen Strohsacks .			. .	.	.	2	
Per Quartal	für 10 Mann: Zimmer-Besen .			. .	.	.	.	6
	für 2 Pferde: Stall-Besen . .			. .	.	.	.	3
Jährlich für alle übrig. zum Dienste nöthigen Lokalitäten eines	Infanterie-Regimts	73	Klafter	102				
	Jäger-Bataillons	60	„	80				
	Cavalerie-Regimts	64	„	83				
	Artillerie-Regimts	89	„	105				
	1 Technische Comp.	8	„	10				
	1 Garnisons-Comp.	10	„	12				
Für eine Kasernwache jährl.		10	„	68 11/16				

Anmerkungen zu E. 1) Die Klafter Gebührholz ist von Fichten zu 3½ Fuß Scheiterlänge (§. 52. c). Im Falle anderes Holz abgegeben wird, so geschieht die Vergleichung wie folgt:

a) Bei Buchenholz ist 1 Klftr. = 1½ Klafter Gebührholz;

b) Bei Eichenholz ist 1 Klftr. gleich 1 Klftr. Gebührholz;

c) Bei Buchenholz von nur 3 Fuß Scheiterlänge (Garnison Würzburg und Aschaffenburg) zählt 1 Klftr. für 1⅓ Gebührklftr.;

d) Bei Fichtenholz von 2½ Wienerfuß Scheiterlänge zählt die Klafter für ⅞ Gebührklftr.; (derlei Holz kömmt in Passau, wegen des Holzhandels mit Oesterreich, vor);

e) Bei sonstig noch etwa vorkommendem längern oder kürzern Holze muß dieses im Verhältnisse zur Scheiterlänge der Gebühr-Klafter (3½') verrechnet werden. So findet man z. B., daß bei

Digitized by Google

Buchenholz von 4 Fuß Scheiterlänge 1 Klftr. = $1\frac{7}{12}$ Gebühr-Klafter oder auch 1 Gebührklafter = $\frac{7}{12}$ Klftr. 4′ langes Buchenholz ist; (Pfalz).

f) Bei Steinkohlen (Pfalz) werden 9 französische Zentner gleich einer Gebührklafter gerechnet.

Anmerkung 2) **) Von den $\frac{3}{1000}$ sind $\frac{1}{1000}$ zum Kochen und $\frac{1}{500}$ zum Heitzen.

Anmerkung 3) Bei Berechnung der Gebühr an Holz, Licht und Besen wird zur Tagezahl der Mannschaft auch jene der Weiber und Kinder, welche wirklich kaserniren, beigenommen; und zwar hat 1 Weib die Gebühr wie 1 Mann, und auch

2 Kinder „ „ „ 1 Mann; Knaben über 13 und Mädchen über 15 Jahre beziehen aber keine Gebühren mehr.

Anmerkung 4) Auf ein Pfund Lichter werden 16 Stück gerechnet.

Anmerkung 5) Zu 6 ℔ Oel gebührt 1 Loth Dochtgarn (Baumwolle).

Anmerkung 6) Die Strohgebühr zur Nachfüllung trifft bei den zweimännigen Strohsäcken auf jede 81 Präsenttage 1 Gebund; bei den einmännigen aber auf jede 60⅔ oder 61 Tage 1 Gebund.

Anmerkung 7) Wenn an der Holz- und Licht-Gebühr Ersparungen gemacht werden, was jedoch nicht zum Nachtheile der Mannschaft geschehen darf, so werden dieselben in Geld berechnet, und es gehören davon $\frac{2}{3}$ dem Unteroffiziers- und $\frac{1}{3}$ dem Offiziers-Unterstützungsfond.

F. Besondere Verpflegsvorkommnisse.

1) Propretätsgeld. Es beträgt 50 kr. und wird bezahlt:

a) an neu zugehende Conscribirte und Freiwillige, sobald sie Montur empfangen;

b) an Einsteher für Conscribirte, jedoch erst beim wirklichen Antritt der neuen Einstandszeit;

c) an neu zugehende Leute, die schon gedient, aber ihren Abschied genommen hatten, gleichviel ob sie sich auf 2 oder 6 Jahre einreihen lassen;

d) an wieder eingereiht werdende Deserteurs, und endlich

e) an die aus der Gefangenschaft Zurückkehrenden.

Kein Propretätsgeld erhalten: a) Reengagirte, b) Unteroffiziere und Gendarmen, welche ohne Unterbrechung der Dienstzeit für desertirte Einsteher um die deponirte Einstandssumme einstehen.

Zurück erstattet wird das Propretätsgeld von Allen, welche vor Ende ihrer Dienstzeit austreten, ausgenommen a) bei Pensionirung, b) von solchen, welche zu den Veteranen

Digitized by Google

oder in das Invalidenhaus oder zur Gendarmerie versetzt werden, und c) bei Verstorbenen (nicht selbst entleibten).

2) Schreibtafelgeld. Es beträgt ebenfalls 50 kr, und darf dem zum Unteroffizier vorrückenden Gemeinen oder Vize-Corporal verabfolgt werden.

Dasselbe muß zurück erstattet werden in allen Fällen, wo der Austritt aus der Charge vor Ende der Dienstzeit erfolgt, sey es:

a) durch freien Rücktritt in den Stand der Gemeinen, oder
b) durch Degradirung zum Gemeinen auf immer,
c) durch Austritt gegen Stellung eines Ersatzmannes,
d) durch Entlassung wegen selbst verschuldeter Untauglichkeit, oder
e) durch Desertion.

Ist die Schreibtafel noch in ganz gutem Zustande, so kann der Rückersatz in natura erfolgen.

3) Wichsgeld. Es dürfen verrechnet werden, für
eine roh in Leder abgegebene Patrontasche 19 kr. 3½ hl
einen „ „ „ abgegebenen Cartouche . 11 kr. 1⅕ hl.
einen aus alten Patrontaschen verfertigten Cartouche 9 kr. 5 hl.

4) Das Beschlaggeld für Pferde beträgt

a) für ein Remont beim Zugang als erstes Beschläge auf allen 4 Füßen . . . . 1 fl. 12 kr.
b) als monatliches Beschlaggeld per Pferd
bei der schweren Cavalerie . . . . . 36 kr.
bei der leichten Cavalerie . . . . . 30 kr.
bei der Artillerie . . . . . 30 kr.
bei dem Fuhrwesen . . . . . 50 kr.

G. Tägliche Fourage-Gebühr für ein Pferd.

Art der Rationen.	Hafer Schffl.	Heu Z.	Streu Z.	Brod kr.
Schwere für Offiziers Wagen-Pferde .	1/20	10	4	25
„ für Fuhrwesens-Pferde . . .	1/20	10	3	25
Für Cüraſſier-Pferde	1/24	10	3	22
Für Chevaulegers-Pferde (leichte Ration)	1/30	9	3	18

Anmerk. zu F. Wo Heu angekauft und dann erst in Rationen abgebunden wird, ist die Gebühr für jedes der erforderlichen Strohbänder ½ Z., also per Ration (d. i. für zwei Bänder) 2/3 Z. Stroh.

H. Einquartierungs-Regulativ im Inlande.

1) Wenn eine Truppe im Inlande marschirt oder cantonirt, so erhält der einquartierte Unteroffizier oder Soldat vom Quartierträger Wohnung mit Beheitzung und Beleuchtung entweder in besonderem Zimmer oder in der Wohnstube des Quartierträgers, dann ein Bett oder in dessen Ermanglung frisches Stroh; ferner, wenn nicht eigene Menage statt findet, täglich eine nahrhafte Suppe, Gemüse mit $\frac{1}{2}$ Z. Fleisch oder statt dessen eine ergiebige Mehlspeise, $1\frac{1}{2}$ Z. gutes Brod, und $\frac{1}{2}$ Maaß Bier oder (in der Pfalz) $\frac{1}{2}$ Maaß Wein oder $\frac{1}{10}$ Mß. Branntwein. Dafür erhält der Quartierträger täglich per Kopf eine Vergütung von 10 kr., und zwar 5 kr. vom K. Aerar und 5 kr. aus der Löhnung des Manns, welch letzterm auch die Brodportion (wegen Kostportion auf dem Lande) einbehalten bleibt.

Bei dieser Verpflegung wird auch ein Weib als ein, und zwei Kinder ebenfalls als ein Kopf gerechnet. Die Eltern (Männer) haben nach diesem Maaßstabe per Kopf 3 kr. Vergütung beizutragen. Hiebei passirt jedoch nur die reglementmäßige Anzahl der Kasernweiber, d. i. per Regiment 24 aus dem Stande der Unteroffiziere und Gemeinen.

Für die Pferde werden die nöthigen Plätze in den Ställen gegeben, und die gebührende Fourage-Ration (siehe F. mit Ausnahme des Strohes), gegen die bei F. angegebene baare Vergütung geliefert. Das Stroh muß, als zur Last der Einquartierung gehörig, von dem Quartierträger unentgeldlich abgegeben werden, wofür ihm jedoch der Pferdedünger auch unentgeldlich überlassen bleibt.

2) Bei Versetzung Einzelner findet die nämliche Einquartierung und Verpflegung statt. Im Falle der Erkrankung während des Marsches wird solchen einzeln versetzten oder commandirten Individuen $\frac{1}{4}$ Vorspannswagen bis zum nächsten Militär-Krankenhause gegeben. Verheirathete mit minderjährigen Kindern, dann die in das Invalidenhaus und in die Veteranenanstalt einzeln Versetzten erhalten nebst der oben bezeichneten Verpflegung noch 12 kr. für jede Stunde (statt Vorspann), wobei der vorschriftsmäßige Stundenzeiger *) zur Berechnung zu nehmen ist.

*) Dieser Stundenzeiger unterliegt eben jetzt einer Umarbeitung zur Berichtigung. Sollte derselbe die allerh. Genehmigung noch vor Vollendung des gegenwärtigen Lehrbuches erhalten, so wird er am Ende desselben folgen.

Digitized by Google

I. Versorgungs-Anstalten und Pensionen.

Zur Versorgung von im Dienste oder durch Alter und Gebrechen untauglich gewordener Unteroffiziere und Soldaten bestehen 3 Versorgungs-Anstalten, nämlich:

1) für Halbinvaliden 2ter Abtheilung, die Garnisons-Compagnien Nymphenburg und Rosenberg;
2) für Real- (gänzliche) Invaliden,
   a) Pensionen in zwei Classen nach dem folgenden Regulative,
   b) die Veteranen-Anstalt zu Donauwörth und das Invalidenhaus zu Fürstenfeld.

Ad 1. Zu den Garnisonscompagnien werden jene versetzt, welche zwar zum Liniendienste untauglich, aber noch im Stande sind, Garnisonsdienst zu verrichten. Die Verpflegung mittelst Löhnung, je nach der Charge, Brod und Monturraten ist einerlei mit jener der Infanterie (A, B. und C.)

Ad 2. a. und b. Auf diese Versorgung haben alle jene Ansprüche, welche wegen im Dienste erhaltener Gebrechen oder wegen Alters nach vieljährigem treuen Dienste zu allen Waffen- und Dienstesgattungen untauglich werden, und im Erwerb des Lebensunterhalts beschränkt sind.

Hiebei ist die Versorgung b. für jene bestimmt, die den Bezug der Pension in ihrer Heimath nicht wünschen, und zwar werden in dem Invalidenhause Fürstenfeld nur Unverehelichte oder kinderlose Wittwer, in der Veteranen-Anstalt aber die Verheiratheten aufgenommen.

Die Verpflegung im Invalidenhause besteht in Frühstück, Mittagessen und Nachtessen nebst täglich 1 Z. Brod und 1 Mß. Bier, Kleidung nach Bedarf, freier Wäsche, Wohnung mit Holz, Licht und gutem Bette, ferner Taschengeld anstatt Löhnung, und zwar:

der Feldwebel, 1ter Wachtmeister ꝛc täglich . . .	6 kr.
der Sergeant, 2ter Wachtmeister ꝛc. täglich . . .	4 kr.
der Corporal täglich	3 kr.
und der Gemeine jeder Waffengattung	2 kr.

Die Invaliden sind von allen Diensten, selbst von kleinen Hausarbeiten, befreit.

Die Veteranen (in Donauwörth) beziehen, je nach ihrer Charge, Löhnung und Brod wie in der Infanterie; sodann Montur nach Bedarf, und überdieß wird ihnen, für den Entgang der bessern Verpflegung im Invalidenhause, eine entsprechende Zulage Allerhöchstenorts bewilligt. Sie sind ebenfalls dienstfrei.

Digitized by Google

a) Pensions-Regulativ.

Chargen.	Monatliche Pension.							
	Mann.				Wittwe.		Kind.	
	I. Classe		II. Classe					
	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.	fl.	kr.
Feldwebel, 1ter Wachtmeister, Oberfeuerwerker, Stabstrompeter, Ordonnanz im Kriegsministerium, Bediente im Cadetten-Corps	10	—	7	30	5	—	3	—
Auditoriats-Actuar	10	—	7	30	4	—	3	—
Sergeant ꝛc., Fechtmeister, Profos .	7	30	5	—	3	30	3	—
Corporal, Hoboist, Trompeter 1ter und 2ter Classe, Bataillons-Tambour . .	7	—	4	30	3	—	3	—
Soldaten aller Waffen, Hornisten 2ter Classe, Tambour ꝛc.	5	—	2	30	2	30	3	—

Anmerkungen zum Pensions-Regulativ.

1) Gänzliche Erwerbsunfähigkeit oder wenigstens 15 Dienstjahre, die Feldzugsjahre doppelt gerechnet, begründen die Ansprüche auf Pension erster Classe.

2) Die Wittwen und Waisen der vor dem Feinde Gebliebenen oder an ihren Wunden Gestorbenen erhalten die Pension des um eins höheren Grades, als der des Verstorbenen war.

3) Die Knaben (Waisen) beziehen die Pension bis zum vollendeten 13ten, die Mädchen bis zum vollendeten 15ten Jahre. Dann erhalten die Knaben noch 30 fl. und die Mädchen 20 fl. Abfertigung. Erlernt ein Knabe eine Kunst oder ein Handwerk, so dürfen noch weiters 60 fl. Lehrgeld, (worüber in der Regel Accord abgeschlossen wird) und 48 fl. Unterstützung bezahlt werden.

4) Die erworbene Medaillen-Zulage wird in jeder der 3 Versorgungsclassen fortbezogen.

K. Beiträge zur Wittwen-Casse.

Chargen	Jedes Quartal		Bei Verehelichung	
	kr.	hl.	fl.	kr.
Jeder Feldwebel oder in diesem Range stehende .	22	4	45	—
„ Auditoriats-Actuar	18	—	36	—
„ Sergeant oder im gleichen Range stehende .	13	4	27	—
„ Corporal „ „ „ „ „	11	2	22	30
„ Gefreite und Gemeine „ „	6	—	12	—

Anmerk. 1) Bei jeder Beförderung haben die Verheiratheten den Mehrbetrag der neuen Löhnung 3 Monate hindurch zu entrichten.

2) Die Heiraths-Caution ist für Unteroffiziere und Soldaten zu 600 fl. festgesetzt.

Digitized by Google

L. Durchmesser, Gewichte und Pulverladungen der kleinen Feuerwaffen.

Namen	Durchmesser der Bohrung	Durchmesser der Kugel	Gewicht der Masse	Gewicht der Kugel	Pulverladung scharfer Schuß.	Pulverladung blinder Schuß.
	Rheinische Zoll		Bayer. ℔.	Nürnbr. ℔.	Bayr. Loth	
Zündhütchen-Muskete (Seit 1840)	0,68	0,634	$8\frac{1}{2}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{8}{16}$	$\frac{-}{16}$
Steinfeuer-Muskete . .	0,68	0,634	$8\frac{1}{2}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{10}{16}$	$\frac{2}{16}$
Schützen-Stutzen . . .	0,55	0,54*	$5\frac{3}{4}$	$\frac{1}{29}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{16}$
Karabiner	0,68	0,634	$4\frac{1}{2}\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{7}{16}$
Pistole	0,68	0,634	$2\frac{3}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{6}{16}$
Wallbüchse (Amberg. Mod. 1831)	0,83	0,83	$21\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{14}{16}$	—

Anmerkung. 1) Der ausgerüstete Infanterist (Füsilier, Jäger ꝛc.) hat 48 scharfe Schuß und 120 Zündhütchen in der Patrontasche.

Der ausgerüstete Chevaulegers hat 15, der Cüraſſier 16 scharfe Schuß im Cartouche.

Die scharfe Patrone zum Scheibenschießen mit der Steinfeuer-Muskete erhielt $\frac{9}{16}$ Lth. Pulver.

* 2) Der oben angegebene Durchmesser (0,54) der Stutzenkugeln ist als Minimum festgesetzt. Der Normaldurchmesser ist 0″,55 und das Maximum 0″,56.

3) Auf ein bayer. Pfund gehen $20\frac{1}{2}$ Bleikugeln vom Durchmesser 0″,634 rh. (nach den Vorschrft. zur Fertig. d. Patr., und gefunden durch wirkliches Abwägen der Kugeln in Masse.) — Bei der Verwandlung des obigen Nürnberger-Gewichtes (§. 188. c.) in bayer. findet man, daß $19\frac{3}{4}$ dieser Kugeln auf 1 bayer. Pfund gehen.

Ferner gehen auf 1 bay. Pfd. $31\frac{1}{2}$ Stutzenkugeln vom Durchm. 0,54.

4) 12 Patronen kommen in ein Päckchen.

In einen Verschlag werden gepackt

168	Päckchen	scharfe Musketen-Patr. à $\frac{8}{16}$	Loth Pulver.
198	„	blinde „ „ à $\frac{7}{16}$	
154	„	scharfe Karabiner-Patr. à $\frac{9}{16}$	
189	„	„ Pistolen-Patron. à $\frac{6}{16}$	

Das Gewicht eines leeren Infanterie-Munitions-Verschlages ist 12 ℔.; dessen innere Länge ist 18″,42, Breite 7″,5, Tiefe 13″, und Holzdicke 0″,75 rh. Dbz.

5) Die innern Maaße der Pulver-Cymente sind in rh. Dbz Zoll.

a) für $\frac{8}{16}$ löth. Patronen:	der Durchmesser	0″,8	die Höhe	1″,01
b) „ $\frac{7}{16}$ „ „ :	„ „	0″,8	„ „	0″,88
c) „ $\frac{5}{16}$ „ „ :	„ „	0″,75	„ „	0″,82

Digitized by Google

§. 193. Siebenzig Uebungsbeispiele (sammt Resultaten) über das Rechnungswesen einer Compagnie;

in der Reihenfolge und mit Beziehung der §§. des Lehrbuches, durch welche sie ausgerechnet werden.

(Die Angaben sind hiebei aus den vorstehenden Tafeln des IIIten Anhanges zu entnehmen.)

Aufgaben zum §. 46.

1) Der Präsentstand einer Compagnie betrug im verflossenen IV. Quartale 10819 präsente Tage. Was ist demnach bei dieser Compagnie die Lagerstroh-Gebühr zum Nachfüllen 2män. Strohsäcke?

2) Eine Compagnie zählte (im IV. Quartale $18\frac{3}{10}$) 9140 Präsenttage vom 1ten Unteroffizier abwärts. Dieselbe hat 2 kasernirende Weiber mit 6 Kindern. Was ist demnach die Anzahl der Gebührtage, für welche Stroh, Holz, Licht und Besen verrechnet werden dürfen?

3) Was ist zum Heitzen und Kochen bei Sparherden die Holzgebühr dieser Compagnie in diesem IVten Quartale?

4) Was ist die Lichtergebühr dieser Compagnie in diesem IV. Quartale?

5) Was ist bei dieser Compagnie die Besen- und Lagerstroh-Gebühr zur Nachfüllung einmänniger Strohsäcke?

6) Eine Escadron verrechnete im 1ten Quartale 11408 Pferdrationen. Was ist ihre Gebühr an Stallbesen?

7) Eine Escadron zählte in einem Quartale 12800 Präsenttage; sie hatte zweimännige Betten und mußte 18 zweimännige und 6 einmännige Strohsäcke, zu letztern auch die Kopfpolster, neu füllen; was ist ihre Lagerstroh-Gebühr in diesem Quartale?

Aufgaben zum §. 62. und 63.

8) Was ist die Löhnung des Feldwebels d. Inft. für 92 Präsenttage?

9) Was ist die 11tägige Löhnung von 8 Corporälen d. Infant.?

10) Was ist die Löhnung eines Jäger-Horniſten 1ter Classe für 91 Tage?

11) Was ist die Löhnung eines Tambours IIter Classe der Infanterie für 10 Tage?

12) Was ist die Infanterie-Gemeinen Löhnung Iter Capitulation für 1537 Präsenttage?

13) Was ist jährliche Löhnung (365 Tage) eines Musikmeisters?

14) Was ist die 11tägige Löhnung des Trompeters I. Classe bei der Cavalerie?

Antworten zu Nro.

1] $133\frac{6}{11}$ Gebund.
2] 9600.
3] 18 Klafter.
4] $9\frac{3}{5}$ Z.
5] 62 Besen u. $157\frac{3}{5}$ d. i. 157 Gebund Stroh
6] 186 Stallbesen.
7] 158 Geb. zur Nachfüllung, 108 zur Neufüllung der 18 zweimän. und 27 zur Neufüllung der 6 einmän. Strohsäcke; zusammen 293 Gebund.
8] 46 fl.
9] 22 fl.
10] 22 fl. 45 kr.
11] 1 fl. 15 kr.
12] 192 fl. $7\frac{1}{2}$ kr.
13] 182 fl. 30 kr.
14] 3 fl. 40 kr.

Digitized by Google

15) Was ist die Geldgebühr für 5872 Brodport. á 4 kr.?
16) " " " " " 3683 " á 3 kr. 6 hl.?
17) " " " " " 4009 " á 5 kr.
18) " " " " " 286 " á 2 kr. 4 hl.?
19) Was ist die 10tägige Löhnung eines Schützen-Hornisten II. Cl.?
20) Was ist die 10tägige Löhnung eines Sattlers der Cavalerie?
21) Was ist die 20tägige Löhnung eines Unterjägers?
22) Was ist die 30tägige Löhnung eines Auditoriats-Actuars?
23) Was ist die 10tägige Löhnung eines 1ten Wachtmeisters d. Cav.?
24) Was ist die Sergeanten-Löhnung der Infanterie a) für 33, b) für 177 Präsent-Tage?
25) Wie viel beträgt monatlich das Beschlaggeld für 114 Pferde der schweren Cavalerie?
26) Wie viel beträgt das Beschlaggeld für 17 Remonten (als erstes Beschläge auf den 4 Füßen)?
27) Was beträgt die jährliche Löhnung für 32400 präsente Gemeine 1ter Capitulation der Infanterie?
28) Was ist im 1. Quartale die Löhnung eines präsenten Tambours I. Classe der Infanterie?
29) Was ist die Löhnung eines Gemeinen für 137 Präsenttage IIter Capitulation der Cavalerie?

Was kosten bei der Infanterie:

30) 6 Röcke? | 31) 9 Spenser?
32) 11 tuchene Pantalons? | 33) 17 paar Bundschuhe?
34) 25 Hemden? | 35) 53 lein. Pant. mit Kamasch.?

Was kosten bei den Cürassieren:

36) 16 Collet? | 37) 20 Spenser?
38) 19 tuchene Pantalons? | 39) 48 Reithosen?

Was ist bei den Chevaulegers der Preis von:

40) 17 Spenser? | 41) 38 Collets?
42) 23 Reithosen? | 43) 24 paar Halbstiefel?

Was kosten bei der Artillerie (für Soldaten):

44) 53 tuchene Pantalons? | 45) 17 Röcke?

Was ist die Geldvergütung:

46) für 135 leichte Rationen? 47) für 45 schwere (Zug-Pferd-) 48) für 93 Cürassier-Pferd-Ration.? Rationen?

Antworten zu Nro.

15] 391 fl. 28 kr.
16] 230 fl. 11 kr. 2 hl.
17] 334 fl. 5 kr.
18] 11 fl. 55 kr.
19] 2 fl. 10 kr.
20] 4 fl. 5 kr.
21] 6 fl.
22] 13 fl. 15 kr.
23] 5 fl. 20 kr.
24] a) 9 fl. 54 kr.
b) 53 fl. 6 kr.
25] 68 fl. 24 kr.
26] 20 fl. 24 kr.
27] 1478250 fl. (1 Jahr zu 365 Tag).
28] 13 fl. 2 kr.
29] 23 fl. 58½ kr.
30] 34 fl. 30 kr.
31] 36 fl. 9 kr.
32] 38 fl. 19 kr.
33] 51 fl.
34] 30 fl. 50 kr.
35] 105 fl. 7 kr.
36] 94 fl. 56 kr.
37] 82 fl.
38] 71 fl. 45 kr. 7 hl.
39] 413 fl. 42 kr.
40] 83 fl. 35 kr.
41] 254 fl. 36 kr.
42] 256 fl. 27 kr.
43] 94 fl.
44] 209 fl. 21 kr.
45] 98 fl. 2 kr.
46] 40 fl. 30 kr.
47] 18 fl. 45 kr.
48] 34 fl. 6 kr.

Digitized by Google

Aufgaben zum §. 66.

49) Der Gemeine N. N. des Chevaulegers-Regiments Kronprinz empfieng bei seinem Zugange: 1 Collet, 1 Spenser, 1 Schirmmütze, 1 tuchene Pantalon, 1 paar Handschuhe, 1 paar Bundschuhe, 1 Halsbinde, 1 Reithose, 2 Unterhosen, 2 Hemden, 1 paar Halbstiefel. Was ist demnach seine Montur-Schuld? Antwort. 40 fl. 30 kr.

50) Man setze an und addire die Löhnung und Brodgebühr der 5ten Compagnie des K. B. Infanterie-Regiment K.

Vom 21ten mit 31ten Juli 1841.

Stand	Abgang. Offiziere	Arrestant.	Kranke.	Beurlaub	Comman.	Gesammt.	Rest.	Chargen	Tägl. Löhn. per Mann. kr.	Präsenttage	Löhnung fl.	kr.	hl.	Brod. à 3 kr. — hl. fl.	kr.	hl.
4	4	.	.	.	.	4	—	Offiziere . . .	—	—	—	—	—	—	—	—
1	.	.	.	.	.	.	1	Feldwebel	30	11	5	30	—	1	33	—
2	.	.	.	.	.	.	2	Sergeanten	18	22	6	36	.	1	6	.
6	.	.	.	.	.	.	6	Corporäle	15	66	16	30	.	3	18	.
4	.	.	.	.	.	.	4	Vice-Corporäle*	11½	44	8	26	.	2	12	.
1	.	.	.	.	.	.	1	Tambour I. Cl.	8½	11	1	33	4	.	33	.
2	.	.	1	.	.	1	1	Tambour 2. Cl.	7½	11	1	22	4	.	33	.
8	.	.	.	.	.	.	8	Gefreite I. Cap.	7½	88	11	.	.	4	24	.
3	.	.	.	.	.	.	3	Gemeine III. Cap.	9	33	4	57	.	1	39	.
2	.	.	.	1	1	1	1	Gemeine II. Cap	8½	11	1	33	4	.	33	.
159	.	.	2	60	10	72	87	Gemeine I. Cap.	7½	957	119	37	4	47	51	.
192	4	.	3	60	11	78	114	Summen . . .	.	.	a)	b)	.		c)	

*) Den Vice-Corp. ist die Gemein. Löhnung 1. Cap. nebst 4 kr. Zulage angesetzt.

Antwort. a) 1254 Präsenttage, für welche Brod gebührt;
b) 177 fl. 6 kr. c) 62 fl. 42 kr.

51) Man finde a) die Löhnung, b) die Brodgebühr, und c) die ganze zu empfangende Summe, vom 1t. mit 10t. November 1841 für eine Artillerie-Comp. vom folgenden Präsentstande: 1 Oberfeuerwerker, 2 Unterfeuerwerker, 2 Corporäle II. Capit., 3 Corporäle I. Capit., 1 Trompeter I. Classe, 1 Trompeter II. Classe, 2 Bombardiere III. Capit., 1 Bombardier II Capit., 9 Bombardiere I. Capit., 15 Oberkanoniere und 32 Unterkanoniere. Die tägliche Brodport wird mit 2 kr. 7 hl. verrechnet?

Antwort. a) 690 Präsenttage, für welche Brod gebührt.
b) Die Löhnung beträgt 141 fl 40 kr.
c) Die ganze Empfangssumme ist 174 fl. 43 kr. 6 hl.

Aufgaben zu §. 96.

52) Der Gemeine des Chevaulegers-Regiments König war mit dem 1. Januar 1841 in Dienst getreten, kam den 3. März Abends ins Mil.-Krankhs. wurde vondort d. 12. März Abends wieder zum Dienst ent-

Digitized by Google

lassen, und ging den 16ten März Morgens in Urlaub. Was hat er in dem II. Quartal 18$\frac{4}{5}$ an Montur gut gemacht? Antw. 3 fl. 45 kr. 3 hl.

53) Was ist die Oelgebühr für eine Ganglaterne: a) im I. Quartal; b) im II. Quart.; c) im III. u. IV. Quart. Antw. a) 9 Z. 24 Lth.; b) 9 Z. 24 Lth.; c) im III. u. IV. 5 Z. 8 Lth in jedem.

54) Was ist die Gebühr an Oel und Dochtgarn im IV. Quartale für 5 Ganglaternen? Antw 26 Z. 8 Lth. Oel u. 4$\frac{1}{2}$ Lth Dochtgarn.

55) Was aber ist die Oel- und Dochtgarngebühr im II. Quartale für 19 Wachtlaternen? Antw. 228 Z. Oel u. 1 Z. 6 Lth. Dochtgarn.

56. In der hier stehenden Montur-Liste für das 4te Quartal 18$\frac{..}{..}$, der ..ten Escadron des Cürassier-Reg. P. K., sind die Geldbeträge einzusetzen, die Summen zu ziehen, und die Probe zu machen.

Nummer.	Chargen.	Namen.	Wann abgegeben. T.	Wann abgegeben. M.	Collet	Spenser	Schirmmütze	Pr. Halbstiefel	Hosenträger	Pr. Handschuhe	Halsbinden	Tuchene Hosen	Reithos. mit Leb.	Pr. Sandschuhe	Unterhosen	Hemden	Pr. Sohl. m. Fl.		Geld-Betrag. fl.	kr.	hl.
1	1. W.	A.	31	Aug.	1	.	.	.	.	.	.	1	.	.	.	.	.	.	9	42	3
2	2. W.	B.	31	Juli	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	2	2	.	.	b		
3	Corp.	C.	30	Spt	1	.	.	.	.	.	.	1	.	1	.	.	.	.	c		
4	„	D.	31	Juli	.	.	1	.	.	.	.	.	.	.	.	1	.	.	d		
5	Cür.	E.	31	Juli	.	.	1	.	.	.	1	.	1	.	.	.			e		
			30	Spt	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	1					
6	„	F	31	Juli	.	1	.	.	.	.	.	1	.	.	1	1	.	.	f		
7	„	G.	31	Juli	1	1	1	1	.	1	1	1	1	1	2	2	.	.	g		
8	„	H.	30	Spt.	1	.	.	1	.	1	1	1	1	.	.	.	.	.	h		
9	„	I.	31	Aug	1	1	1	1	.	1	1	1	1	1	.	.	.	.	i		
10	„	K.	30	Spt	1	1	1	1	.	1	1	1	1	.	2	2	.	.	k		
11	„	L.	30	Spt.	1	.	.	1	.	.	.	1	1	.	2	2	.	.	l		
		Summa			7	4	4	6	.	4	5	8	6	5	10	11	.	.	m		*
					7	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	n		
						4	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	o		
							4	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	p		
								6	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	q		
									.	4	.	.	.	.	.	.	.	.	r		
											5	.	.	.	.	.	.	.	s		
												8	.	.	.	.	.	.	t		
													6	.	.	.	.	.	u		
														5	.	.	.	.	v		
															10	.	.	.	w		
																11	.	.	x		
		Summe wie oben															.	.	y		*

Anmerk. Diese letzte Zusammenstellung dient als Probe; denn wenn nirgends gefehlt ist, so muß die unten herauskommende Summe mit der oben gefundenen Summe einerlei seyn.

Antwort zu Nr. 66.

a) 9 fl. 42 kr. 5 hl.
b) 3 fl. 52 kr. — hl.
c) 12 fl. 42 kr. 5 hl.
d) 5 fl. 9 kr. — hl.
e) 11 fl. 43 kr. 1 hl.
f) 9 fl. 48 kr. 5 hl.
g) 35 fl. 46 kr. 6 hl.
h) 26 fl. 48 kr. 6 hl.
i) 31 fl. 54 kr. 6 hl.
k) 35 fl. 46 kr. 6 hl.
l) 26 fl. 6 kr. 6 hl.
*m) 209 fl. 21 kr. 6 hl.
n) 41 fl. 32 kr. — hl.
o) 16 fl. 24 kr. — hl.
p) 4 fl. — kr. — hl.
q) 23 fl. 30 kr. — hl.
r) 5 fl. 36 kr. — hl.
s) — fl. 50 kr. — hl.
t) 30 fl. 13 kr. — hl.
u) 51 fl. 42 kr. 6 hl.
v) 15 fl. — kr. — kr.
w) 7 fl. — kr. — hl.
x) 13 fl. 34 kr. — hl.
*y) 209 fl. 21 kr. 6 hl.

Digitized by Google

57) Man setze hier unten für den Gemeinen N. des K. B. Cürassier-Regiments Prinz Karl den Preis der empfangenen Montur und den Beitrag zur Wittwencasse ein (siehe Tafel B. u. K.), und schließe dann (den Monturbogen) ab.

Jahr	Quartal	Tage: präs.	Tage: beurl.	Tage: krank	Vortrag	Betrag: fl.	Betrag: kr.	Betrag: hl.
1833	4				½ empf 1 Collet	5	56	
					1 Spenser			
					1 tuchene Pantalon .			
					1 Reithose			
					1 pr. Handschuhe .			
					Zur Wittwencasse			
					Schuld	*		
		74	13	5	Gutgemacht	**		
					Rest-Schuld	***		
					Baar erlegt zur Tilgung der Schuld	21	7	.
					Somit Guthaben	**		

Anm. * Die Schuld ist 25 kr. 6hl.; **gutgemacht 4 kr. 5 hl. ***Restschuld 19 kr. 2 hl.; ** somit Guthaben 1 kr. 3 hl.

58) In der folgenden Zusammenstellung des Standes einer Escadron setze man die Löhnung und Brodgebühr vom 21ten mit 31ten August ein und finde die Summe. Hierauf setze man an, wie viel dieser Summe zu- oder abgerechnet werden müsse wegen den in den letztverflossenen 10 Tagen eingetretenen unvorausseh-baren Veränderungen im Stande der Escadron. Letzteres wird aus den Neuigkeiten vom 11ten mit 20ten August erkannt, die deß-wegen hier unten angegeben sind.*

Neuigkeiten vom 11ten mit 20ten August.

11. Aug. Gemeiner Mohr gestern Abends des Militärgefängniß-Arrests entlassen; Gemein. Leicht seit gestern Abends 7 Uhr vermißt.

12. Aug. 1ter Wachtmeister Herz heute früh in Urlaub.

13. Aug. Gemeiner Gill gestern Nachmittags von Urlaub.

14 Aug. Der seit 10. d. Abends 7 Uhr vermißte Gemeine Leicht vom nämlichen Tage als Deserteur in Abgang; 1ter Wachtmeister Herz gestern Abend von Urlaub. — 15. Aug. —

16. Aug 2ter Wchtm. Fröhlich gestern Nachm. ins Mil.-Krankenhs.

17. Aug. Corp. Sturz vom heutigen auf immer zum Gemeinen degradirt. — 18. und 19. —

20. Aug. 2ter Wachtm Fröhlich gestern Abends aus dem Krankenhs.

* Anmerk. 1) Zur Erläuterung des Hinzu- oder Hinwegzählens von der Empfangssumme dient: Löhnung und Brod werden von 10 zu 10 Tagen (⅓ Monat) voraus angesetzt und ausbezahlt. — Im Laufe der verrechneten 10 Tage treten aber gewöhnlich im Stande der Es-cadron (Comp.) Veränderungen ein, durch Urlaubswechsel, Krank-heit ꝛc., welche die angesetzten Gebühren theils vermehren, theils

Digitized by Google

Vom 21ten mit 31ten August.

Stand	Abgang: Offizier.	Arrestant	Krank	Beurl.	Commandirt.	Summe	Rest	Chargen	Tägl. Löhn. pr. Mann. kr.	Präsenztage	Löhnung fl.	kr.	hl.	Brod à 3 kr. fl.	kr.
4	4	.	.	.	.	4	—	Offiziers	—	—	—	—	—	—	—
1	.	.	.	.	.	.	1	1ter Wachtmeist.	32	11	5	52	.	.	35
2	.	.	.	.	.	.	2	2ter Wachtmeist.	20	22	7	20	.	1	11
7	.	.	.	.	.	.	7	Corporäle.	17						
2	.	.	.	.	.	.	2	Vice-Corpor	13½						
1	.	.	.	.	.	.	1	Trompeter I. Cl.	20						
1	.	.	.	.	.	.	1	„ 2. Cl	15						
1	.	.	.	.	.	.	1	Schmid	17						
1	.	.	.	.	.	.	1	Sattler	24½						
8	.	.	.	.	.	.	8	Gefreite I. Cap.	9½						
1	.	.	.	.	.	.	1	Gemein. III. „	11						
1	.	.	.	.	.	.	1	„ II. „	10½						
159	.	.	4	64	1	69	90	„ I. „	9½						
180	4	.	4	64	1	73	116	Summa		a	b			c	

Hiezu: Gemein. Mohr I. Capit. (a. Arrest)	10	1	35	.	.	32 4
„ Gill I. Cap. (v. Urlaub)						
„ Sturz I. Cap. (degr.)						
Summe	d	e			f	
Hievon: 1ter Wachtm. Herz (beurl.)	2	1	4	.	.	6 4
2ter Wchtm. Fröhlich (ins Krankenh.)						
Corporal Sturz (degrad.)						
Gemein. Leicht I. Cap. (desert.)						
Summe (des Abzugs)	g	h			i	
Rest	k	l			m	
Summe der Löhnungs- und Brodgebühr	.	n			.	. .
Hiezu: (monatliches) Beschlaggeld für 114 Pferde à 36 kr.	.				.	. .
Summe	.	o			.	. .
Hievon: Schreibtafelgeld von dem auf immer zum Gem. degrad. Corp. Sturz.	.	.			.	. .
Empfangs-Summe		p			.	. .

vermindern. Diese Veränderungen aber weisen die Neuigkeiten aus, und die jedesmalige Art der Veränderung, in Verbindung

Digitized by Google

mit den Bestimmungen hierüber (Taf. A. u. F. nebst Anmerkung.), geben an, ob dadurch etwas zur Empfangssumme der nächstfolgenden 10 Tage (1 Monat) hinzu gezählt oder davon abgerechnet werden müsse. So z. B. erkennt man aus der Neuigkeit des 17ten, daß der degrad. Corp. Sturz die für den 17, 18., 19. u. 20. bereits empfangene 4tägige Corporals-Löhnung zurückersetzen müsse; es ist daher diese von der Empfangs-Summe abzurechnen, und dafür die 4tägige Gemeinen-Löhnung zur Empfangs-Summe hinzu zu zählen. — Am Schlusse sind dann noch etwaige besondere Gebühren ab- und zugerechnet, z. B. Schreibtafelgeld, Proprietätsgeld, Beschlaggeld u. s. w.—, und endlich ist die wahre Empfangs-Summe gefunden.

Anmerk. 2. Die abgeschlossenen Listen einer Comp. enthalten hieher passende Uebungsaufgaben in großer Anzahl. Es erscheint daher zweckdienlich dieselben beim Unterrichte zu benützen. — Die oben angegebene Zusammenstellung von Löhnung ꝛc. ist nicht normirt (dienstlich vorgeschrieben), sondern es haben alle Gebühren-Verrechnungen und Veränderungen derselben gleich in der Verpflegsliste zu geschehen. Da letztere aber ihrer Ausdehnung wegen hier nicht als Uebungsbeispiel aufgenommen werden konnte, so erscheint die obige Zusammenstellung, zugleich mit den verschiedenen Aufgaben dieses Anhanges, eine zweckmäßige Vorübung, zum Führen einer Verpflegsliste.

Antwort zu 58.

a) 1276 präsente Tage.
b) 228 fl. 37 kr.
c) 69 fl. 7 kr.
d) 1298 präsente Tage.
e) 232 fl. 6 kr.
f) 70 fl. 18 kr. 4 hl.
g) 20 präsente Tage.
h) 5 fl. 7 kr.
i) 1 fl. 5 kr.
k) 1278 präsente Tage.
l) 226 fl. 59 kr.
m) 69 fl. 13 kr. 4 hl.
n) 296 fl. 12 kr. 4 hl.
o) 364 fl. 36 kr. 4 hl.
p) 363 fl. 46 kr. 4 hl.

Aufgaben zu §. 126.

59) Eine Escadron des K. B. Cürassier-Regiments P. J. v. S. verrechnete im IV. Quartal $18\frac{2}{4}$ 10468½ Fourage-Rationen der Dienstpferde. Wie viele Pferde, für welche Beschlaggeld verrechnet wird, weisen diese aus; und was beträgt das Beschlaggeld?

Antw. das IV. Quartal hat 92 Tage; die 10468½ Fourage-Rationen der Dienstpferde weisen daher aus 10468½ : 92 = $113\frac{1}{2}\frac{1}{92}$ Pferde. Das Beschlaggeld für diese (à 1 fl. 48 kr. pr. Pferd) beträgt 204 fl. 48 kr. $7\frac{7}{92}$ hl. (d. i. 204 fl 48 kr. 7hl.).

60) Eine Escadron des Chevaulegers-Regiments K. empfing im II. Quartale $18\frac{2}{3}$ 9435 Fourage-Rationen der Dienstpferde. Wie viel Beschlaggeld hat sie zu verrechnen, da sie überdieß 8 Remonten Zugang hatte? Antw. 166 fl. 51 kr.

61) Der Gemeine N. war vom 26. April Früh bis 11. Mai Abends in Arrest, und hatte daher täglich ½ Brodportion Abzug. Was ist der Geldbetrag dieses Abzugs, da die Brodportion im April zu 2 kr. 7 hl., und im Mai zu 3 kr. 2 hl., vergütet wurde? Antw. 16 kr. 5¾ hl.

Digitized by Google

62) 3516¼ Brodportionen à 3 kr. 5 hl. betragen? .... a)
6951⅔ „ à 4 kr. 2 hl. betragen? .... b)
Die Summe beträgt? .... c)

Antwort a) 212 fl. 26 kr. 5⅔ hl. c) 704 fl. 51 kr. 2⅓ hl.
b) 492 fl. 24 kr. 4⅔ hl.

Aufgaben zu §. 189.

63) Was ist für 112 Chevauleger-Pferde der 31tägige Fourage-Bedarf? Der nöthige Hafer ist in Schäffeln und Metzen, jener von Heu und Stroh in Zentnern anzugeben. Antwort: 115 Schffl. 4⅔ Metz. Hafer, 312½⅝ Zntr. Heu und 104⅛⅝ Zntr. Stroh.

64) Die Holzgebühr einer Compagnie, welche 31 7/6 Klftr. Gebühr-Holz betrug, wurde in Buchenholz zu 3 Fuß Scheiterlänge empfangen (Taf. E. Anmerk. c). Wie viel darf sie von diesem verrechnen?
Antw. 23⅔⅞ Klftr. Buchen zu 3′ Scheiterlänge

65) Was ist bei 7000 Präsenttagen des IIten Quartals die Holzgebühr einer Compagnie zum Heitzen und zum Kochen bei gewöhnlichen Herden, wenn der Empfang a) in Gebührholz, b) in Buchenholz von 3½ Fuß Scheiterlänge (Siehe Taf. E. a.) zu geschehen hat? Antw. a) 17¼ Klft Gebührholz; b) 11⅔ Klft. Buchenholz.

66. Was ist für 13587 Präsenttage des IV. Quartals die Holzgebühr einer Compagnie zum Heitzen und zum Kochen bei Sparherden, wenn der Empfang a) in Fichtenholz (zu 3½′ Scheiterlänge) b) in Buchenholz (zu 3½′ Länge) oder c) in Eichenholz zu geschehen hat? Antwort. a) 2⁵⁷⁶⁰⁰⁄₁₆₀₀₀ Klft. Fichten- oder Eichen- b) 16⅞⅔ Klft. Buchenholz.

67) Für wie viele Klafter Gebührholz zählt die Klafter Buchenholz von 4 Fuß Scheiterlänge, da die Klafter Buchen zu 3½ Fuß Scheiterlänge für 1½ Klafter Gebührholz zu verrechnen ist? Auflös. Gegeb. Fall. 1 Klft. Buchen ist für 1½ Klft. Ficht. bei 3½′ Schtlänge.
Fragefall. 1 „ „ „ „ x „ „ „ 4′ „
3½ : 4 = 1½ : x (Ger. Verhlt.); hieraus ist x = 1⅛ Klftr.
Antw. 1 Klft. Buchen von 4′ Scheitlänge ist für 1⅛ Klft. Gebührholz.

68) Das Infanterieregiment W. hatte zu verrechnen 73 Klafter Gebührholz. Wie viel beträgt dieß in Buchenholz von 4′ Scheiterlänge. Antw. 42⅞⅞ Klft. Buchenholz von 4′ Scheiterlänge.

69) Eine Comp. zählte im III. Quartale 3812 präsente Tage zur Verrechnung von Licht und Holz. Wie viel gebührt ihr a) an Lichtern? b) an Holz? (die Comp. hat gewöhnliche Herde, und der Empfang geschah in Fichtenholz von 6 Fuß Scheiterlänge). Antwort. a) 3 ℔ 13 Stück Lichter (sehr nahe); b) 2½⅝⅞⁄₄₆₀₀ Klafter, (d. i. etwas mehr als 2⅔ Klafter).

Aufgabe zu §. 182.

70) Wie viele dreispännige Wägen braucht man, um für ein Cüraſſier-Regiment zu 600 Pferden den 8tägigen Haferbedarf mitzuführen, wenn die Belastung eines Pferdes zu 12½ Zntr., und das Gewicht von 1 Schffl. Hafer zu 187 ℔ gerechnet wird? (§. 190. A.)
Antw. 9⅞⅞ d. i. 10 dreispännige Wägen.

Vierter Anhang.

Die Erklärung der räumlich ſtetigen Größen, die practiſche Anleitung zu ihrer Darſtellung und zur Berechnung ihrer Inhalte.

§. 194. Erklärung der Körper, Flächen, Linien u. Punkte.

Alle Gegenſtände, die einen Raum ſtetig (Seite 3. e.) ausfüllen, werden räumlich ſtetige Größen genannt. Die Geometrie unterſucht deren Form (Geſtalt) und Größe (Raumeinnahme), ohne Rückſicht auf ihre anderweitigen Eigenſchaften.

Der Raum dehnt ſich von jedem Orte weg nach unzählig vielen Richtungen aus; aber nur Drei Hauptrichtungen finden hiebei Statt; ſie heißen Länge (d. i. die Richtung vor- oder rückwärts), Breite (d. i. rechts oder links ſeitwärts) und Höhe, Tiefe oder Dicke (d. i. auf- oder abwärts. Alle Dinge, welche nach den drei Hauptrichtungen Raum einnehmen, werden Körper genannt. Die Grenzen (d. i. das Aeußerſte) der Körper heiſſen Flächen; und in dieſen gibt es nur die zwei Hauptrichtungen Länge und Breite; indem jede 3te Hauptrichtung aus der Grenze des Körpers hinaus tritt. Die Grenzen der Flächen heiſſen Linien; in dieſen gibt es nur die eine Hauptrichtung Länge, und jede andere Richtung tritt aus der Grenze der Fläche hinaus. Die Grenzen der Linien heiſſen Punkte und dieſe nehmen gar keinen Raum ein.

Die Theile eines Körpers ſind kleinere Körper, die einer Fläche ſind kleinere Flächen und die einer Linie ſind kleinere Linien. Der Punkt hat keine Theile.

Anmerkung. Auf Papier, Tafeln ꝛc. zeichnet man Punkte und Linien mittelſt feiner Nadeln, Bleiſtifte, Reißfedern ꝛc.; je ſpitzer dieſe ſind, deſto richtiger können die Bilder der Punkte und Linien werden. Auf dem Felde bezeichnet man Punkte durch eingeſteckte Stangen, Stäbe oder Pflöcke, Linien durch geſpannte Schnüre oder in die Erde geriſſene Furchen (Trace, wovon Traciren kömmt.)

§. 195. Erklärung gerader und krummer Linien.

Eine Linie heißt gerade, wenn jeder Theil derſelben, wie z. B. bc in Figur 1., mit dem zunächſt vorhergegangenen

ab einerlei Richtung hat. Gehen hingegen einzelne Theile in anderer Richtung, wie z. B. ef, fg, gh ꝛc., so heißt die Linie gebrochen. Geht jeder Theil der Linie nach anderer Richtung, als der zunächst vorhergegangene, so daß (wie in klm) kein Theil der Linie gerade ist, dann heißt sie krumm; endlich nennt man eine Linie gemischt, wenn sie aus geraden und krummen Stücken zusammengesetzt ist, wie nopqs.

§. 196. Eigenschaften der geraden Linie.

Durch zwei Punkte a und b Fig. 2. gibt es nur eine gerade Linie ab; gebrochne, krumme und gemischte aber unzählig viele. Durch zwei Punkte ist daher die Richtung einer geraden Linie vollkommen bestimmt,*) und auch die Länge, wenn a und b die Endpunkte sind.

Die gerade Linie ab [Fig. 2.] ist der kürzeste Weg zwischen zwei Punkten a und b. — Zwei gerade Linien db und fc [Fig. 3.] schneiden sich nur in einem Punkte [a].

*) Anmerkung. Hierauf gründet sich 1) die Richtung einer Truppen-Linie nach Richtpunkten; indem nämlich vom Flügel, nach welchem die Richtung geschehen soll, 2 Mann vortreten und vom andern 1 Mann, so dienen die beiden erstern Punkte den einzeln Einrückenden zur Richtung in die hiedurch bestimmte Linie. Da aber diese kurz ist, und daher das Auge der einzeln Einrückenden leichter die Richtung verfehlt, so dient der 3te Punkt dem Commandirenden zur Prüfung und Verbesserung der Richtung. — 2) Ferner gründet sich hierauf auch die Erhaltung der Direction beim Frontmarsche; indem z. B. der Feldwebel einen Punkt aufsucht (sey es ein Gesträuch, Stein, ꝛc.), der in der geraden Linie von ihm zum gegebenen Blickziele (Point de vüe) liegt, und dann so marschirt, daß er immer in der Verlängerung der Linie ist, welche durch diese beiden Punkte geht, gleichsam den einen durch den andern gedeckt erhaltend, kann er in gerader Linie auf das Blickziel hinmarschiren.

Anmerk. 3. Im Practischen betrachtet man kleine Stücke krummer Linien als gerade, wenn der Unterschied in ihrer Länge unbedeutend ist.

§. 197. Erklärung der Ebene.

Eine Fläche heißt eben oder eine Ebene, wenn man an dieselbe gerade Linien nach allen Richtungen so legen kann, daß diese mit allen Punkten anliegen oder in die Fläche fallen. Kann man dieses nicht, und ist auch die Fläche nicht aus ebenen Theilen zusammengesetzt, so heißt sie gekrümmt.

Anmerk. 1) Um daher zu untersuchen, ob eine Fläche, z. B. die einer Mauer oder einer Geschütz-Bettung ꝛc., eben sey, lege man ge-

Digitized by Google

rade Latten nach allen Richtungen an die Mauerfläche ꝛc. an, und sehe nach, ob diese in allen Punkten anliegen.

2) Jede Fläche, welche die Lage hat wie die Oberfläche ruhigstehenden Wassers, nennt man eine wagerechte oder horizontale Fläche oder Ebene, und auch jede Linie in einer solchen Fläche heißt wagerecht oder horizontal.

3) Verhältnißmäßig kleine Theile gekrümmter Flächen, wie z. B. eine Quadratstunde auf der Oberfläche ruhig stehenden Wassers, werden im Practischen als eben angenommen.

§. 198. Erklärung des Winkels.

Wenn zwei Linien ab und ac [Fig.4.] sich von einem gemeinschaftlichen Punkte a auseinander drehen, und daher in verschiedene Richtungen zu liegen kommen, so nennt man die Größe ihres Richtungsunterschiedes einen Winkel; a dessen Scheitel, ab und ac dessen Schenkel. — Ein Winkel (Richtungsunterschied) wird größer, wenn sich die Schenkel weiter auseinander drehen — und kleiner, wenn sie sich mehr zusammen drehen; hingegen kann man die Schenkel jedes Winkels verlängern oder verkürzen, ohne daß hiedurch die Richtung der Schenkel, also auch nicht die Größe des Winkels, verändert würde.

Um verschiedene Winkel nicht zu verwechseln, schreibt man nahe an ihren Scheitel, zwischen die Schenkel, kleine Buchstaben m, n oder p ꝛc., und benennt die Winkel nach diesen; oder man bezeichnet sie mit 3 Buchstaben, jenen am Scheitel innerhalb ausſprechend und schreibend, so sagt man z. B. Fig.5. die Winkel m und n, oder bac und cad.

§. 199. Nebenwinkel, rechte Winkel, Scheitelwinkel, winkelrechte (oder ſenkrechte) und lothrechte Linien.

Wenn ein Schenkel ab eines Winkels m [Fig.5.] durch den Scheitel a verlängert wird, so heißt der entstehende Winkel n Nebenwinkel von m. Werden aber die beiden Schenkel ab und ac [Fig.3.] verlängert, so heißt der von den beiden Verlängerungen gebildete Winkel s der Scheitelwinkel von m.

Wenn eine Linie ab [Fig.6.] so auf einer andern cd steht, daß die beiden Nebenwinkel p und q einander gleich sind, so heißt jeder von diesen ein rechter Winkel, und die Linien ab und cd nennt man winkelrecht (oder senkrecht oder perpendikulär) aufeinander. Ungleiche Nebenwinkel m und

n [Fig. 5.] heissen schiefe Winkel; der kleinere [m] heißt ein spitzer, der größere [n] ein stumpfer Winkel.

Zwei Nebenwinkel sind in Summe zwei rechten Winkeln gleich; so z. B. ist [Fig. 8.] bac + cad = bac + caf + faf = baf + faf = 1 rechten + 1 rechten = 2 rechten Winkeln.

Jeder Winkel ist seinem Scheitelwinkel gleich; denn es ist, [Fig. 3.] als Summe zweier Nebenwinkel, m + baf = 2rech = baf + s folglich m = s.

Anmerkung. Eine frei herabhängende, unten (mit einer Bleikugel, einem Stein oder dgl.) beschwerte Schnur heißt ein Loth oder Bleilot [Fig. 7.]. Die Richtung, welche bei ruhiger Luft ein Loth (oder eine frei herabhängende Latte oder Stange) annimmt, wird lothrecht genannt. Jede lothrechte Linie steht winkelrecht (senkrecht) auf einer wagerechten (horizontalen) Linie und Ebene. Die Bezeichnungen lothrecht und winkelrecht dürfen nicht miteinander verwechselt werden, indem die lothrechten Linien nur winkelrecht auf den wagerechten Linien stehen. — Die Kanten der Häuser werden z. B. in lothrechten Linien aufgeführt, die sich kreuzenden Fäden von Tuch u. dgl. aber winkelrecht (o. senkr.) aufeinander.

§. 200. Erklärung von gleichlaufenden (parallelen) Linien und Ebenen.

Zwei gerade Linien, die in einer Ebene liegen und sich niemals schneiden, so weit man sie auch verlängern mag, werden gleichlaufend oder parallel genannt [ab und cd Fig. 9.]. Desgleichen heissen eine Linie und eine Ebene und auch zwei Ebenen einander parallel, wenn sie, wie immer erweitert, niemals zusammentreffen.

Zwei parallele Linien [ab, cd] haben einerlei Richtung; denn bei verschiedener Richtung würden sie einen Winkel bilden, und sich daher in dessen Scheitel schneiden. Ferner haben auch parallele Linien überall gleichen Abstand voneinander; denn würde dieser kleiner, so kämen sie endlich einmal zusammen.

Wenn zwei parallele Linien mn, lp [Fig. 10.] durch eine dritte Linie st geschnitten werden, so nennt man a und b gleichliegende Winkel, a und c aber Wechselwinkel. Die gleichliegenden Winkel a und b sind einander gleich; denn weil on und qp gleichlaufend sind, also einerlei Richtung haben, so bilden sie mit ein und der nämlichen 3ten Linie qt gleichen Richtungsunterschied a = b. Ferner ist auch a seinem Wechselwinkel c gleich; denn es ist a = b gefunden, und b = c als Scheitelwinkel (§. 199.), folglich ist a = b = c.

Digitized by Google

§. 201. Erklärung der Figuren.

Ein Theil einer Ebene, der vollständig oder ringsum durch Linien begrenzt ist, wie Fig. 11., wird eine Figur genannt. Die ganze Grenze zusammen nennt man den Umfang, die einzelnen geraden Theile desselben (wie ab, bc, cd u. s. f.) die Seiten, und a, b, c ꝛc. die Ecken der Figur.

Eine Figur heißt geradlinig [Fig. 11.], krummlinig [Fig. 16.] oder gemischtlinig [Fig. 12.], je nachdem der Umfang nur aus geraden, nur aus krummen, oder theils aus geraden, theils aus krummen Linien besteht.

Jede geradlinige Figur hat so viele Winkel und Ecken als Seiten. Winkel wie abc [Fig. 11.], die ihre Spitze nach Außen wenden, heissen ausspringende; andere, wie def, nennt man einspringende Winkel. Eine gerade Linie, die in der Figur zwischen zwei Ecken gezogen wird, [wie bd Fig. 26.], heißt eine Diagonale.

Eine von 3 geraden Linien begrenzte Figur [13] heißt Dreieck. — Eine von 4 geraden Linien eingeschlossene Figur [14.] heißt Viereck. — Jede von mehr als 4 Seiten begrenzte Figur wird im Allgemeinen Vieleck oder Polygon genannt; letztere sind daher 5-, 6-[Fig. 15.], 7-Ecke u. s. f., je nachdem sie von 5, 6, 7 ꝛc. Seiten begrenzt sind.

Wenn alle Seiten und alle Winkel einer Figur gleich sind, so heißt sie regelmäßig oder regulär [Fig. 15.].

Eine Figur [16.], deren sämmtliche Punkte des Umfangs von einem Punkte [c] innerhalb gleichweit abstehen, heißt Kreisfläche (Kreis). Der Punkt c wird der Mittelpunkt (Centrum), und der gleiche Abstand ac=bc=dc u. s. f. wird Halbmesser (Radius) genannt. Der krummlinige Umfang heißt Kreislinie oder Zirkellinie od. Umkreis, und jeder Theil derselben, wie z. B abd, ist ein Kreisbogen. Jede gerade Linie ef zwischen zwei Punkten des Umfangs heißt Sehne; geht diese durch den Mittelpunkt, wie ea, so wird sie Durchmesser genannt; dieser ist gleich zwei Halbmessern, und theilt den Kreis in zwei Halbkreise. — Eine gerade Linie mn, die den Kreis nur in einem Punkte f berührt, heißt Tangente.

§. 202. Dreiecke und Vierecke.

1.) Ein Dreieck wird gleichseitig [Fig. 17.] oder ungleichseitig [Fig. 13.] genannt, je nachdem seine drei Seiten gleiche oder ungleiche Länge haben. Ein Dreieck heißt gleich-

Digitized by Google

schenklig [Fig. 18], wenn es zwei gleiche Seiten ac=bc hat; diese heissen die Schenkel, die ungleiche Seite ab aber heißt die Grundlinie. Man nennt ferner ein Dreieck rechtwinklig, wenn einer seiner Winkel [Fig. 19 bei a] ein rechter ist; stumpfwinklig, wenn einer [b Fig. 20.] stumpf ist, und spitzwinklig, wenn es drei spitze Winkel hat [Fig. 13.].

Zusatz. Zwei Dreiecke sind einander vollkommen gleich, in Form und in Größe, wenn beide entweder 1) zwei Seiten und den davon eingeschlossenen Winkel gleich haben, oder 2) wenn jede Seite des einen Dreieckes einer Seite des andern gleich ist, oder 3) wenn für eine Seite und die beiden anliegenden Winkel gleich haben. — Man überzeugt sich hievon, indem man zwei solche Dreiecke gehörig aufeinander legt, wo sodann die drei Seiten und die drei Winkel des einen jene des andern vollkommen decken.

II.) Ein Viereck [Fig 21.], bei dem eine Seite ab der gegenüber liegenden cd parallel ist, heißt Trapez. Ist aber, wie in Fig. 22., jede Seite der Gegenseite parallel, so nennt man es ein Parallelogramm. Bei letztern unterscheidet man: 1) das Quadrat [Fig. 23.], wenn die vier Winkel rechte und die vier Seiten gleich sind; 2) das Rechteck [Fig. 24.], wenn die 4 Winkel rechte, aber nur die Gegenseiten gleich sind; 3) die Raute [Fig. 25.], wenn die Winkel schief, aber die 4 Seiten gleich lang sind.

Jedes Parallelogramm [Fig. 26.] wird durch eine Diagonale bd in zwei vollkommen gleiche Dreiecke abd und bdc getheilt; denn es ist m=n als Wechselwinkel bei den parallelen ad und bc (§. 200.), p=q " " " " " ab und cd; es haben daher diese Dreiecke zwei Winkel gleich und die ihnen anliegende Seite bd gemeinschaftlich, und sind daher vollkommen gleich (nach obigem Zusatz). — Hieraus folgt auch, daß [Fig. 26.] dc=ab, bc=ad, und a=c ist, oder allgemein, daß in jedem Parallelogramme jede Seite der gegenüberliegenden gleich ist, und auch jeder Winkel seinem entgegenstehenden.

§. 203. Vom Zeichnen der Linien, Winkel und Figuren.

I. Auf Papier, einer Tafel oder dergleichen.

1) Zum Zeichnen der geraden Linie dient das bekannte Lineal. Um sich jedoch, vor dem Gebrauche, von der Richtigkeit des Lineals zu überzeugen, ziehe man längs einer seiner Kanten eine feine Linie, und lege dann die nämliche Kante oberhalb an die gezogene Linie an; im Fall diese Kante wieder längs der gezogenen Linie hinläuft, so ist das Lineal richtig.

Digitized by Google

Auf Mauern, Brettern ꝛc. werden größere gerade Linien mittelst einer Schnur aufgezeichnet. Diese taucht man zuerst in Farbe, spannt sie dann an der verlangten Stelle fest an, zieht sie an einem ungefähr in ihrer Mitte liegenden Punkte auf, und läßt sie auf das Brett ꝛc. zurückschnellen.

2) Das Zeichnen einer Kreislinie oder eines Bogens geschieht mit dem Zirkel, indem man die Schenkel desselben um den verlangten Halbmesser öffnet, dann eine der Spitzen in den verlangten Mittelpunkt einsetzt, und die andere Spitze (den Zirkel ganz oben haltend) so lange herumführt, bis die Kreislinie vollendet ist.

3) Ein gleichschenkliches Dreieck wird über einer Linie ab [Fig. 27.] gezeichnet, indem man aus a und b Bögen mit einerlei Zirkelöffnung beschreibt (nach 2), die sich schneiden und vom Durchschnitte c nach a und b Linien zieht. Beschreibt man die Bögen mit ab als Halbmesser, so wird das Dreieck [abd] gleichseitig.

4) Um auf einer Linie ab in ihrer Mitte f [Fig. 28.] eine winkelrechte zu ziehen, errichte man (nach 3) über ab ein gleichschenkliches Dreieck abc und ziehe die gerade cf. Diese steht winkelrecht auf ab in f.; denn wegen ca = cb und af = bf neigt sich fc nicht mehr nach fa als nach fb hin, bildet also gleiche Nebenwinkel p = q (§. 199). — Ist aber in einem beliebigen Punkte f einer geraden mn [Fig. 29.] auf dieser eine winkelrechte zu errichten, so schneide man, von f aus, gleiche Stücke fa = fb ab, und verfahre dann wie vorhin. Die Schenkel bc und ac werden gewöhnlich bei dieser und den folgenden Aufgaben nicht wirklich gezogen.

5) Soll man von einem Punkte a [Fig. 30.] außerhalb einer Linie mn auf diese eine senkrechte ziehen, so beschreibe man aus a einen Bogen der mn schneidet, hier in b und c, ziehe aus b und c mit einerlei Zirkelöffnung unter mn sich kreuzende Bögen und ziehe dann ad; diese ist senkrecht [winkelrecht] auf mn im Punkte f.

Von den unzählig vielen Linien, die man von a [Fig. 30] nach mn ziehen kann, ist die winkelrechte af die kürzeste. Diese heißt die Entfernung von a nach mn oder die Höhe des Punktes a über der Linie mn.

6) Soll man eine Tangente durch einen Punkt a [Fig. 31.]

Digitized by Google

einer Kreislinie ziehen, so errichte man in a auf dem Halbmesser ac die senkrechte mn (nach 4). Diese ist eine Tangente, denn weil ca die kürzeste Linie von c nach mn ist, so liegen, mit Ausnahme von a alle Punkte der geraden mn außerhalb des Umkreises.

7) Da bfc und afc [Fig. 29.] rechte Winkel sind (§. 199.), so gibt das Verfahren bei 4 zugleich an, wie man rechte Winkel zeichnet. Beides kann auch mechanisch mit Hülfe eines Winkelhackens [Fig. 32.] oder eines rechtwinklichen Dreieckes (Equerre) von Holz oder Eisen [Fig. 33.] geschehen, dessen rechten Winkel man an die verlangte Stelle f hinlegt und nachzeichnet. Die Richtigkeit des Winkelhackens ꝛc. muß jedoch zuerst, durch Anlegen an richtig gezeichnete rechte Winkel afc und bfc [Fig. 29.] geprüft werden.

8) Ist an eine gegebene Linie mn [Fig. 34.] ein Dreieck zu zeichnen, welches mit einem gegebenen Dreiecke abc [Fig. 13.] die drei Seiten gleich hat, so trage man zuerst eine Seite ab=di mit dem Zirkel ab, beschreibe dann Bögen aus d mit ac und aus i mit bc, und ziehe von ihrem Kreuzungspunkt f die Linien fd und fi; dann ist Dreieck dif das verlangte und dem Dreieck abc [Fig. 13.] vollkommen gleich (§ 202.).

9) Soll man einen gegebenen Winkel z. B. xay [Fig. 35.] nachzeichnen, so schneide man auf seinen Schenkeln gleiche Stücke ab=ac ab, denke sich bc gezogen, und zeichne das Dreieck, wie oben bei 8, nach. Man erhält Dreieck idf, in welchem der Winkel idf=bac (oder xay) ist, da sie in vollkommen gleichen Dreiecken, gleichen Seiten if=bc gegenüber stehen. (Je länger ab=ac genommen wird, desto genauer kann idf=xay nachgezeichnet werden).

10) Um durch einen bestimmten Punkt o [Fig. 10.] zu einer gegebenen Richtung lp eine parallele Linie zu zeichnen, ziehe man [Fig. 10.] durch o gegen lp hin eine beliebige gerade ts, zeichne (nach 9) bei o an to den Winkel b=a nach, als gleichliegenden Winkel von a (§. 200.), dann ist mn parallel mit lp. Man kann auch c=a als Wechselwinkel nachzeichnen. — Fig. 36. zeigt, wie man parallele Linien ziehen kann, durch Verschieben eines Winkelhackens oder rechtw. Dreiecks längs einem festgehaltenen Lineale.

11) Soll man ein Quadrat mit gegebener Seite ab [Fig. 23.] zeichnen, so errichte man in a und b auf ab Winkel

rechte Linien (nach 4), trage auf diese ac=ab=bd auf, und ziehe cd; dann ist abdc das verlangte Quadrat. Beim Rechtecke [Fig. 24.] verfahre man in gleicher Art, nur daß ac=bd aber nicht gleich ab gemacht wird.

12) Ein Vieleck ABCDE [Fig. 37.] wird nachgezeichnet, indem man aus einer Ecke A alle Diagonalen zieht, und die so erhaltenen Dreiecke ABC, ACD ꝛc. (nach 8) in ihrer Reihenfolge aneinander zeichnet. Man erhält Vieleck abcde [Fig. 38.] vollkommen gleich mit ABCDE.

13) Um einen Winkel zu halbiren [nebFig. 39.], schneide man auf dessen Schenkeln gleiche Stücke ci=cd ab, beschreibe mit einerlei Halbmesser aus i und d sich (in m) kreuzende Bögen, und ziehe cm; dann ist acm=bcm = ½ acb; indem die Dreiecke icm und dcm vollkommen gleich sind.

14) Ist eine gerade Linie ab [Fig. 40.] zu halbiren, so ziehe man mit einerlei Zirkelöffnung aus ihren Endpunkten a und b ober- und unterhalb sich kreuzende Bögen (wie in 3). Die Linie cd, durch die Kreuzungspunkte gezogen, halbirt die ab in f, und steht zugleich auf ab winkelrecht

15) Der Halbmesser eines Kreises [Fig. 41.] läßt sich auf dem Umfange des Kreises genau 6mal als Sehne auftragen. Führt man dieses aus, und zieht dann die Sehnen ab, bd, dc ꝛc., so erhält man ein regelmäßiges 6-Eck abdefga im Kreise. Zieht man aber nur die Sehnen be, eg, gb, so bilden diese ein regelmäßiges Dreieck beg. Halbirt man hingegen vom 6-Eck einen Winkel am Mittelpunkt z. B. gca mittelst ch (nach 13) und zieht ah, so ist dieß die Seite des regelmäßigen Zwölfeckes, läßt sich daher 12mal auf den Umkreis als Sehne tragen, und gibt das regelmäßige Zwölfeck im Kreise. —

Zieht man zwei Durchmesser ab und cd [Fig. 42.] aufeinander senkrecht, so bilden die Sehnen bd, da, ac, cb ein regelmäßiges Viereck (Quadrat) im Kreise. Halbirt man emb (nach 13), so ist ei die Seite des regelmäßigen Achteck eibfdgah.

Die Zeichnung eines regelmäßigen 5-, 7-, 9-, 10-, 11-Eckes u. s. f. geschieht versuchsweise; indem man, dem Augenmaaße nach, eine Sehne wählt, und dann mit dem Zirkel versucht, ob sich diese 5-, 7-, 9-, 10- oder 11mal ꝛc. auf-

tragen läßt; dieses aber so oft fortsetzt, bis man die richtige Weite im Zirkel hat.

16) Soll man regelmäßige Vielecke um den Kreis zeichnen, so theile man den Kreisumfang (wie bei 15) in 6 oder 3, oder 12 ꝛc. gleiche Theile, und lege durch die Theilungspunkte Tangenten (nach 6).

17) Um den etwa nicht angezeigten Mittelpunkt eines regelmäßigen Vieleckes [Fig. 43.] zu finden, errichte man in der Mitte zweier anstossenden Seiten ab und bc winkelrechte Linien (nach 14). Ihr Durchschnitt m ist der gesuchte Mittelpunkt.

Um den Mittelpunkt eines Kreises [Fig. 44.] zu finden, ziehe man zwei anstoßende Sehnen ab, bc und verfahre wie vorhin. — Soll man durch 3 Punkte a, b und c einen Umkreis ziehen, so ziehe man gerade Linien ab und bc und verfahre wieder wie vorhin.

18) Eine gerade Linie ab [Fig. 45.] wird in 4 gleiche Theile getheilt, indem man sie halbirt (nach 14.), und dann die Hälften nochmals in zwei gleiche Theile ad=dc=ce=eb theilt. Durch fortgesetztes Halbiren kann man eine gerade ab in $2 \times 4 = 8$ ꝛc. gleiche Theile theilen.

Um aber [Fig. 46.] eine gerade ab in eine beliebige Anzahl, z. B. 5 gleiche Stücke zu theilen, ziehe man durch ihre Endpunkte a und b unter sich parallele am und bn (nach 10.), trage auf jeder fünf beliebig lange aber gleiche Stücke ap=pq=qs=st=tu=bv=vw ꝛc. auf, ziehe az, py, qx, sw, tv und ub, so ist ac=cd=de=ef=fb=$\frac{1}{5}$ab. Werden auf am und bn 3 (oder 7, oder 9 ꝛc.) gleiche Theile aufgetragen, so wird ab in 3 (oder 7 oder 9) gleiche Theile getheilt.

Man braucht auch nur am zu ziehen, auf diese gleiche Theile aufzutragen, dann vom letzten u nach dem Endpunkt b die gerade ub zu ziehen, und zu ub durch t, s, q ꝛc. parallele Linien tf, se ꝛc. mit Lineal und Winkelhacken zu führen.

II. Das Abstecken und Traciren von Linien, Winkeln und Figuren auf dem Felde.

1) Soll man auf dem Felde eine gerade Linie ziehen, so bezeichne man ihre Endpunkte mit Stäben oder Stangen (6 bis 10′ lang und $1\frac{1}{2}$″ stark, die man auch mit weiß und rothen Fähnchen versehen kann) oder Pflöcken

2′ lang 1½″ stark), und ziehe zwischen diesen eine Leine (von ¼ bis ½″ Stärke) straff an. Reicht die Leine nicht hin, so nache man längs derselben mit der Erdhaue eine Furche (Trace) von 3 bis 4″ Breite und Tiefe.

Lange abzusteckende Linien werden meistens nur durch Pflöcke oder Stäbe angezeigt. Nachdem nämlich die Richtung der Linie durch zwei lothrecht eingesteckte Stäbe oder natürliche Gegenstände bezeichnet ist, stelle man sich hinter einen derselben auf 3—6 Schritte Abstand, visire dicht an beiden vorüber, indem man zugleich durch einen Gehülfen, alle 20 oder 40 ꝛc. Schritte, Stäbe lothrecht so einsetzen läßt, daß sie durch die bereits eingesetzten Stäbe völlig gedeckt werden. Der Gehülfe muß hiebei, mit der Front gegen den Visirenden, den Absteckstab mit ausgestrecktem Arme, nur mit Daum und Zeigefinger, ganz oben und sehr leicht fassen, ohne daß die Spitze den Boden berühre, damit der Stab gleich einem Lothe (§. 199. Anmerk.) frei herabhänge; zugleich muß mit beibehaltener Front der Gehülfe auf Zuwinken rechts oder links treten, und erst auf das Zeichen, daß er richtig eingerichtet ist, die Hand leicht öffnen, den Stab lothrecht niederlassen und dann in gleicher Lage befestigen, oder gewöhnlich dessen Stelle durch einen Pflock ersetzen.

Zusatz 1. Soll man gerade Linien (z. B. Mauerflächen) rückwärts verlängern, oder sich in ihrer Verlängerung aufstellen, so trete man, die beiden Endpunkte (Mauerkanten) unverwandt im Auge behaltend, so lange seitwärts, bis sich dieselben decken.

Zusatz 2. Ist eine gerade Linie bereits durch ihre beiden Endpunkte, z. B. Bäume od. Thürme a und b [Fig. 47.] bestimmt, und man soll ein oder mehrere Zwischenpunkte dieser Linie ab finden, so treten 2 Mann mit Stäben c und d, Front gegeneinander, möglichst nahe (dem Augenmaaße nach) in die Richtung ab und bleiben stehen. Dann richtet c den d in die Linie cb ein, wodurch d nach f kömmt und stehen bleibt; hierauf richtet f den c in die Linie fa ein, wodurch c nach g, also auch der Richtung ab näher kömmt. In dieser Art fahren beide fort, bis von y aus gesehen der Stab in x den Endpunkt a, und zugleich von x aus gesehen der Stab in y den Endpunkt b deckt. — x und y sind dann Punkte der Linie ab.

Anmerk. In völlig gleicher Art wird eine gerade Linie zwischen zwei Punkten [a, b Fig 47.] abgesteckt, wenn man einer zwischenliegenden Anhöhe wegen, nicht von a nach b sehen kann.

Digitized by Google

2) Soll eine Kreislinie oder ein Bogen tracirt werden, so verfahre man nach Fig. 48. Im Mittelpunkte c ist ein Pflock eingeschlagen; über diesen wird eine Leine geschlungen, die, ohne sich aufzuwinden, frei um c beweglich ist. Sodann gebe man der Leinenschlinge die Länge des verlangten Halbmessers, lasse an dessen Ende, in a, einen zugespitzten Pfahl oder eine Erdhaue durch die Schlinge stecken, und mit dieser einen Arbeiter, langsam rückwärts schreitend, eine Furche ziehen. Da hiebei die Schlinge stets straff angezogen bleiben muß, so binde man an dieselbe, bei etwas großem Halbmesser, noch ein Stück Leine, an welchem ein zweiter Arbeiter in b den Halbmesser von unveränderter Länge erhält. Kreise oder Bögen mit kleinen Radien können auch mit einer Latte oder Stange durch 2 Arbeiter tracirt werden.

3) Soll ein gleichschenkliges Dreieck über einer gegebenen Grundlinie ab [Fig. 49] tracirt werden, so halbire man, durch Zusammenlegung, eine gehörig lange Leine, bezeichne den Halbirungspunkt c durch einen Knoten oder ein Band, befestige die Enden der Leine in a und b, und gehe, die Mitte c der Leine in der Hand haltend, so lange zu, bis die beiden Hälften straff angezogen sind. — Ist ein gleichseitiges Dreieck zu tra-ciren, so nehme man ac=ab=bc an, und verfahre im übrigen wie oben.

4, 5, 6 und 7) Das Ziehen von winkelrechten Linien, von Tangenten und von rechten Winkeln geschieht auf dem Felde, wie auf dem Papier; mit Berücksichtigung der so eben erklärten Art auf dem Felde gleichschenkliche Dreiecke und Bögen abzustecken und zu traciren.

Andere Art rechte Winkel abzustecken.

Auf eine Leine trage man 12 gleiche Längen (Fuß oder Ruthen ꝛc.) auf, und bezeichne den dritten, den siebenten und den zwölften aufgetragenen Punkt [Fig. 50.]; verbinde den Anfangspunkt a mit dem 12ten d, und bilde durch straffes Anziehen ein Dreieck abc [Fig. 51.]. Dieses ist bei dem dritten aufgetragenen Punkte [b] rechtwinklig. *) — Fig. 52 zeigt auch wie man mit Latten, an jedem beliebigen Punkte, einen

*) Dieses gründet sich auf eine Eigenschaft des rechtwinkligen Dreiecks, den sogenannten Pythagoräischen Lehrsatz, der hier, nebst vielen andern Eigenschaften der räumlichen Größen, weggelassen ist, als außer dem Bereiche des gegenwärtigen Anhanges liegend.

Digitized by Google

rechten Winkel erhalten kann. — Auch die Meßkette (§. 205.) kann hiezu benützt werden.

Dritte Art winkelrechte Linien abzustecken.

Soll man rechte Winkel mit Schenkeln von bedeutender Länge abstecken, so zeichne man [Fig 53.] auf ein ebenes Brett zwei aufeinander genau senkrechte Linien ab, cd (nach I. 4), säge längs diesen feine Rinnen in das Brett, oder stelle in a,b,c,d Nadeln lothrecht auf, und befestige dieses Brett (Winkelkreuz genannt) unten mit seiner Mitte m auf einem Stocke mit eiserner Spitze. Dieser wird dann im Scheitel des abzusteckenden rechten Winkels so aufgestellt, daß das Brett möglichst wagerecht liegt. Während man nun über ab und nachher über cd hin visirt, lasse man durch Gehülfen Stäbe in die Verlängerungen von ab und cd setzen (nach II. 1), und bezeichne zuletzt auch noch den Scheitel m mit einem Stab oder Pflock. — Die Richtigkeit eines Winkelkreuzes wird geprüft, indem man es, nach abgestecktem Winkel xmy herumdreht, bis cd nach y sieht, wo sodann ba nach x sehen muß.

Zusatz. Sind auf eine abgesteckte Linie xy [Fig.54.] von Punkten p und q außerhalb ihr, senkrechte zu fällen, so geschieht dieß schnell und sicher mit dem Winkelkreuz. Man gehe von x gegen y bis zu einem Punkte m, der dem Augenmaaße nach in der senkrechten von p auf xy liegt; stelle dort das Winkelkreuz auf, so daß ab in der Richtung xy ist, und visire über cd hin. Geht nun, wie bei m, die Visirlinie cd durch p, so ist pm senkrecht auf xy; ginge aber, wie z. B. bei o, cd am Punkte q vorbei, so muß man auf xy noch weiter vor oder zurückgehen bis cd durch q geht. — Sehr brauchbar zum Fällen von senkrechten Linien und Abstecken rechter Winkel ist auch der Winkelspiegel, ein einfaches und billiges Instrument, dessen Gebrauch practisch leicht zu erklären ist.

8) Um ein Dreieck zu traciren, welches mit einem gegebenen [Fig.55.] die 3 Seiten gleich hat, schlage man in den 3 Ecken a,b,c Pflöcke ein, schlinge um den Umfang des Dreieckes eine Leine, bezeichne an dieser die an a, b und c anliegenden Punkte mit durchgezogenen Schleifen, und lasse dieses Dreieck mit straff angespannten Leinen an den verlangten Ort übertragen. — Soll man ein Dreieck traciren, dessen 3 Seiten bekannte Längen haben, so verfahre man in ähnlicher Art, sobald man die 3 Längen auf eine Leine aneinander aufgetragen hat.

Digitized by Google

9) Ein gegebener Winkel [xay Fig.56.] wird auf dem Felde nachtracirt wie auf dem Papier (I. 9), mit Anwendung des so eben bei 8 angegebenen Verfahrens, ein Dreieck überzutragen. — Wenn man nicht in den Winkel kann, um die Länge bc zu erhalten, wie z. B. bei einer Mauerecke, so bilde man (nach II Zus. 1), den Scheitelwinkel man (§. 199.) und trage diesen ab; oder man trage den Nebenwinkel nax ab, wodurch sich auch xay bestimmt.

Die Aufgaben 10 bis 18 werden auf dem Felde ausgeführt, wie auf dem Papier (siehe 1. des §. 203.), mit Anwendung jedoch des oben angegebenen Verfahrens, Linien, Winkel und Dreiecke auf dem Felde zu traciren. — Kann man bei einem nachzuzeichnenden Vielecke nicht die Diagonalen abtragen (Aufg. 12), wie wenn z. B. das Innere Wald oder Wasser wäre, so trage man alle Seiten und Winkel des Umfanges, in ihrer Reihenfolge, ab; die Seiten mittelst einer Leine oder besser mit einer Meßkette (§. 205.), die Winkel nach Aufgabe 9.

§. 204. Von dem Messen und den Maaßstäben.

Messen heißt untersuchen, wie vielmal eine Maaßeinheit in einer räumlichen Größe enthalten ist, und hat daher den nämlichen Zweck wie das Zählen bei den gezählten Größen. Die Haupteinheit zum Messen der Linie ist der Fuß (§. 50 und §. 188.); dieser wird mit seinen Abtheilungen ein- oder mehreremal auf Papier, Holz oder Metall ꝛc. aufgetragen, und man nennt eine solche Vorrichtung einen Maaßstab. So z. B. ist mn [Fig.57.] der halbe bayer. Fuß mit 12theiliger, und pq [Fig.58.] mit 10theiliger Eintheilung. — Maaßstäbe dienen sowohl zum Abnehmen bestimmter Längen, als auch, um die Länge der Gegenstände darauf abzulesen. Soll z. B. 1) eine Länge von 2″ 7‴ Ddz. mit dem Zirkel abgenommen werden, so setze man dessen eine Spitze in den Punkt 2″ [Fig.57. bei a] ein, und öffne den Zirkel bis die andere Spitze in den Punkt 7‴ [Fig.57. bei b] eintrifft; dann ist ab = ac + cb = 2″ + 7‴ Ddz., d. i. 2″ 7‴ Ddz. Maaß. — Will man aber 2) die Länge einer Linie z. B. des Halbmessers ac [Fig 31.] wissen, so nehme man ac in den Zirkel, setze dessen eine Spitze in solch einen Theilungspunkt der Zolle ein, daß die andere Spitze noch [Fig.57. oder 58.] lin-

Digitized by Google

ker Hand in jenen Zoll trifft, der in seine Linien abgetheilt ist, und lese nun dort die Anzahl der Linien ab.

Stäbe oder Latten von Holz ꝛc., auf deren Fläche 1 oder 2 oder 5, 10 oder mehr Fuß oder Zoll ꝛc. aufgetragen sind [wie z. B. Fig. 59.], werden Meßlatten, Meßstangen oder Maaßstäbe genannt. Mit diesen werden Längen abgemessen oder aufgetragen, indem man sie an die zu messenden Gegenstände ein oder mehrmal anlegt.

Um Maaßstäbe zu zeichnen [Fig. 57.], nehme man von einem als genau bekannten Maaßstabe die Länge von $\frac{1}{2}$ Fuß (oder 1′) ab, trage sie auf eine gezogene gerade mn, und theile diesen halben Fuß beim Ddz. Mß. in 6 beim Dz. Mß. in 5 gleiche Theile (Zolle) ein, nach 18. §. 203. Hierauf theile man den letzten Zoll linker Hand in seine 12‴ Ddz. oder 10‴ Dz., ebenfalls nach §. 203., errichte in den Theilungspunkten senkr. Linien, und durchschneide diese noch zuletzt durch eine zu mn parallele Linie. Die Einschreibeart ist aus Fig. 57. ersichtlich, und der Gebrauch aus dem Obigen.

Zusatz. Gibt man [wie in Fig. 58.] den winkelrechten bei p und q genau die Länge von 1‴, und zieht die Querlinie op, so geben die bei 1‴, 2‴ ꝛc. stehenden kleine Stücke, der Ordnung nach 1^{IV}, 2^{IV}, ꝛc. an. — Eine bessere Einrichtung des Maaßstabes, um noch Scrupel abnehmen zu können, ist aber in Fig. 60. dargestellt. Um einen solchen Maaßstab zu erhalten, theile man die unterste Linie ab, wie in Fig. 57. oder 58, in Zolle und Linien ein, errichte dann in ihren Endpunkten a und b winkelrechte Linien, trage auf diese im Dz. Mß. 10, im Ddz. Mß. 12 beliebig lange, aber gleiche Theile af = fg ꝛc. = bh = hi u. s. f. auf, und verbinde diese durch gerade fh, gi, u. s. f. Die so gezogene, oberste Linie kl theile man hierauf völlig so wie die unterste ab ein, verbinde sodann die Theilungspunkte der Zolle o, d ꝛc., der Ordnung nach, durch aufrechtstehende Linien, hingegen die Theilungspunkte o, m, n, p, q, r ꝛc. der (‴) durch Querlinien (Transversalen), die man unten von o nach v oben, ferner unten von m nach q oben u. s. f. zieht. Der kleine Theil ts ist dann $\frac{1}{10}$ von dp d. i. 1 Scrupel, vu ist $\frac{2}{10}$ von dp d. i. 2^{V} u. s. f. — Ein solcher Maaßstab besteht nun eigentlich aus so vielen verschiedenen Maaßstäben, als er liegende Linien ab, fh, gi ꝛc. hat. Diese dienen der Ordnung nach für Abmessungen, bei denen 0^{IV}, 1^{IV}, 2^{IV}, u. s. f. bis 10^{IV} vorkommen. Um z. B. eine Länge von 1″ 6‴ 5^{IV} Dz., bei welcher also 5^{IV} vorkommen, abzunehmen, setze man auf der fünften liegenden Linie Zcw die eine Zirkelspitze über 1″ (also in w) ein, und öffne den Zirkel, bis daß die andere Spitze auf den Querstrich der 6‴ (also

in x) zu stehen kömmt; da nun $wx = wy + yz + zx = 1''' + 3''' + 6''' = 1''' 6''' 5^{IV}$ ist, so enthält der Zirkel zwischen w und x die verlangte Abmessung.

§. 205. Das Messen der Linien.

Wie Linien mit dem Zirkel abgemessen, oder damit bestimmte Längen vom Maaßstabe abgenommen und aufgetragen werden, ist im vorigen §. erklärt. Das Abmessen und Auftragen langer Linien auf dem Felde aber geschieht entweder 1) mit Meßstangen oder Latten, oder 2) mittelst der Meßkette d. i. einer Kette, die aus 50 oder 100 Kettengliedern von starkem Eisendraht, jedes zu 1 Fuß Länge, zusammengesetzt ist, oder 3) durch Abschreiten, oder 4) durch Abschätzen nach dem Augenmaaße.

1) Nachdem man die Linie (n. §. 203. II.) abgesteckt und durch eine gespannte Leine angezeigt hat, wenn sie nicht schon natürlich z. B. durch eine Mauer, einen Weg od. dgl. bezeichnet ist, treten zwei Mann (Nr. I und II) jeder mit einer Meßlatte an die Leine [az Fig. 61.]. Nr. I legt die Latte an den Anfangspunkt a dicht an die Leine, und zählt Eins; hierauf legt Nr. II seine Meßlatte genau, aber ohne zu stoßen, an das Ende jener des I und zählt, wenn er die Latte fest an der Leine anliegen hat, Zwei. Auf dieses Zeichen nimmt I seine Latte weg, geht um II herum, und legt seine Latte an das Ende jener des II an. In dieser Art setzen beide das Verfahren fort, bis die ganze Linie az gemessen ist, deren Länge sich als das Product einer Lattenlänge mit der Anzahl der angelegten Latten ergibt, wozu meistens noch eine nicht volle Latte zu addiren ist. — Hat man nur eine Latte zur Hand, so hält Nr. II ein Stäbchen (oder besser die Säbelklinge) flach an das Ende der Latte und bleibt ruhig stehen, bis I die Latte zum zweitenmal angelegt hat. Hierbei zählt nur Nr. I.

2) Aehnlich, aber schneller, wird eine lange Linie mit der Meßkette gemessen. — Nachdem die Linie (§. 203. II.) abgesteckt ist, strecken zwei Kettenzieher, Nr. I und II, die Kette vorsichtig aus, und legen deren Endringe in Kettenstäbe, welche gleich den Absteckstäben sind, jedoch unten einen Stift haben [Fig. 62.], worauf der Kettenring liegt. Nr. I tritt sodann an den Anfangspunkt a der Linie, den Nullpunkt der Kette an a anlegend, visirt über seinen Kettenstab hin, und

richtet den Nr. II mit seinem Kettenstabe in die zu messende Linie ein (§. 203.). Sobald II eingerichtet ist, hebt er Kette sammt Stab etwas in die Höhe, zieht die Kette ruhig aber straff an, legt sie so ausgestreckt wieder auf die Erde, steckt an den Endpunkt der Kette (gewöhnlich, wie auch der Nullpunkt, durch einen kleinen Ring bezeichnet) ein kleines Stäbchen, Zeichenstäbchen genannt, und ruft dann „Marsch." Auf diesen Ruf eilen I und II, mit fortwährend leicht angespannter Kette, längs der Linie hin. Sobald I an das Zeichenstäbchen kömmt, ruft er „Halt" und beide verfahren nun wieder wie bei der ersten Kettenlage, u. s. f. bis die ganze Linie abgemessen ist. — Nr. I sammelt und verwahrt jedesmal das von II hinterlassene Zeichenstäbchen. Es gibt daher am Ende der Linie, die Anzahl der von Nr. I eingesammelten Stäbchen die Länge der Linie an, wozu noch meistens das letzte Stück einer nicht vollen Kettenlage zu addiren ist. — Da Nr. II gewöhnlich nur mit 10 Zeichenstäben versehen wird, so gibt Nr. I, sobald er alle 10 in Händen hat, diese wieder an Nr. II ab. — Nr. I. macht sich dafür jedesmal ein Zeichen und zählt am Ende jedes derselben für 10 Kettenlängen. — Sollen jede 50 oder 100 ꝛc. Fuß angemerkt werden, so schlägt Nr. I dortselbst, an die Stelle des Zeichenstäbchens, einen Pfleck ein, worauf die Entfernung von a geschrieben steht. — Anstatt mit der Kette mißt man auch in ganz ähnlicher Art mit der Meßschnur. Es ist dieses ein mit Oelfarbe oder Firniß überzogenes Band von 50 oder 100' Länge, worauf die einzelnen Fuß getragen und eingeschrieben sind.

Zusatz I. Ist die Länge einer gebrochenen Linie (§. 195.) zu messen, so messe man die einzelnen geraden Theile u. addire sie.

Zusatz II. Soll man die Länge einer krummen Linie finden, so zerlege man sie [Fig. 63.] in solche Theile, die als gerade angesehen werden können; schlage in den Theilungspunkten b, c, d, e ꝛc. Pflöcke ein, und lege an diese eine Leine dicht an, so daß sie der krummen Linie folgen muß. Die hierauf ausgestreckt gemessene Leine gibt dann die Länge der krummen Linie an.

3) Zum Messen von Linien durch Abschreiten gehört, daß man a) gleichförmig ausschreite, und b) die Länge seines Schrittes kenne. Ersteres erlernt sich bald, durch so

Digitized by Google

oft wiederholtes Abschreiten einer abgemessenen Linie, bis dabei jedesmal die nämliche Schrittanzahl erhalten wird. Zugleich ergibt sich hiebei die Länge des Schrittes; denn wenn z. B. die Achtelstundensäule (1588′) gleichmäßig in 300 Doppelschritten geht, dessen Doppelschritt hält 1588 : 300 = 5,29′. — Besser ist es noch sich eine bestimmte Schrittlänge (z. B. 5′ per Doppelschritt) anzueignen. — Um nun eine Linie abzuschreiten, die nicht, etwa durch einen Zaun, Weg ꝛc., vorgezeichnet ist, trete man in ihre Richtung, und beobachte das §. 196. Anmerk. 2. gegebene Verfahren; zähle dabei die Doppelschritte, und mache sich nach jedem 100 ein Zeichen, etwa durch Einbiegen eines Fingers oder dergl. — Das Product der Länge eines Doppelschrittes mit ihrer Anzahl gibt dann auch die Länge der Linie nach Fuß.

4) Das richtige Abschätzen der Länge von Linien nach dem Augenmaaße, so wie auch der Größe der Winkel namentlich des rechten, ist nicht minder wesentlich. Man übe sich im Abschätzen der Linien, indem man Entfernungen von bestimmten Gegenständen (Truppen, Häusern ꝛc.) abschreitet, und dann beobachtet, wie diese dem Auge erscheinen; dann auch Entfernungen abschätzet, und durch Abschreiten prüfe, in wiefern die Abschätzung richtig war. — Der §. 57. Theil I der Vorschrftn. f. d. Unterricht in d. Waffenüb. der K. K. Infanterie enthält allgemeine Regeln über das Abschätzen von Entfernungen bis zu 300 Schritt. — Beim Abschätzen der Winkel übt man sich, indem man den rechten Winkel und Theile desselben ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ ꝛc.) sowohl in wagerechten als in lothrechten Ebenen absteckt, und nun das Maaß derselben dem Auge einprägt.

§. 206. Das Messen und Uebertragen der Winkel, so wie die Eintheilung des Kreisumfangs.

Die Hauptmaaßeinheit zum Messen der Winkel ist der rechte Winkel; er wird eingetheilt in 90 gleiche Theile (Richtungsunterschiede), die Grade heißen; der Grad wird ferner eingetheilt in 60 Minuten und jede Minute noch in 60 Secunden. Eine Scheibe von Messing oder Horn ꝛc. [Fig. 64.], worauf diese Eintheilung des rechten Winkels, mit Hülfe eines in 180 gleiche Theile getheilten Halbkreises aufgetragen ist, heißt Ueberträger oder Transporteur. Um mit diesem die Größe eines

gezeichneten Winkels zu messen, bringe man den Mittelpunkt c des Transporteurs auf den Scheitel des zu messenden Winkels xcy [Fig.64], und den Halbmesser auf einen Schenkel cx von xcy. Dort, wo dann der zweite Schenkel cy bei dem Halbkreis herauskömmt, steht das Maaß des Winkels; daher ist [Fig.64.] xcy = 74 Grad d. i. $\frac{74}{90}$ vom rechten. — Wie aber Winkel von bestimmter Größe (z.B. von 105°) aufgetragen werden, versteht sich nun von selbst.

Durch die Eintheilung des rechten Winkels in 90 Grad, wird auch jeder, zwischen seinen Schenkeln gezogene, Viertelkreisbogen in 90, der ganze Kreisumfang daher in 4 × 90 d. i. in 360 gleiche Theile getheilt, die auch Grade (od. Bogengrade) heissen, so daß bei der Kreislinie die folgende Eintheilung besteht:

Der Umkreis = 360 Grad; 1 Grad = 60 Minuten = 3600 Secund.
1 Minute = 60 „

Bogengrade vom nämlichen Umkreis haben einerlei Länge; so z. B. ist jeder Grad vom größten Umkreis (Aequator) der Erde 15 geograph. Meilen (15 × 25421,6 bayer. Fuß) lang. Grade, Minuten, Secunden werden bezeichnet mit °, ′, ″, völlig so wie Ruthen, Fuß und Zoll, ohne daß bei so ungleichartigen Dingen, wie Winkel und Linien sind, eine Verwechslung zu besorgen wäre. Der Winkel oder Bogen 17°23′47″ wird daher gelesen 17 Grad 23 Min. 47 Sec.

§. 207. Von dem Gebrauche des Richtscheites und der Setzwage.

Erklärung. Das Richtscheit oder die Setzlatte ist eine 6′ bis 12′ lange, ungefähr 6″ breite und 1″ bis 2″ starke, völlig gerade und glatt gehobelte Latte, die vom Anfange bis ans Ende völlig einerlei Breite haben muß. Die Setzwage [Fig.65.od.66.] ist ein gleichseitiges oder gleichschenkliches Dreieck von 1′ bis 1½′ Seitenlänge, dessen Höhe oder Mitte der Grundlinie genau bezeichnet, und in dessen Spitze ein Stift eingeschlagen ist, an dem ein Bleiloth (Senkel) in solcher Art hängt, daß es freie Spielung hat. — Läßt man nun den Faden des Bleilothes in die angezeigte Höhe oder Mitte der Grundlinie [a, Fig. 66.] der Setzwage einspielen, so liegt ihre Grundlinie bc wagerecht, und desgleichen auch das Richtscheit, wenn die Setzwage

darauf gestellt ist. Beide zusammen dienen daher, um die wagerechte Lage oder den Fall einer Linie oder Fläche zu untersuchen, was man dieselbe Ablothen, oder Abwägen (Nivelliren) nennt.

Anmerk. Um die Richtigkeit von Setzwage und Latte zu prüfen, bringe man die Latte mit der schmalen Seite auf zwei eingeschlagene Pfähle, stelle die Setzwage auf die Latte, und schlage den einen Pfahl so tief ein, bis der Senkel in a [Fig. 66.] einspielt, und dort ruhig verweilt. Wende sodann, bei unverrückter Latte, die Setzwage um, indem man den Fuß b nach c bringt. Spielt nun der Senkel wieder in a, ohne Nachhülfe, ein, so sind Setzwage und Latte richtig; wo nicht, so muß nachgesehen werden: 1) ob die Latte nicht gerade oder nicht von durchaus gleicher Breite ist, oder 2) ob die Schenkel der Setzwage nicht gleiche Länge haben, oder 3) ob die Höhe der Setzwage nicht richtig angezeigt oder der Senkel in keinem Punkte derselben aufgehängt ist; um dann dem einen oder dem andern dieser Fehler abhelfen zu können.

1) Das Messen gerader Linien auf Abhängen.

Punkte auf Abhängen [wie a und b Fig. 68.] haben zweierlei Entfernung: die wahre ab und die wagerechte ad oder cb, wobei ac und bd lothrechte sind. Erstere ab wird nach §. 205. II. gemessen, letztere wie folgt: Nachdem ab abgesteckt ist (§. 203.), nehme man ein Richtscheit, trage darauf eine bestimmte Länge z. B. 10′ [Fig. 67.], befestige die Setzwage so darauf, daß die Mitte ihrer Grundlinie genau über dem 10′-Striche steht, und richte den Senkel so ein, daß man seine Schnur verlängern und verkürzen kann. Beim Messen [Fig. 68.] halte man dann jederzeit das Richtscheit wagerecht (was Statt hat, sobald die Senkelschnur in der Mitte der Grundlinie und dem 10′-Striche einspielt), verlängere dabei die Senkelschnur bis beinahe zur Berührung mit dem Boden (in t), mache dort ein Zeichen, lege sodann an dieses das Richtscheit zum zweitenmale an, und fahre so fort, bis in b angekommen, die Linie ad gemessen ist.

Anmerk. 1. Fällt oder steigt der Boden nur wenig, so hebt, beim Messen mit der Kette, der tiefer stehende Kettenzieher den Ring im Kettenstabe so weit herauf, bis die straff angespannte Kette, dem Augenmaße nach, in wagerechter Lage ist.

Anmerk. 2. Auf Karten sind nur die wagerechten Entfernungen der Gegenstände eingezeichnet. Da aber Fallen und Steigen des Bodens auf Waffenwirkung und Bewegung bedeutend einwirkt, so wird es auf militärischen Karten durch einfache schwarze Striche

in der Art angezeigt, daß bei größerem Fall od. Steigen die schwarzen Striche im Verhältnisse zu den weißen Zwischenräumen breiter werden [Fig. 80]. So z. B. verhalten sich im topographischen Atlas von Bayern die schwarzen Striche zu den Zwischenräumen bei 6 Grad Böschung, wie 1:9; bei 12 Grad, wie 2:8 (oder 1:4);
„ 18 „ „ „ 3:7; „ 24 „ „ 4:6 (oder 2:3);
„ 30 „ „ „ 5:5 (1:1); „ 36 „ „ 6:4 (oder 3:2);
„ 42 „ „ „ 7:3; „ 48 „ „ 8:2 (oder 4:1);
„ 54 „ „ „ 9:1; bei 60 Grad hören die weißen Zwischenräume, und bei wagerechtem Boden die schwarzen Striche ganz auf.

2) Das Abwägen einer kleinern Fläche z. B. eines Stückes Bodenfläche.

Man lege auf die Bodenfläche das Richtscheit mit seiner schmalen Fläche, und setze auf dessen entgegenliegende obere Fläche die Setzwage [Fig. 69.]. Spielt nun die Senkelschnur in die Höhe cd der Setzwage ein, so ist die Bodenfläche wagerecht; fällt hingegen das Bleiloth außer derselben, z. B. nach ef, so neigt sich auch die Bodenfläche nach dieser Seite a hin, und muß, wenn sie wagerecht werden soll, so lange von a gegen b hin abgehoben werden, bis das Bleiloth ef auf cd einspielt.

3. Das Abwägen (Nivelliren) einer größern Fläche.

Man schlage Pfähle in verschiedenen Richtungen mit etwa 10′ Abstand ein, lege das Richtscheit (bei einer höhern Stelle anfangend) an zwei Pfähle (bei a und b Fig. 70.) an, und bemerke an beiden mit Strichen m und n die Höhe des Richtscheits, in welcher das Bleiloth einspielt. Hierauf lege man das Richtscheit an den Strich n des Pfahls b und an den folgenden Pfahl c an, bezeichne auch auf dem letztern die wagerechte Lage des Richtscheits mit einem Striche p, und fahre in dieser Art bei allen folgenden Pfählen fort. Die Striche an den Pfählen geben dann an, wie viel Erde bei den tieferliegenden aufgeschüttet oder an den höher liegenden weggenommen werden müsse, um eine wagerechte Fläche zu erhalten. Es zeigen auch bn — am, cp — am ꝛc. an, wie viel die Punkte b, c, ꝛc. tiefer liegen als der Punkt a.

4. Die Untersuchung des Gefälles fließender Gewässer oder von Straßen

geschieht in ähnlicher Art. Die Pfähle werden hiebei in der Straßenrichtung oder am Ufer in der Stromrichtung ꝛc. eingeschlagen, und die Summe der Höhenunterschiede [Fig. 71.] bB + Cc + dD ꝛc. gibt das Gefälle, auf die Strecke von

Digitized by Google

A nach D hin, an. Ist z. B. bei einem Bache bB+cC +dD = 3″ + 1″ + 2″ = 6″ Dez., und Ab+Bc+Cd = 30′ gefunden, so ist dessen Gefälle 6″ auf 30′ d. i. $\frac{1}{60}$, und ein Damm, welcher diesen Bach auf 1200′ von D aufwärts aufstauen sollte, müßte in D wenigstens 1200 : 60 = 20′ Höhe erhalten.

Anm. Soll man ein Gefälle auf größere Strecken und genauer finden, so lasse man sich eine blecherne Röhre [Fig. 72.] von 2′ bis 5′ Länge anfertigen, die an ihren beiden Enden aufrecht stehende Glasröhren (A, B von 1″ bis 2″ Weite) eingekittet hat, und auf ein Gestelle oder Stab aufgesteckt werden kann. Schüttet man nun eine gefärbte (rothe) Flüssigkeit in die Röhre bei A, so steigt sie in der andern zu der nämlichen Höhe B, und die Visirlinie über A und B hin ist eine natürliche wagerechte (§. 197.). Dieses Instrument (Kanalwage gen.) bringe man in die Linie [az Fig 73.], deren Gefälle gesucht ist; lasse in a, soweit man gut sieht, durch einen Gehülfen eine Meßlatte lothrecht aufstellen, welche Fuß-, Zoll- und Linieneintheilung hat und mit einem zweifarbigen (schwarz und weißen) auf- und abschiebbaren Querbrettchen versehen ist. Dieses schiebe der Gehülfe so lange auf oder ab, bis der liegende Farbenstrich dm des Querbrettchens in der wagerechten Visirlinie AB liegt, was ihm der bei A Visirende durch ein Zeichen mittheilt. Der Gehülfe liest nun die Höhe ac von der Latte ab, schreibt sie auf, eilt mit der Latte nach b, und verfährt dort wie bei a; während der Visirende bei unverrückter Kanalwage nun von B aus über BA gegen b hin visirt. Der Unterschied bg weniger ac ist das Gefälle von a nach b hin. In völlig gleicher Art wird die Arbeit fortgesetzt, wie Fig. 74. zeigt.

5) Das Abgraben einer Erdfläche nach einem gegebenen Falle z. B. 6″ auf 10′ Länge.

Man lasse anfänglich, nur dem Augenmaaße nach, Erde von a gegen b hinwegheben [Fig. 75.], stelle dann in b ein Stückchen Latte von 6″ Höhe auf, lege auf a und c (=10′) das Richtscheit mit aufgestellter Setzwage, und lasse dann gegen b hin, so lange Erde wegnehmen, bis das Bleiloth in die Höhe der Setzwage einspielt. — Ist das vorhandene Richtscheit kürzer als die gegebene Länge von 10′ (z. B. nur 8′ lang), so findet man bc durch die Proportion 10′ : 8′ = 6″ : bc, woraus bc = $4\frac{4}{5}$″ folgt.

§. 208. Von den verjüngten Maaßstäben und Figuren.

Die bei großen Gegenständen (z. B. Waffen, Gebäuden Feldern ꝛc.) abgemessenen Linien können nicht füglich in ihrer wirklichen Größe gezeichnet werden. Man läßt daher auf

einem Maaßstabe eine kleinere Länge (z. B. 1″ Ddz) als Fuß gelten [Fig. 76.], und trägt von diesem Maaßstabe, beim Nachzeichnen eines Gegenstandes, alle Maaße so ab, daß sie eben so viele verkleinerte (verjüngte) Fuß messen, als die wirklichen Linien wirkliche Fuß enthalten. Maaßstäbe dieser Art und die mit ihnen gezeichnete Figuren heissen verjüngte. — Eine verjüngte Figur [abcde Fig. 78.] heißt auch der wirklichen [ABCDE Fig. 79.] ähnlich, indem sie die nämliche Gestalt hat, und nur in Größe verschieden ist. — Wenn in einer verjüngten oder ähnlichen Figur eine Seite z. B. ab nur der 3te Theil der gleichliegenden Seite AB in der wirklichen Figur ABCDE ist, dann ist auch jede andere Seite bc, cd ꝛc. oder Diagonale ac ꝛc. nur der gleichvielte (3te) Theil der gleichliegenden wirklichen Seite BC, CD ꝛc. oder Diagonale AC. Die Winkel im verjüngten (oder ähnlichen) Bilde aber, sind jenen in der Wirklichkeit völlig gleich; indem die Größe der Winkel unabhängig von der Länge ihrer Schenkel ist. So z. B. ist [Fig. 78. und 79.] b=B, e=E ꝛc. — Die gleichen Winkel dienen daher auch, um die gleichliegenden Seiten und Diagonalen zu erkennen.

Je größer die darzustellenden Gegenstände sind, eine um so kleinere Länge muß man als verjüngten Fuß oder Ruthe, Meile ꝛc. annehmen, und es zeigt dieß, daß es unzählig verschiedene Verjüngungen geben kann. — Im allgemeinen aber ist die Verjüngung von dem Zwecke der Zeichnung abhängig und nur im Nothfalle von der Größe des Papiers. — Läßt man 1″ Ddz. für 1′ gelten [Fig. 76.], so ist die Verjüngung $\frac{1}{12}$ der wirklichen Größe; nimmt man 2″ Ddz. für 1′ an [Fig. 77.], so ist die Verjüngung $\frac{1}{6}$; läßt man 1^{IV} Dz. für 1′ gelten, indem man z. B. den Ziffern in Fig. 60. zwei Nullen anhängt, so erhält man $\frac{1}{1000}$ Verjüngung, u. dgl. mehr. — Aus dem gehörig eingeschriebenen Maaßstabe muß die Verjüngung einfach erkannt werden können, und ein solcher Maaßstab soll auf keiner Zeichnung fehlen. — Auf der verjüngten Darstellung der Gegenstände beruht die Anfertigung der Karten, Plane und Modelle. —

§. 209. Das Aufnehmen und Zeichnen verjüngter Figuren.

A. Von Dreiecken.

1te Art. Um eine von drei geraden Linien begrenzte Fläche (Hof oder Feld ꝛc.) verjüngt aufzunehmen, messe man

Digitized by Google

die 3 Seiten (n. §. 203. II.), nehme deren Länge auf einem verjüngten Maaßstabe ab, und zeichne mit diesen 3 Linien ein Dreieck (nach §. 203. Aufg. 8. I).

2te Art. Man messe [n. §. 203. Aufg. 9.] einen Winkel des Dreiecks, z. B. den bei C [Fig.80.], und die beiden ihn einschließenden Seiten CA und CB; zeichne diese 3 Stücke nach einem verjüngten Maaßstabe [als ca, c, cb Fig.81.] aneinander,*) und ziehe ab; so ist Dreieck abc die Verjüngung vom Dreieck ABC, und ihm ähnlich.

Zusatz. Die Linie ab hält nun eben so viele verjüngte Fuß, als die gleichliegende AB wirkliche Fuß mißt. Wird daher ab auf dem verjüngten Maaßstabe gemessen, so gibt das gefundene Maaß (d. i. die Anzahl Fuß) zugleich an, wie viele wirkliche Fuß die AB enthält. Verjüngte Zeichnungen dienen daher auch um das Maaß von Linien (wie AB Fig. 80.) zu finden, die auf dem Felde entweder nicht gemessen wurden, oder wegen Unzugängigkeit nicht gemessen werden konnten.

Anmerk. *) Wenn beim Nachzeichnen eines Winkels MAN (§.203. I. 9.) die 3 Seiten des Dreiecks NCM auf dem verjüngten Maaßstabe sehr klein würden, so kann man sie auch (aber alle drei) 2- oder 3fach oder noch mehrfacher nehmen, wie in Fig. 82. gezeigt ist.

3te Art. Man messe [von MPN Fig. 83.] eine Seite, z. B. MP und ihre beiden anliegenden Winkel bei M und P, trage diese 3 Stücke nach einem verjüngten Maaßstabe aneinander, so ist wieder Dreieck mpn die Verjüngung vom Dreiecke MPN und ihm ähnlich. Die Anzahl Fuß von mn und np, auf dem verjüngten Maaßstabe abgelesen, ist einerlei mit jener von MN und NP; der Winkel bei n aber ist völlig gleich jenem bei N. —

B. Das Aufnehmen von Vier- und von Vielecken.

1te Art. 1) Man lasse in den Eckpunkten [Fig. 79.] Stäbe aufstellen, und zeichne dem Augenmaaße nach, einen Entwurf oder Handriß von der ganzen Figur; 2) stecke hierauf von einer Ecke (z. B. von A) aus, alle Diagonalen AC, AD ab (n. §. 203. II); 3) messe von den hiedurch entstandenen Dreiecken ABC, ACD ꝛc. alle Seiten (n. §. 203. II), und schreibe ihre Länge in den Entwurf; 4) zeichne nach einem verjüngten Maaßstabe die Dreiecke abc, acd ꝛc. (nach I §. 203. Aufg. 12.) in ihrer richtigen Ordnung aneinander an, dann ist abcde [Fig. 78.] ähnlich mit ABCDE [Fig. 79.] und ist deren Verjüngung.

Digitized by Google

Zusatz. Verjüngte Zeichnung krummer Linien.

Besteht der Umfang oder einzelne Theile desselben aus krummen Linien [Fig. 84.], so bezeichne man alle Hauptkrümmungspunkte E, F, G, B ꝛc. mit Stäben, und stecke gerade Linien BB, BC möglichst nahe neben den krummen ab, gleichgültig ob in oder außerhalb der Figur. Fälle sodann, auf AB fortschreitend, von allen Punkten E, G, I, H ꝛc. auf AB oder BC winkelrechte EK, GL, IM ꝛc. (u. §. 203. II. Zus.), messe die Abstände AK, AF, AL ꝛc., und auch die winkelrechten EK, GL ꝛc. und schreibe ihre Längen in einen Entwurf. Bei der verjüngten Reinzeichnung ziehe man eine gerade ab, trage auf diese ak, af, al, ab, bm ꝛc. nach einem verjüngten Maaßstabe auf, so daß ak, af ꝛc so viele Fuß des verjüngten Maaßstabs enthalten, als AK, AF u. s. f. in der Wirklichkeit; errichte sodann auf ab, in k, l ꝛc. senkrechte, trage auf diese ke, gl ꝛc. ebenfalls verjüngt auf, und ziehe endlich durch die Endpunkte a, e, f, g, b ꝛc. (dem Augenmaaße nach) solche krumme Linien, daß diese mit jenen in der Wirklichkeit möglichst übereinstimmen. Je mehr Punkte man in der krummen Linie absteckt, desto ähnlicher kann die Verjüngung der wirklichen Linie werden.

2te Art. Man stecke die längste Diagonale [AG Fig. 85.] ab, fälle auf diese von allen Eckpunkten B, C, D ꝛc. winkelrechte, und verfahre ähnlich wie oben beim Abmessen einer krummen Linie.

3te Art. Man nehme einen Punkt m innerhalb der Figur [86.] an, stecke von ihm aus nach allen Ecken Linien mA, mB, mC u. s. f. ab, messe diese und alle Winkel bei m, nämlich AmB, BmC ꝛc. und trage hiemit die Dreiecke AmB, BmC ꝛc. (nach §. 209. A. 2te Art) verjüngt auf, so ist Fig. abcdef ähnlich ABCDEF.

4te Art. Kann man nicht in die Figur hineinmessen noch durchsehen, wie z. B. bei Waldungen, so messe man die Seiten und Winkel des Umfangs, und trage sie in ihrer Folgereihe verjüngt aneinander. Das Messen der 3 letzten Winkel [z. B. D, E, A Fig. 79.] ist überflüssig, kann jedoch zur Prüfung dienen. — Kleinere Figuren kann man auch mit einem Rechtecke [MNPQ Fig. 99.] umgeben, und den Umfang wie bei krummen Linien (sieh den obigen Zus.) aufnehmen.

5te Art. Kann man nicht nach allen Eckpunkten messen, hingegen von zwei Punkten, z. B. von A und B [Fig. 87.] alle sehen, so messe man AB und die an AB liegende Winkel

Digitized by Google

der Dreiecke ABC und ABD, nämlich die Winkel CAB und ABC, ferner ABD und BAD; trage hiemit (nach §. 209. A 3te Art) die Dreiecke abc und abd verjüngt auf, ziehe cd, dann ist abdc die Verjüngung von Fig. ABDC.

Anmerkung. Das eigentlich practische Instrument zum Aufnehmen und Abstecken von Winkeln auf dem Felde (und daher auch zur Lösung jener Aufgaben des §. 209 und des folgenden §. 210, bei denen man Winkel messen muß) ist der Meßtisch und das Dioptrerlineal. Ersterer ist ein ebenes mit Papier überzogenes Reißbrett von 1′ bis $1\frac{1}{2}$′ Seite, das wagerecht und um seine Mitte drehbar auf einen Stock oder ein Gestelle befestigt werden kann; letzteres ist ein genaues Lineal auf dessen Enden 2 Absehen (Dioptrer genannt) senkrecht stehen [Fig. 88.]. In dem einen Absehen [x] ist eine feine Ritze zum Durchsehen, in dem andern [y] ein feiner Faden so gespannt, daß Faden und Ritze auf einer Kante [uv] des Lineals senkrecht stehen. — Vereint mit dem Absehen kann zum genaueren Sehen, auf dem Lineal auch noch ein Fernrohr angebracht seyn.

Um mit dieser Vorrichtung Winkel aufzunehmen, bringe man wagerecht über deren Scheitel [A Fig. 89.] den Meßtisch, lege darauf das Lineal, drehe es so lange herum, bis beim Durchsehen durch die Ritze der Faden einen Gegenstand [B] des einen Schenkels deckt, und ziehe dann auf dem Brette, längs der Kante des Lineals, eine Linie [nb]; hierauf drehe man das Lineal so weit herum, bis in gleicher Art der Faden einen Gegenstand [C] des 2ten Schenkels deckt, und ziehe auch hier eine Linie [mc] auf dem Brette; dann ist der Winkel bac einerlei mit dem wirklichen Winkel BAC. — In den Scheitel a auf dem Brette kann man eine feine Nadel stecken, woran sich das Lineal, beim Herumdrehen, anstützt.

Um aber z. B. mit dem Meßtische eine Figur [90.] verjüngt aufzunehmen, messe man eine Linie AB (gleichviel ob im Umfange oder außerhalb oder in der Figur), stelle den Meßtisch wagerecht über A, und ziehe mit dem Dioptrerlineal die Visirlinien (Visionen) nach allen Punkten C, D ꝛc., die man sieht und aufzeichnen will; trage sodann AB verjüngt auf (als ab), bringe den Meßtisch wagerecht über B, so daß b über B, und ba in die Richtung BA fällt, u. ziehe auch von b aus die Visionen nach C, D ꝛc. — Hiedurch erhält man die Durchschnittspunkte c, d ꝛc. und durch ihre Verbindung die mit ABFEDC ähnliche Figur abfedc.

§. 210. **Von dem Messen unzugängiger Linien (Entfernungen).**

1te Aufg. Man finde die Entfernung zweier Punkte A u. B, die beide zugängig aber durch ein Hinderniß (Graben, Wald ꝛc.) getrennt sind, wodurch das Anlegen der Kette des Maaßstabs oder das Abschreiten ꝛc. unmöglich ist.

1te Auflöf. Kann man von A nach B sehen [Fig. 91.]

so errichte man in A und B winkelrechte auf AB, trage gleiche Maaße AC = BD von solcher Länge darauf, daß man am Hinderniß vorbeimessen könne. Die gemessene CD ist dann gleich AB.

Zusatz. In ähnlicher Art verlängert man eine Linie jenseits eines undurchsichtigen Gegenstandes (Gebäude ꝛc.). Man errichte nämlich in A auf MA eine winkelrechte AC, eben so in C auf AC und in D auf CD; messe dann DB von gleicher Länge mit AC ab, und errichte in B auf DB die Winkelrechte BN; so ist diese die Verlängerung von MA.

2te Aufl. Kann man einer Anhöhe oder eines Waldes ꝛc. wegen nicht von A nach B sehen [Fig. 80.], so suche man seitwärts einen Punkt C, von dem aus man sowohl nach A als auch nach B sehen und messen kann. Messe AC, ACB u. CB, zeichne hiemit (völlig nach §. 209. A. 2ter Art) ein verjüngtes Dreieck abc [Fig. 81 oder 82] *), und messe ab auf dem verjüngten Maaßstabe. Das Maaß von ab ist dann einerlei mit jenem von AB (§. 109. 2te Art. Zusatz).

3te Aufl. Kann man keinen Punkt C finden, von dem aus A und B sichtbar sind, wie dieses z. B. bei Wäldern vorkommen kann, so messe man [Fig. 92.] ungefähr in der Richtung nach B hin, eine gerade AC, so weit man sehen kann; desgleichen in C eine gerade CD und den Winkel ACD; fahre dann so fort bis zu einem Punkte D, wo B sichtbar ist, und von wo aus noch CDB und DB gemessen werden. Aus den gemessenen Stücken zeichne man (nach §. 209. A. 2te Art) die Dreiecke acb, cdb verjüngt aneinander, ziehe und messe ab auf dem verjüngten Maaßstabe, so ist ihr Maaß die Entfernung von A nach B. — Soll von A nach B hin gerade durchgehauen werden, so stecke man bei A den Winkel CAB = cab ab, was nach §. 203., weit besser aber mit dem Meßtische, geschieht.

IIte Aufgabe. Man soll die Entfernung zweier Punkte M, N [z. B. Fig. 83. die Breite eines Flusses] finden, von denen nur einer [M] zugängig ist, aber von M nach N gesehen werden kann.

1te Aufl. Man messe MP, PMN u. MPN (u. §. 203. u. 205.), zeichne hiemit ein verjüngtes Dreieck (3te Art §. 209. A. und

*) Alle verjüngten Zeichnungen zum Auffinden der Länge unzugängiger Linien müssen, zur Erreichung möglichster Genauigkeit, nach einem größtmöglich verjüngten Maaßstabe gezeichnet werden.

Digitized by Google

Fig. 83.) und meſſe darin mn auf dem verjüngten Maaßſtabe ab; ihr Maaß iſt die Weite MN.

2te Aufl. Man faſſe den unzugängigen Punkt N [Fig. 83.] ins Auge, ſtecke ab und meſſe den Winkel bei M und eine Linie MP nach einem Punkte P, von dem aus man M und N ſehen kann; verlängere MP um einen beſtimmten Theil von ſich ſelbſt z. B. um $\frac{1}{2}$ MP=PQ, trage bei Q einen Winkel PQX=PMN auf (§. 203. II. Aufg. 9.), gehe dann auf QX vor, bis zu einem Punkte S, wo N vom Stab P gedeckt wird, und meſſe SQ; dann iſt MN = 3 × SQ. — Geſtattet es der Raum die Linie PQ = PM (oder $\frac{1}{2}$ PM oder nur $\frac{1}{10}$ PM ꝛc.) abzuſtecken, dann iſt auch MN = QS (oder 2 QS od. 10 QS ꝛc.).

III. Aufgabe. Die Entfernung zweier unzugängiger Punkte C, D [Fig. 87.] zu finden. — 1te Auflöſung. Man wähle zwei Punkte A, B, von denen aus man C und D ſehen kann (AB, dem Augenmaaße nach, möglichſt gleich und parallel mit CD), und verfahre dann völlig nach §. 209. B. 5te Art, (oder mit dem Meßtiſche nach Anmerkung des §. 209). Es hält dann cd [Fig. 87.] eben ſo viele verjüngte Fuß als CD wirkliche mißt, und man braucht daher, um das Maaß von CD zu erfahren, nur cd auf dem verjüngten Maaßſtabe abzumeſſen.

2te Aufl. Läßt es der Raum auf dem Felde zu, ſo kann man auch die verjüngte Zeichnung auf dem Boden ſelbſt vornehmen, indem man z. B. Am = $\frac{1}{10}$ AB abmißt, hierauf mq parallel zu BD und mp zu BC abſteckt (nach §. 203. Aufg. 10). CD iſt dann gleich 10 × pq. Würde aber Am = $\frac{1}{4}$ (oder $\frac{1}{3}$ ꝛc.) AB aufgetragen, ſo iſt CD = 2 (od. 4 ꝛc.) pq.

IVte Aufgabe. Durch einen Punkt A [Fig. 87.] zu einer unzugängigen Linie CD eine Parallele zu ziehen.

Auflöſung. Man verfahre völlig ſo, wie bei der vorigen Aufgabe III, und trage zuletzt [Fig. 87.] den Winkel cda oder pqA=CDA in A an AD auf, ſo daß XAD= CDA wird, dann iſt AX parallel zu CD (§. 200).

V. Aufgabe. Man ſoll eine Linie finden, die verlängert einen unzugängigen Winkel BAC [Fig. 93.] halbirt.

1te Aufl. Man ſtelle zwei Stäbe D und E in den (n. §. 203. II. Zuſ 1.) verlängerten Schenkeln auf; halbire ſodann die Winkel ADE und AED (n. §. 203. Aufg. 13.) und laſſe im Durchſchnittspunkte F der Halbirungslinien durch

Digitized by Google

einen Gehülfen einen Stab aufstellen, den zwei in **D** u. **E** zugleich Visirende einrichten: dann gibt **AF** die Richtung der Linie an, die verlängert den Winkel **BAC** und **DAE** halbirt.

2te **Auflösung**. Man kann auch **DE** und die Winkel bei **D** und **E** messen, hiemit ein verjüngtes Dreieck (nach §. 209. A. 3te Art) auftragen, in diesem den Winkel bei **A** halbiren, das Maaß von **DG** auf dem verjüngten Maaßstabe ablesen, und auf dem Felde von **D** gegen **E** hin tragen.

VI. **Aufgabe**. Es soll die Höhe eines Gebäudes, Baumes ꝛc. [**AB** Fig. 94.] gemessen werden, dessen Fuß **A** zugängig ist.

Auflös. Man messe von **A** weg eine Linie **AC**, und dann **Ca** gleich einem bestimmten Theile z. B. $\frac{1}{4}$ von **AC**; stelle in **a** einen Stab lothrecht auf; visire von **C** nach **B**, und lasse den Punkt **b**, bei welchem die Visirlinie **CB** am Stabe vorübergeht, anmerken; dann ist **4ab=AB**. (Nimmt man **Ca** zu $\frac{1}{5}$ od. $\frac{1}{10}$ ꝛc. von **CA**, dann ist **AB** das 5- od. 10-fache ꝛc. von **ab**). — Man kann auch die Höhe **AB** durch verjüngte Nachzeichnung des Dreieckes **ABC** finden.

Zusatz. Um auf Karten und Planen von Gegenden die einzelnen Gegenstände des Bodens, als z. B. Erhöhungen, Wege, Gewässer, Wälder ꝛc. anzugeben, sind eigene Bezeichnungen eingeführt. Jene für Erhöhungen und Vertiefungen siehe die Anmerkung 2 des §. 207. und die Figuren 80. und 91.; für Gewässer Fig. 83 und 84.; jene für die übrigen Gegenstände siehe die Figuren 114 und 115. Diese Bezeichnungen werden auch, je nachdem die Karte mehr oder weniger verjüngt ist, kleiner oder größer gezeichnet, jedoch nur dem Augenmaaße nach.

Soll man diese Gegenstände mit Farben anzeigen, was schneller von der Hand geht, so werden die Waldungen hellgrün (mit Tusch); die Wiesen licht gelblichgrün (mit Pariserblau und Gummigutte); die Gärten mehr blau-grün und stärker; Moore, Möser, Filzen ꝛc. parallel blau- und braungestreift (letzteres mit Terra di Sienna); Gewässer licht- (Pariser) blau, oben und links etwas dunkler; Wohn- und öffentliche Gebäude carminroth; Neben- und Oekonomie-Gebäude schwarz (mit Tusch); Hauptstraßen (Chausseen) karminroth; die andern Wege braun (mit einem Gemische von Karmin und Gummigutte); Sandbänke lichtbraun (desgl.). und Felder endlich bleiben ohne Färbung.

Die Karten sind gewöhnlich so gezeichnet, daß oberhalb **Nord**, daher unten Süd, rechts Ost und links West ist. Bei Karten, die nicht in solcher Lage gezeichnet wurden, müssen die Weltgegenden eigens eingeschrieben werden. Diese kann man mittelst einer Mag-

Digitized by Google

netnadel (Compas od. Boussole) bestimmen, indem die Magnetnadel mit einiger Abweichung, nach Norden zeigt. Bei München beträgt diese Abweichung gegenwärtig 17 Grad nach Westen zu; so daß also die wahre Nordlinie 17 Grad östlich von der Richtung der Magnetnadel gezogen werden muß. Von München nach Osten zu ist die Abweichung geringer (in Wien z. B. nur noch 15 Grad); westlich ist sie größer (in Paris z. B. 19½ Grad).

§. 211. Das Messen der Inhalte der Figuren.

Als Maaßeinheit ist das Quadrat (§. 202.) angenommen, und in Bayern als Hauptmaaßeinheit der bayerische Quadratfuß (□′) d. i. ein Quadrat (§. 202.), von dem jede Seite 1 bayer. Fuß lang ist. — Den Inhalt einer Figur messen, heißt finden, wie oft sich in dieselbe der □′ (oder dessen Theile □″, □‴ ꝛc. oder auch die □°) legen läßt. Anstatt dieses aber durch wirkliches Hineinlegen der □Einheit zu ermitteln, werden nur gewisse Linien der Figuren gemessen, und aus diesen ihr Inhalt nach den hier folgenden Regeln durch Rechnung gefunden.

1. Regel. Um den Inhalt eines Rechteckes zu finden, messe man zwei seiner anstoßenden Seiten (nach §. 205.), und multiplicire die erhaltenen Maaße miteinander; das Product ist der Inhalt des Rechteckes.

Beispiel a) Es sey [Fig. 24.] eine Seite ab = 5‴ Dz., und die anstoßende ac = 3‴ Dz., dann ist der Inhalt des Rechteckes abdc = 5 × 3 □‴ Dz. = 15□‴ Dz. — Von der Richtigkeit der Regel überzeugt man sich leicht: auf ab [sieh Fig. 95.] können so viele □‴ (aihf) gestellt werden, als diese Seite ab Längeneinheiten hat, also 5; solcher Reihen zu 5□‴ kann man dann so viele in abdc hineinlegen, als dessen anstoßende Seite ac Längeneinheiten hat, nämlich 3; es gehen daher in das Rechteck abdc 5□‴ × 3 = 15□‴ Dz., wie es oben nach der Regel gefunden wurde.

Beispiel b.) Bei dem Abmessen der Seiten eines Rechteckes wurde die eine zu 2′7″ Dz, die anstoßende zu 4″ 11‴ Dz. gefunden. Was ist der Inhalt dieses Rechteckes?

Rechnung. Die Abmessungen sind mehrfach benannte Zahlen; man bringe sie auf einerlei, gewöhnlich kleinsten, Namen, und gebe ihrem Produkte im Flächenmaaße, den nämlichen Namen.

Digitized by Google

2′ 7″ × 4″ 11‴ Ddz. Die beiden Abmessungen sind auf Ddz. Lin. gebracht (§. 59). Die eine gibt 372‴ die andere 59‴; daher ihr Product 21948 □‴ Ddz., was (nach §. 60.) = 1 □′ 8 □″ 60 □‴ Ddz ist.

× 12 31″ × 12
× 12 372‴ × 59‴ Ddz.
= × 59
3348
1860
21948 □‴ Ddz. = 152 □″ Ddz. = 1 □′ 8 □″ 60 □‴ Ddz. Mß.
:(144) :(144)
754 8 □″
720
348 Antwort. Der Inhalt = 1 □′ 8 □″ 60 □‴ Ddz. Mß.
288
60 □‴

2. **Regel.** Um den Inhalt eines Quadrates [Fig. 23.] zu finden, messe man eine Seite, und multiplicire ihr gefundenes Maaß mit sich selbst; denn jedes Quadrat ist ein Rechteck mit gleichen Seiten. — Ist z. B. eine Seite 4‴ Ddz., so ist der Inhalt des Quadrates gleich 4 × 4 □‴ Ddz. = 16 □‴ Ddz.

Zusatz 1. Aus der vorstehenden Regel erklärt sich auch, warum 1 □′ = 144 □″ Ddz., 1 □″ Ddz. = 144 □‴ Ddz. ꝛc. (§. 51) ist.

Zusatz 2. Ist die Seite eines Quadrates [mn Fig. 96.] eine fremde Längeneinheit, z. B. mn = 1″ Ddz. rhein., so ist zugleich mn = 1,07536″ Ddz. bay. (§. 188. a), und daher der Inhalt des Quadrates mit der Seite mn = 1 × 1 □″ rhein. = 1,07536 × 1,07536 □″ Ddz. bayer. — Um daher Flächenmaaße zu verwandeln, verfahre man zwar nach §. 168., multiplicire aber die aus §. 189. entnommenen Längenmaaße mit sich selbst. — Was geben z. B. 300 □′ rhein. (oder preuß.) Maaß im bayer. Maaße? Man finde genaue □″ Dz.

Rechnung.	x. □′ bayer.	300 □′ rhein.
	1 × 1 □′ rhein.	1,07536 × 1,07536 □′ bayer.
	Man findet x =	346,917 □′ bayer.

Also sind 300 □′ rhein. (od. preuß.) = 346 □′ 92 □″ Dz. bay.

3. **Regel.** Beim Parallelogramm messe man Grundlinie und Höhe, d. i. [Fig. 97.] eine Seite ab

und eine darauf senkrechte be, multiplicire deren Maaße, so ist das Product der Inhalt.

Beispiel. Bei einer Wiesenfläche, in Form eines Parallelogramms, wurde gemessen die Grundlinie zu 354° 7′ Dz., die Höhe zu 206° Dz.; wie viele bayer. Tagwerk hält diese Fläche?

Rechnung. Der Inhalt ist = 3547 × 2060 □′
= 7 306 820 □′ = 182 Tgw. 67 Dez. 20 □′

Die Richtigkeit der Regel ist ersichtlich aus Fig. 97. In dieser ist das Dreieck ach + Viereck abec = Rechteck abeh; ferner ist „ „ bde + „ abec = Prlgr. abdc; da nun das Dreieck ach = dem Dreiecke bde ist (nach §. 202. I. u. II.), so ist auch Parallelogr. abdc = Rechteck abeh = Länge ab × Höhe be. (Nach Regel 1.)

Zusatz 1. Wenn ein Rechteck oder ein Parallelogramm eine bestimmte Größe erhalten soll (z. B. von 84 □′), und auch die Grundlinie (z. B. 12′), so wird die Höhe gefunden, indem man das Maaß der Fläche durch jenes der Grundlinie dividirt. Man erhält also hier die Höhe 84 : 12 = 7′.

Zusatz 2. Die Seite eines Quadrates von gegebener Fläche kann versuchsweise gefunden werden. Sollte z. B. die Fläche 84 □′ betragen, so sage man:

wäre d. Seite d. Quadr. 9′, so wäre d. Inhalt 81 □′, also zu klein } d. Seite liegt daher zwisch. 9 und 10.
„ „ „ „ „ 10′ „ „ „ „ 100 □′ „ „ groß }
„ „ „ „ „ 9,1′ „ „ „ „ 82,8 □′, also noch zu klein.
„ „ „ „ „ 9,16′ „ „ „ 83,9 □′, also nahezu 84 □′

Die Seite des gesuchten Quadrates ist daher 9′,16. In dieser Art kann man die gesuchte Länge so genau finden, als man will.

4. **Regel.** Der Inhalt jedes Dreiecks abc [Fig. 98.] ist das halbe Product vom Maaß der Grundlinie [ab] mit dem Maaß der Höhe [cd]; indem ein Dreieck abc nur die Hälfte eines Parallelogramms abec ist (§. 202.).

Beispiel. Wenn eine Seite eines Dreiecks 1° 5′ 3″ Dz. Länge hat, und die hierauf aus der gegenüberstehenden Ecke gezogene Senkrechte, d. i. die Höhe cd, 9′ 7″ Dz. mißt; was dann der Inhalt dieses Dreiecks?

15,3′ Die Grundlinie und Höhe sind auf Fuß gebracht
× 9,7 (§. 59.), u. dann miteinander multiplicirt (n. §. 139.):
1071 das Product ist 148,41 □′ u. die Hälfte hievon gibt
1377 74,205 □′, d. i. 74 □′ 20 □″ 50 □‴ Dz. (n. §. 142).

148,41 □′ = 74,205 □′ = 74 □″ 20 □″ 50 □‴ Dz. Mß.
: (2)

Zusatz. Der Inhalt des rechtwinkligen Dreieckes [Fig. 19.] ist das halbe Product der beiden Seiten, die den rechten Winkel einschließen. Denn mißt man ab als Grundlinie, dann ist ac die Höhe.

5. **Regel.** Soll der Inhalt einer geradlinigen Figur von mehr als drei Seiten gefunden werden, so zerlege man sie durch Diagonalen aus einer Ecke in Dreiecke; suche den Inhalt jedes dieser (nach Regel 4.), und addire ihre Inhalte. Denn es ist [Fig. 79.] Fünfeck ABCDE = den Dreiecken ABC+ACD+ADE.

Zusatz 1. Beim Trapeze [Fig. 21.] liegen die Dreiecke abc u. dea zwischen Parallelen ab und cd; sie haben daher einerlei Höhe ee. Nun ist Dreieck abc = ½ab×ee, und Dreieck ade = ½de×ee, daher Trapez abcd = ½ee × (ab+de). Man addire daher die Maaße beider Parallelen, und multiplicire diese Summe mit der halben senkrechten Linie zwischen beiden.

Zusatz 2. Zerlegt man eine Figur, durch winkelrechte aus ihren Ecken auf die längste Diagonale [Fig. 85.] oder auf eine Seite [ab Fig. 101.], in rechtwinklige Dreiecke und Trapeze, so kann man auch diese messen und ihre Inhalte addiren.

Zusatz 3. Kann man nicht in das innere einer Figur [79.], so nehme man dieselbe (nach §. 208. B. 4te oder 5te Art) verjüngt auf, zerlege das verjüngte Bild abcde [Fig. 78.] in Dreiecke, messe von jedem Grundlinie und Höhe auf dem verjüngten Maaßstabe, berechne mit den erhaltenen Zahlen, die mit jenen der wirklichen Grundlinien und Höhen einerlei sind, den Inhalt der Dreiecke und addire diese. Man kann das verjüngte Bild auch (wie in Zusatz 2.) in Trapeze zerlegen.

Zusatz 4. Umgibt man die Figur [99.] mit einem Rechtecke, so ist ihr Inhalt auch gleich jenem des Rechteckes weniger den außer der Figur liegenden Trapezen.

6. **Regel.** Wenn man aus dem Mittelpunkte c. (§. 203. Aufg. 17.) eines regelmäßigen Vielecks [Fig. 100.] nach allen Ecken gerade Linien zieht, so wird es in vollkommen gleiche Dreiecke zerlegt. Um daher den Inhalt des regelmäßigen Vielecks zu finden, messe man eine Seite ab und die darauf vom Mittelpunkte c gefällte senkrechte cd, berechne hieraus den Inhalt des Dreiecks abc (Regel 4.) und multiplicire diesen mit der Seitenanzahl des Vielecks.

Beispiel. Bei einer regelmäßig sechsseitigen Schanze, wurde (am Fuße des Banquets) eine Seite ab = 52′ und die darauf senkrechte cd = 45′ gemessen. Wie viele Mann können darin lagern, den Raum per Mann zu 15 □′ gerechnet?

Rechnung. Inhalt Dreieck abc = ½ × 52 × 45 = 1170□′ (Reg. 4.); daher Inhalt des regelm. 6-Eckes =

$6 \times 1170 \square' = 7020 \square'$ und die Anzahl der Lagernden $= 7020 : 15 = 468$ Mann.

7. Regel. Bei jedem Kreise ist

a) Der Umfang $= 3\frac{1}{7}$ Durchmesser (genauer 3,1415926 Durchmei.);

b) der Inhalt = dem Umfang $\times \frac{1}{4}$ Durchmesser (od. $\times \frac{1}{2}$ Radius);

c) der Durchmei. $= \frac{7}{22}$ vom Umf. od. beiläuf. $\frac{1}{3}$ Umf. (gen. $\frac{1}{3,1415926}$)

Beispiel. 1. Der Durchmesser eines Kreises wurde zu 23′ gefunden; wie groß ist a) der Umfang, b) die Fläche desselben?

Rechnung. a) Der Umfang $= 23 \times 3\frac{1}{7} = 72\frac{2}{7}'$; oder genauer ist der Umfang $= 23 \times 3,1415926 = 72'2''5'''6,6^{IV}$ D.

b) Die Fläche ist $= 72\frac{2}{7} \times \frac{23}{4} = 415\frac{9}{14} \square'$; oder genauer ist der Inhalt $= 72,2566 \times \frac{23}{4} = 415,4755 \square'$.

Beispiel 2. Der Umfang eines Rades soll 120″ rhein. betragen, wie groß muß dessen Halbmesser genommen werden?

Rechnung. $\frac{1}{2}$ Durchm. $= \frac{1}{2} \times \frac{7}{22} \times 120'' = 19\frac{1}{11} = 19,0909''$. oder genauer $\frac{1}{2}$ Durchm. $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3,1415926} \times 120 = 19,0986''$.

Uebungsbeispiele.

1) Wie viele Eisentafeln von 10″ Länge und 8″ Dz. Breite sind zur Belegung einer Dachfläche (Rechteck) nöthig, die 18′ 4″ Dz. lang und 4′ 9″ Dz. breit ist?

2) Wie viele bayer. Tagwerk erfordert, bei 24′ Breite, eine Landstraße, auf eine Strecke von $8\frac{1}{2}$ bayer. Meilen?

3) Was kostet ein Bauplatz, der ein Rechteck ist von 90′ Länge und 215′ Breite, den □′ zu 20 kr. gerechnet?

4) Figur 102 sey der Grundriß vom Innern eines Kreuzblockhauses, von welchem jede Seite 16′ mißt; mit wie viel Mann kann es vertheidigt werden, wenn per Mann 12□ zu rechnen sind? und wie viel Fuß Umfang treffen per Mann, wenn $\frac{1}{3}$ als Reserve nicht am Umfange steht?

5) Figur 101. abedef ist der Durchschnitt einer Brustwehr gegen stärkstes Flintenfeuer. Wie groß ist die Fläche dieses Durchschnittes?

6) lmno ist der Grabendurchschnitt zu Fig. 101. Man finde die Grabentiefe mq = ns = x, so daß bmno $= \frac{7}{8}$ des Brustwehrdurchschnitts werde.

7) Figur 103. ist der Grundriß eines französ. Zeltes für 15 Infanteristen oder 8 Cavalleristen. Wie viele bayer. □′ Lagerraum treffen auf den Mann?

8) Es soll eine Schanze in Form eines Quadrates (Redoute) erbaut werden, welche durch 60 Mann Infanterie zu

vertheidigen ist. Wie groß muß jede ihrer Seiten (am Fuß des Banquets) werden, wenn per Mann $12\frac{1}{2}$ □′ Lagerraum treffen sollen? Man finde die Seite auf Fuß und Dz. Zoll. —

Wenn $\frac{1}{5}$ der Besatzung als Reserve bestimmt ist, auf wie viel Fuß des Umfangs trifft dann 1 Mann zur Vertheidigung?

9) Der Umfang eines Baumes wurde unten zu 15′ 10″ Dz. gemessen; wie groß ist der Durchmesser an dieser Stelle?

10) Man finde, wie viel bayer. Tagwerke oder Dezimalen die französischen (auch pfälzischen) Feldmaaße „**Are** und **Hectare**" (§.187) enthalten?

Resultate. **1)** $156\frac{3}{4}$ Eisentafeln. **2)** 129 Tagw. 57 Dezimalen. **3)** 6450 fl. **4)** Es kann vertheidigt werden durch 107 Mann; von diesen stehen 71 Mann am Umfange mit (nahezu) 2′ $8\frac{1}{2}$″ Dz. Breite für jeden Mann. **5)** Der Brustwehrdurchschnitt hält $58\frac{1}{4}$□′. **6)** Die Grabentiefe muß (beinahe) 5′ 8″ Dz. werden. **7)** Auf den Infanteristen 15,3□′ bayer., auf den Cavaleristen 28,7□′ bayer. **8)** Jede Seite ist 27′ 4″ Dz., und auf jede 2′ 7″ Dz. des Banquets trifft ein Mann. **9)** Der Durchmesser ist 5′ 6‴ Dz. **10)** 1 Are = 2,9349 bay. Dezim., und 1 Hectare = 2,9349 bayer. Tagw.

§. 212. Erklärung der hauptsächlichsten Körperformen.

Die Körper werden nach der Form und Anzahl ihrer Begrenzungsflächen unterschieden. Man nennt

Prisma jeden Körper, bei dem zwei Flächen vollkommen gleiche Figuren sind, die einander parallel liegen, während die übrigen Flächen Parallelogramme sind. Letztere [Fig.104. ae, bf ꝛc.] heißen die Seitenflächen, erstere [abc und def] die Grundflächen.

Ein Prisma heißt **a)** senk- oder winkelrecht, wenn seine Seitenflächen Rechtecke sind; **b)** 3-, 4-, 5-seitig u. s. f. je nachdem die Grundflächen 3-, 4-, 5-Ecke ꝛc. sind; **c)** Parallelepiped [Fig.105.], wenn auch die Grundflächen Parallelogramme sind; **d)** rechtwinkliges Parallelepiped, im Fall alle Flächen Rechtecke, und Würfel oder Kubus [Fig. 106.] wenn es Quadrate sind; **e)** Cylinder oder Walze, wenn die Grundflächen aus Kreisen bestehen, [Fig.107.]; die Linie ce zwischen den Mittelpunkten dieser Kreise heißt die Achse. — Beim rechtwinkligen Parallelepiped [Fig.105.] ist die Kante ab die Länge, bc die Breite und bd die Höhe. Beim Würfel ist ba = bc = bd.

Digitized by Google

Pyramide nennt man einen Körper [Fig. 108.], der nur eine Grundfläche hat (sey es ein 3-, 4-, 5-Eck ꝛc.), und dessen Seitenflächen Dreiecke sind, die sich in einem Punkte f, der Spitze der Pyramide, vereinen. Ist die Grundfläche ein Kreis [Fig. 109.], so nennt man die Pyramide einen Kegel; die gerade Linie von seiner Spitze h nach dem Mittelpunkt c heißt dessen Achse; Linien wie ha, hb ꝛc. von h nach Punkten des Umkreises heißen Seiten des Kegels. Ein Kegel heißt senkrecht, wenn seine Achse hc auf der Grundfläche senkrecht steht. Die Höhe einer Pyramide ist die senkrechte fh von ihrer Spitze f auf die Grundfläche.

Wird bei einem Kegel ein Theil, zunächst der Spitze, parallel zur Grundfläche weggeschnitten, dann heißt das bleibende Stück abfd [Fig. 110.] ein abgekürzter Kegel; ec ist dessen Achse, ad, bf sind Seiten desselben.

Anmerk. Dieses ist die äußere Hauptform der Ferne-Waffen, die im Innern, der Achse ef nach [Fig. 111.], cylindrisch ausgebohrt sind. Der Winkel bme, den die verlängert gedachte Seelenachse ef und eine Seite bc (Visirlinie) miteinander bilden, heißt der Visirwinkel. Je größer dieser ist, um so höher erhebt sich die verlängerte Seelenachse ex, und in ihr die abgeschossene Kugel, über die Visirlinie by, und in desto größerer Entfernung wird daher die von der Erde angezogene Kugel die Visirlinie zum zweitenmale (in n) schneiden. bn heißt die Visirschußweite und ist also abhängig von der Größe des Visirwinkels bme; dieser aber wird größer, wenn eb allein zunimmt. — Hieraus erklärt sich, warum rückwärts oberhalb des Rohrs Aufsatz gegeben wird, wenn man eine größere Visirschußweite erhalten will.

Soll der Visirwinkel aufgehoben, und daher bc und ef parallel werden, so muß man bei c den Unterschied eb—fc aufsetzen.

Kugel endlich nennt man einen Körper [Fig. 112.], wenn alle Punkte seiner Oberfläche von einem Punkte [c] innerhalb gleichweit abstehen; dieser heißt der Mittelpunkt und jeder von den gleichen Abständen ca, cb ꝛc. von der Oberfläche heißt Kugelhalbmesser (oder Radius). Jede gerade ef zwischen zwei Punkten der Oberfläche heißt Sehne; hingegen Durchmesser, wenn sie (wie ed) durch den Mittelpunkt c geht. Schneidet eine Ebene die Kugel, so ist die Durchschnittsfigur ein Kreis.

§. 213. Vom Aufnehmen und verjüngten Zeichnen der Körper.

Da jeder Körper Ausdehnung nach 3 Hauptrichtungen, die Fläche aber worauf man zeichnet, deren nur zwei hat,

Digitized by Google

so sind, um einen Körper so zu zeichnen, daß man jede seiner Ausdehnungen nach dem Maaßstab ablesen kann, zwei Bilder nöthig: eins, worin Länge und Breite, ein anderes, worin Höhe und Länge eingetragen sind. Das erstere heißt obere Ansicht auch Grundriß, letzteres die Seitenansicht oder auch der Aufriß oder Profilriß. Fig. 113. sind diese beiden Bilder des Cyrænts (Pulvermaaßes) für $\frac{8}{10}$ Loth Pulver auf $\frac{1}{2}$ verjüngt gezeichnet, und die nöthigsten Abmessungen eingeschrieben. — Um solche Bilder eines Körpers zu zeichnen, nehme man von jedem seiner Theile die Länge, Breite und Höhe ab, theils durch Anlegen eines Maaßstabs an dieselben, theils mit dem gewöhnlichen Zirkel, theils mit dem sogenannten Tastenzirkel, dessen Spitzen einwärts gebogen sind, und theils mit noch andern erleichternden Werkzeugen; schreibe die Zahlen der Abmessungen in einen Entwurf (Handriß) ein, und fertige dann die Reinzeichnung von oberer und Seitenansicht ꝛc. nach einem verjüngten Maaßstabe (nach §§. 208. und 203.) oder zeichne kleinere Gegenstände in natürlicher Größe ($\frac{1}{1}$) auf. —

Bei zusammengesetzten Gegenständen sind häufig, um alle Abmessungen einsehen und ablesen zu können, auch noch eine vordere oder hintere Ansicht oder Durchschnitte nöthig. Bei letztern wird die Durchschnittsfläche durch gleichlaufende Striche bezeichnet (schraffirt).

§. 214. Vom Messen der Oberflächen der Körper.

Bei Körpern, deren Begränzungsflächen ebene Figuren sind, messe man diese einzeln nach den Regeln des §. 211.; die Summe derselben gibt dann die ganze Oberfläche des Körpers.

1) Beim senkrechten Cylinder ist die gekrümmte Seitenfläche, wenn man sich diese in eine Ebene ausgebreitet vorstellt, ein Rechteck, dessen eine Seite die Höhe des Cylinders, und anstoßende Seite der Umkreis seiner Grundfläche ist. Der Inhalt der gekrümmten Seitenfläche wird daher nach §. 211. Regel 1. u. 7. berechnet. — Es sey z. B. die Höhe eines senkrechten Cylinders = 2′ 4″ Ddz., der Durchmesser der Grundfläche = 5″ Ddz.; wie groß ist dessen Oberfläche?

Rechnung.

Der Umfang einer Grundfläche ist $= 5 \times 3\frac{1}{7} = 15\frac{1}{7}$″ Ddz. (Reg. 7.)
Der Inhalt einer Grundfläche $= \frac{15\frac{1}{7}}{1} \times \frac{5}{4} = \frac{275}{14}$ □″ Ddz. (§. 211.)
Die gekrümmte Seitenfl. $= 15\frac{1}{7} \times 28 = 440$ □″ Ddz. (Reg. 1. u. 7.)
Die ganze Oberfläche des Cyl. $= 2 \times \frac{275}{14} + 440 = 479\frac{2}{7}$ □″ Dd

Digitized by Google

II. Beim senkrechten Kegel besteht die Oberfläche aus der kreisförmigen Grundfläche und der gekrümmten Seitenfläche. Letztere ist an Fläche einem Dreiecke gleich, dessen Höhe eine Seite des Kegels, und dessen Grundlinie der Umkreis der Kegelgrundfläche ist. Die Oberfläche des Kegels wird daher nach §. 211. Regel 4. u. 7. berechnet. Es sey z. B. die Seite eines Kegels = 10′, der Durchmesser seiner Grundfläche = 2′; man finde die Größe seiner Oberfläche.

Rechnung. Der Umfang d. Grundfl. $= \frac{22}{7} \times 2 = \frac{44}{7}$′ (Regel 7. des
Der Inhalt der Grundfl. $= \frac{44}{7} \times \frac{2}{4} = \frac{22}{7}$ □′ $= 3\frac{1}{7}$ □′ } §. 211.
Der Inh. der Seitenfl. $= \frac{1}{2} \times \frac{44}{7} \times 10 = \frac{220}{7}$ □′ $= 31\frac{3}{7}$ □′ (Reg. 4.)
Dieß addirt, gibt die ganze Oberfläche des Kegels $= 34\frac{4}{7}$ □′.

III. Die Oberfläche jeder Kugel ist $= \frac{22}{7} \times$ Kugeldurchmesser × Kugeldurchmesser, oder genauer ist sie = 3,1415926 × Durchmesser × Durchmesser.

Beispiel. Wie groß ist die Oberfläche der bayerischen Musketenkugel (§. 192. L).

Rechn. Oberfl. = 3,1415926 × 0,634 × 0,634 □″ Ddz. rhein.
= 1,2628 □″ Ddz. rh. (n. §. 139. od. §. 149. mult.)

§. 215. Das Messen der räumlichen oder kubischen Inhalte.

Der Würfel (Kubus) ist als Maaßeinheit für die Körper angenommen; und den Inhalt eines Körpers messen, heißt finden, wie vielen Würfeln von bestimmter Größe er gleich kömmt oder sich gleichsam in ihn hineinstellen lassen. — Ein Würfel, dessen Kanten 1°, oder 1′, oder 1″ ꝛc. Länge haben, heißt Kubikruthe (K°.), oder Kubikfuß (K′.) u. s. f.

Folgende Regeln dienen zur Berechnung der kubischen Inhalte der Körper.

1. **Regel.** Bei dem rechtwinkligen Parallelepiped messe man die Länge, die Breite und die Höhe; multiplicire die drei gefundenen Maaße; so ist das herausgebrachte Product der Inhalt des Parallelepipeds. Es sey z. B. [Fig. 105.] die Länge ab = 6‴ Dz., die Breite bc = 3‴ Dz. und die Höhe bd = 4‴ Dz., so ist der Inhalt des Parallelepipeds ae = 6 × 3 × 4 K‴. Dz. = 72 K‴. Dz. Mß.

Um die Richtigkeit dieser Regel einzusehen, zerlege man die Grundfläche, Parallelogramm ac, in □‴ Dez. Man erhält 6 × 3 = 18 □‴ Dez. (nach §. 211.). Es lassen sich daher auf diese Grundfläche 18 K‴. [wie am] stellen. Diese füllen aber den Körper ae nicht aus; sondern man kann solcher Lagen

Digitized by Google

zu 18 K‴. so viele in den Körper bringen, als es die Höhe (af=bd) zuläßt. Diese beträgt [Fig. 105.] 4‴ Dz. Mß.; also gehen in den Körper 4 Lagen, jede zu 18 K‴., d. i. im Ganzen 4×18 K‴. $= 72$ K‴. Dz. Maaß.

Zusatz 1. Sind Länge, Breite und Höhe ungleich- oder mehrfach-benannte Zahlen, so bringe man sie auf einerlei Namen und gebe dem Inhalt im Kubikmaaße den nämlichen Namen. Z. B. Was ist der Inhalt eines Balkens (rechtwinkl. Parallelepiped) von 15′ 8″ Dz. Länge, 11″ Dz. Breite und 11″ Höhe?

Rechnung. Man bringe alle Maaße auf Dz.-Zoll; dann ist der Inhalt $= 188 \times 11 \times 11 = 22748$ K‴. Dz. $= 13$ K′. 284 K‴. Dz. (§. 60).

Zusatz 2. Das Product der Länge ab [Fig. 105.] mit der Breite bc gibt den Inhalt der Grundfläche ac (§ 211). Es ist daher auch der Inhalt des rechtwinkl. Parallelepipeds = der Grundfläche multiplicirt mit der Höhe.

Zusatz 3. Da Länge × Breite × Höhe = dem Inhalt ist, so ist auch die $\text{Länge} = \frac{\text{dem Inhalt}}{\text{getheilt durch Breite} \times \text{Höhe}}$; und überhaupt ist jede Abmessung eines rechtwinkligen Parallelepipeds gleich dessen Inhalt getheilt durch das Product der beiden andern Abmessungen. Z. B. es soll eine Kiste gemacht werden, die im Lichten (Innern) die Form eines rechtw. Parallelepipeds von 3′ innerer Höhe und 2′ Breite hat, und genau 5 bayer. Schäffel, d. i. $5 \times 8{,}944$ K′. (§. 188) faßt; was muß ihre Länge seyn?

Rechn. Die Länge $= \frac{5 \times 8{,}944}{3 \times 2} = \frac{44{,}720}{6} = 7{,}4533'$.

Antw. Die Länge muß 7′ 5″ 5‴ 3,3‴ Dz. bayer. betragen.

2. Regel. Der Würfel ist ein rechtw. Parallelepiped von gleicher Länge, Breite und Höhe. Der Inhalt jedes Würfels ist daher Kante × Kante × Kante. — Ist diese z. B. 6′, so ist der Inhalt des Würfels $= 6 \times 6 \times 6 = 216$ K′.

Zusatz 1. Da beim Kubikfuß jede Kante = 12″ Dz. = 10″ Dz. ꝛc. ist, so erklärt sich nun auch, warum 1 K′. $= 12 \times 12 \times 12 = 1728$ K‴. Dz. = 1000 K‴. Dz., ferner 1 K‴. Dz. = 1728 K⁗. Dz. Maaß u. s. f. seyn müsse.

Zusatz 2. Es sey Fig. 106. ein Würfel mit der Kante ab = 1′ bayer., also auch ab = 129,38 Pariser-Linien (§ 188.); so sieht man, daß sein Inh. = 1 K′. bay. = $129{,}38 \times 129{,}38 \times 129{,}38$ K‴. Pariser-maaß ist. — Hat man daher Körpermaaße zu verwandeln, so verfahre man zwar nach §. 168., setze aber die vorkommenden Längenmaaße 3mal als Factor an, indem sie dann erst Körpermaaß ausdrücken. — Beispiel. der Pariser-Kubikfuß destillirten Wassers wiegt 69 ℔. poids de marc; was wiegt demnach der bayerische Kubikfuß destillirten Wassers? — Man findet nach dem oben gesagten und dem §. 168., daß der bayer. Kubikfuß destillirten Wassers 44,30015 bayer. Pfund wiegt.

Digitized by Google

Zusatz 3. Soll ein Würfel von bestimmtem Inhalte (z. B. von 20 K'.) angefertigt werden, so findet man die Länge einer seiner Kanten versuchsweise; ähnlich wie im §. 211. Regel 3. Zus 2. die Seite eines Quadrates.

3. **Regel.** Der Inhalt jedes Prisma und auch des Cylinders ist ebenfalls gleich dem Producte der Grundfläche mal der Höhe; wobei der Inhalt der Grundfläche nach §. 211. berechnet wird.

Beispiel. Man finde den Inhalt eines Cylinders (Walze) dessen Höhe = 5'8" Dz., und Durchmesser = 6"5"' Dz. ist.

Rechnung.

Die Höhe ist = 5,8' (od. 580"' Dz.); d. Drchm. = 0,65' (od. 65"' Dz.)
Inh. d. Grundfl. = 3,141 592 6 × 0,65 × ¼ × 0,65' (§. 211 Reg. 7)
= 0,331 830 7 □' (nach §. 149 od. 139).
D. Inh. d. Cyl. = 0,331 830 7 × 5,8 = 1,924 618 1 K'.
" " " " = 1 K' 924 K" 618 K"' Dz.

4. **Regel.** Der Inhalt jeder Pyramide und jedes Kegels ist nur der dritte Theil vom Producte der Grundfläche mit der Höhe. Man rechne daher wie bei der vorigen Regel, nehme aber vom Herausgebrachten nur den dritten Theil.

5. **Regel.** Der Inhalt eines abgekürzten Kegels wird in folgender Art gefunden: 1) Man messe die Höhe u. die Durchmesser der beiden Grundflächen; 2) multiplicire das Maaß jedes Durchmessers mit sich selbst; 3) auch beide Durchmesser miteinander, und addire diese 3 Producte; 4) multiplicire hierauf diese Summe mit dem 12ten Theil der Höhe, und dann noch mit $3\frac{1}{7}$ (oder genauer mit 3,1415926).

Beispiel. Was ist der Inhalt eines Baumstammes (in abgekürzter Kegelform), dessen Höhe = 24', die Durchmesser an den beiden Enden zu 1'6" Dz. und 5" Dz. abgemessen wurden? (Man suche genaue K". Dz.)

Rechnung. 1) Die Maaße sind zuerst alle auf einerlei Namen (hier Fuß) gebracht, und dann ist nach der Regel gerechnet.

2) 1,6 × 1,6	3) 1,6 × 0,5	4) 3,61 × $\frac{24}{12}$
96	0,80	× 2 (nach §. 107.)
16	+ 2,56	7,22 (n. §. 149. od. 139.)
2,56	+ 0,25	× 3,141 59
	Summe 3,61	219911
		6283
0,5 × 0,5		628
0,25		22,6822 K'.

Anm. Der Baumstamm hält 22 K'. 682K".Dz.Mß.

6. **Regel.** Um den Inhalt einer Kugel zu finden, messe man 1) ihren Durchmesser, setze 2) das gefundene Maaß 3mal als Factor und bilde das Product; 3) multiplicire dieses noch mit $3\frac{1}{7}$ (oder genauer mit 3,1415926); 4) nehme vom Herausgebrachten den 6ten Theil, so ist dieses der Inhalt der Kugel. — Man finde z. B. den Inhalt einer Kugel vom Durchmesser 1'2"Dz.

Rechnung. Der Inhalt $= 14 \times 14 \times 14 \times 3\frac{1}{7} \times \frac{1}{6}$

$= 1437\frac{1}{7}$K"Dz Mß.

Zusatz 1. Der Inhalt ausgehöhlter Körper wird gefunden, indem man sie zuerst als voll berechnet, hierauf auch den Inhalt der Höhlung sucht, und letztern vom erstern abzieht.

Zusatz 2. Körper, die weder rein Prismen noch Pyramiden sind, sucht man in Stücke von dieser Form zu zerlegen; rechnet sodann diese Stücke einzeln aus, und zählt sie zuletzt zusammen.

Zusatz 3. Kennt man das Gewicht von 1K'. (od. 1K°. rc.) eines Körpers, so findet man hiemit dessen Inhalt, indem man das Gewicht des Körpers durch jenes der Kubikeinheit dividirt. Da z. B. 1 rhein. K'. Gußeisen 392,31 bay. Pfd. wiegt, so ist der wahre Inhalt eines Körpers von Gußeisen, der zu 4120 Pfd. abgewogen wurde, gleich 4120:392,31 = 10,502 K'. — Bei Körpern, die entweder keine ausgesprochene Form oder ungleiche Dichte haben (wie z. B. bei Fleisch, Brod rc.), wird überhaupt der wahre Inhalt, d. i. die Masse, nur durch das Gewicht bestimmt.

Uebungsbeispiele.

1) Wie viele bayer. Schenkeimer (§. 188.) Wasser faßt ein Behälter, der im Lichten die Form eines Parallelepipeds hat, von 10' Länge, 4'3"Dz. Tiefe und 6' Breite.

2) Ein Holzstoß (Parallelepiped) von 25' Länge, 8'7" Dz. Höhe und 4'Scheiterlänge, wie viel bay. Klafter zu 126K'. hält derselbe?

3) Es soll ein bayer. Metzenmaaß (§. 188.) gefertigt werden, in cylindrischer Form zu 1 Fuß Durchmesser im Lichten. Was muß die Tiefe im Lichten werden?

4) Wie viel Klafter Brennholz gibt eine Tanne von 80' Höhe, 2' unterm u. 4"Dz. oberm Durchmesser? (89 volle K'. Tannenholz zu 1 Klafter gerechnet).

5) Wie viel bayer. Schäffel Getreide gehen in ein Magazin (prismatischen Raum) von 52' Länge, 18'7" Breite und 8' Höhe?

6) Ein rhein. K'. Kanonenmetall wiegt 478,55 bay. ℔.; wie viel bayer. Pfund wiegt der bayer. K'. von diesem Metalle?

7) Man finde Inhalt und Gewicht einer eisernen (sogenannten 6Pfünder) Kugel von 3,46" rhein. Durchmesser. Inhalt auf 1000tel Zoll rhein., Gewicht auf Pfund, Lth. u. Quint bay. — (1 rh. K'. Gußeisen wiegt 392,31 Pfd. bayer.)

8) Welche Tiefe im Lichten muß eine Kiste (Parallelepiped) erhalten, die bei 15" rhein. Dz. innerer Länge und Breite, 100

Digitized by Google

bay. Pfund Pulver faßt? (Das Gewicht von 1 rhein. K'. Pulver zu 53½ Pfd. angenommen). Man finde genaue Hundertelzoll.

9) Wie viel Loth Pulver gehen in ein cylindrisches Pulvermaaß [Cyment Fig. 113] von 0″,8 Ddz. rh. innerm Durchmesser und 1″,01 rhein. Ddz. Höhe im Lichten? (1 rh. K'. Pulver zu 53½ Pfd.)

10) Welche Höhe im Lichten muß ein Pulvermaaß für 1½ Pfd. Pulver erhalten, bei einem innern Durchmesser von 3″,46 Ddz. rhein.?

11) Wie viel K'. Mauerwerk hält eine Pyramide, deren Höhe 18′ und quadratische Grundfläche 5½′ zur Seite hat?

12) Wie viel K'. Erde gehen in einen Schanzkorb (Cylinder) von 6′ innerer Höhe und 4′ Durchmesser im Lichten?

13) Wie viel K'. Erde hält ein Graben (rechtw. Parallelepiped) von 6′ Tiefe, 12′ obere und 6′ untere Weite, auf eine Länge von 100′? und welche Zeit brauchen 125 Mann zu dessen Aushebung, wenn 1 M. in 1 Stunde 10 K'. Erde aufhauen u. ausheben kann?

14) 100 bay. Ztr. Heu in Gebund nehmen Raum ein 19372 K.' bay.*
" " " " im Magazin zusammengehäuft 9686 " " †
" " " " mit Hülfe der hydraulischen Presse in Ballen zusammengeschnürt . . . . 3221 " "
(Stroh in Gebund wiegt, bei gleicher Raumeinnahme, 16 Procent weniger als Heu in Gebund.)

Wie viele Ztnr. Heu, das mit der hydraul. Presse in Ballen geschnürt ist, gehen daher in einen parallelepipedischen Schiffsraum von 50′ Länge, 14′ Breite und 10′ Tiefe? Und auf wie viel Tage reicht dieser Heuvorrath für 350 Cürassierpferde bei tägl. Rationen von 10 Pfund?

15) Es soll ein Hafermaaß für ⅓ leichte Ration (§ 192. G. und §. 190. A.) in abgekürzter Kegelform gefertigt werden. Welche innere Höhe muß es erhalten, wenn im Lichten der obere Durchmesser 5″, der untere 3″ Ddz. bayer. erhalten soll? — Wie aber muß diese Höhe seyn a) für ⅓ schwere, b) für ⅓ Cürassier-Pferd-Ration? u. was wiegt jede der 3tel-Rationen bei mittlerm Hafer? (§. 190.)

Antworten.

1) 100 Eimer. — **2**) 6⅛⅞ Klafter. — **3**) 1′8″9‴8^{IV} Dz. oder 1′10″9‴3,7^{IV} Ddz. — **4**) 1 Klftr. 7½ Klafterzoll. — **5**) 869⅔ Schffl. — **6**) 384,828 Pfd. bayer. wiegt ein bayer. K'. Kanonenmetall. — **7**) Der Inhalt ist 21,688 K″. rhein. Ddz.; das Gewicht 4 Pfd. 29 Lth. 2 Quint bayer. — **8**) Die Tiefe im Lichten ist 14″,42 Ddz. rhein. — **9**) 0,5006 Lth. bay. (= ½ Loth. = $\frac{8}{16}$ Lth.) — **10**) 6″,04 Ddz. rhein. — **11**) 181½ K'. — **12**) 75⅔ K'. Erde. — **13**) Der Inhalt des Grabens ist 5400 K'., u. die Arbeitszeit zu dessen Vollendung ist 4 Stund. 19 Minut. — **14**) Beinahe 2173¾ Zntr.; und etwas über 62 Tage reicht der Vorrath. — **15**) 6″ Ddz. bayer. — a) 9″ Ddz. bayer. — b) 7½″ Ddz. bayer. — (oder genauer 6″2½^{IV}; 9″4^{IV}; 7″6‴3^{IV} Ddz. bayer.) — Die Drittel-Rationen wiegen der Reihe nach: 3 Pfd. 4 Loth.; 2 Pfd. 19 Lth.; 2 Pfd. 2 Lth.

* Reducirt a. d. Aide-Mémoire von L'aîné. — † Beinahe 10 K'. per Ztr.

Digitized by Google

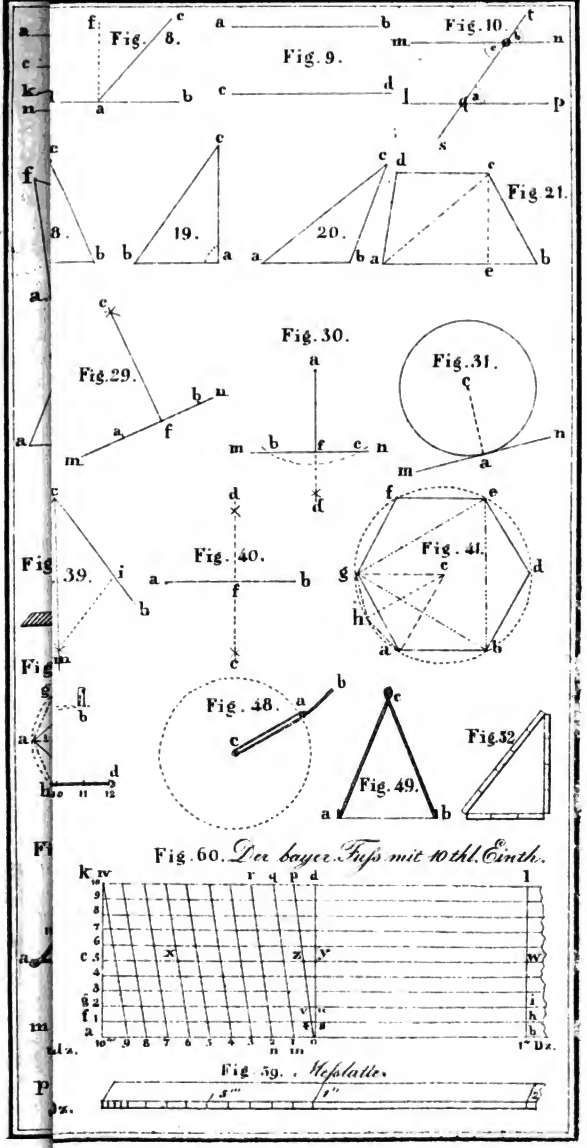
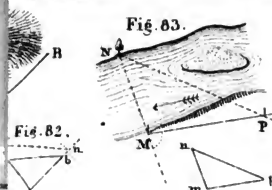
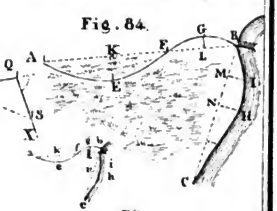
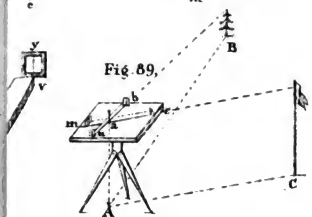


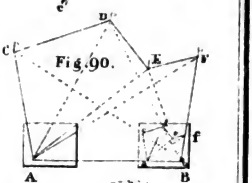
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig 21.
Fig. 29.
Fig. 30.
Fig. 31.
Fig. 39.
Fig. 40.
Fig. 41.
Fig. 48.
Fig. 49.
Fig. 52.
Fig. 60. Der bayer. Fuß mit 10thl. Eintheilung.
Fig. 59. Reißplatte.

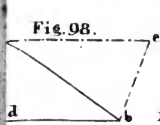
Digitized by Google

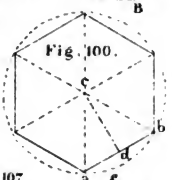


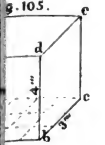


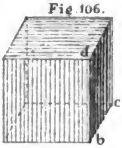


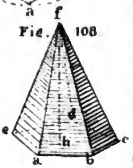


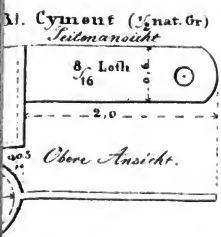


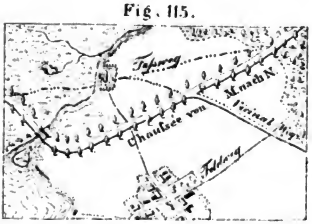












Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Warner.